

MATHEMATICKÉ ZÁKLADY MAPY PTOLEMAIOVY

Napsal
A. WURM

(Mathematical Foundations of Ptolemy's Map of the World.
With a Summary and »A Note on the Relative Displacement
of the Hellespont and Alexandria«).



CHOTĚBOŘ
1937

Na dvou místech Geografie (I, 11, 2; VII, 5, 12) hlásí se Ptolemaios dle příkladu poslední »Opravy« Marinovy (I, 11, 2) k Poseidóniovu řešení problému velikosti Země (S t r a b. 95), jejíž obvod stanoví číslem 180.000 stadií, tak že 1° hlavního kruhu = 500 st. a 1° rovnoběžky rhodské = $500 \times \frac{4}{5} = 400$ st. Podává-li Předmluva (I, 7—14) mimo to řadu konkrétních výpočtů založených na velikosti $1^\circ = 500$ st., zdálo by se nemožným pochybovati o poseidóniovském základu jeho světové mapy, nebýti objevu P. S c h n a b e l o v a,¹⁾ že určení zeměpisné délky Babylonu v starším, po r. 141 vydaném jeho díle Almagestu předpokládá zcela jiné hledisko, vyplývající z Eratosthenova měření Země (obvod = 252.000 st., 1° hl. kruhu = 700 st., 1° rovnob. rhodské = $700 \times \frac{4}{5} = 560$ st.). Zeměpisná předloha Almagestu vykazuje však nápadné shody se zeměpisnou sítí Geografie, s jejím topografickým materiálem a s některými zcela jedinečnými polohami (srv. zem. šířky Thuly a dunajských pramenů), a naopak světová mapa Geografie obsahuje tolik podivných anachronismů a tolik stop opětovných oprav někdy dalekosáhlých (k jakým se nepochybně vztahuje titul Marinových »Oprav«), že možno v ní právem spatřovati vrcholný vývojový stupeň kartografického díla, jehož marinovský (a tím spíše ptolemajovský) původ je pochybný a jež svými počátky tkví pravděpodobně v prvním století po Kr. (srv. anachronismus »královské sídlo Sarmizegethusa« III, 8, 4).²⁾ Připustíme-li možnost, že jeden z těchto vývojových článků byl zdrojem zeměpisných dat Almagestu, ocitáme se před otázkou, zda snad na rozdíl od konečného stadia nebylo původním mathematicko-zeměpisným základem mapy Ptolemaiovy učení Eratosthenovo a Hipparchovo.

Že tuto otázku nutno zodpověděti ve smyslu rozhodně kladném, soudím z řady pozorování, z nichž na tomto místě vyjímám jako doklad nad jiné poučný Ptolemaiovo znázornění zemí iránských; tím doplňuji své výklady v práci *Marinus and Posidonius* (Chotěboř 1936).

* *

Ptolemaiovy asijské mapy č. 5--7 a 9 podávají zastaralý obraz správního rozdělení starých říší achaimenovské, Alexandrovy a prvých diadochů. Kartografův zájem o politické poměry Iránu v prvých dvou stol. po Kr. jest sotva kde patrný, čímž se Ptolemaiovo znázornění ne-

¹⁾ P. S c h n a b e l, Die Entstehungsgeschichte des kartographischen Erdbildes des Klaudios Ptolemaios (Sitz.-Ber. d. Preuss. Ak. d. Wiss., Phil.-Hist. Kl., 1930, IV), Berlin 1930, str. 8.

²⁾ Srv. moji práci *Marinus and Posidonius*, Chotěboř 1936; dále W. K u b i t s c h e k, Studien zur Geographie des Ptolemäus I. (Sitz.-Ber. d. Akad. d. Wiss. Wien, Phil.-Hist. Kl., 215. Bd., 5. Abh.), Wien u. Leipzig 1931, str. 24 sl.; t ý ž, Die sog. B-Redaktion der Ptolemäischen Geographie, *Klio* 1935, str. 112.

výhodně odráží od mapy sousední Indie, těžící vydatně z živého styku císařského Říma se zeměmi vzdálenějšího orientu. Hlavním pramenem jest Eratosthenés, jemuž svědčí chybné, ale příznačné seřazení Baktrie, Sogdiany a země Saků podél severního úpatí Eratosthenova »Tauru« (Strab. 513—4) stejně jako kresba Perského zálivu (Str. 765), význačná vzájemná poloha Areje a Drangiany (ibid. 724) a v přední řadě zobrazení Ariany, Eratosthenovy druhé sfragidy (Str. 78 sl.). Tuto skupinu satrapií ohraničuje Ptolemaios na západě (proti třetí sfragidě) poledníkem Kaspické Brány (s hraničním bodem Ariany, Médie a Persidy), na severu rovnoběžkovým pásmem hor (»Tauru«), na jihu břehem Indického moře od »ústí« Perského zálivu (jež klade na poledník Kaspické Brány) až téměř k deltě Indu. To vše až do podrobností souhlasí s představou velkého předchůdce Ptolemaiova, a jedině východní hranice proti Indii (prvé sfragidě) činí výjimku; Eratosthenés ji deřinoval poledníkovým (Str. 87) tokem Indu (Str. 689), kdežto Ptolemaios ji vzdaluje o několik stupňů délkových dále na západ. Jest to zajisté ohlas nových zpráv o Indii, jež důrazněji než Eratosthenés upozornily na existenci Indů na západním břehu veletoku a zároveň podávaly (asi jako činí Plinius N. H. VI, 101) stadiasmus pro plavbu mezi Arabií a Patalénou, čímž vynutily posun delty směrem západním a zlomení říční čáry k JZ.

Je-li prokázána závislost znázornění Ariany na představách Eratosthenových, smíme snad se domnívati, že kartograf se při své práci řídil i číselnými údaji o jejích rozměrech, údaji, jež Eratosthenés podepřel autoritou na slovo vzatých bématisť Alexandrových? Nezdálo by se tak, kdybychom údaje mapy přepočítávali z míry stupňové v souladu s poseidóniovským kredem Předmluvy a se zpracováním na př. trati Alexandria ($60\frac{1}{2}^{\circ}$ d dle Ptol.) — Kyréné (50° d), jejíž délkový rozdíl ($10\frac{1}{2}^{\circ}$ d) jest vskutku odvozen ze stadiasmu Eratosthenova (4.200 st.; 525 mil dle Plin. N. H. V, 39) přímým přepočítáním na délkové stupně po 400 eratosthenovských stadiích; v Arianě by údaje Ptolemaiovy zůstávaly daleko za čísly Eratosthenovými. Ale celý problém genese světové mapy Ptolemaiovy objeví se rázem v zcela novém osvětlení, klade-li na Ptolemaiově mapě Ariany ve shodě se všemi ostatními řeckými zeměpisci 1° š = 700 st. a 1° rovnob. rhodské = 560 st. Ukáže se nejprve, že délka Ariany, sevřená poledníkem Kaspické Brány (94° d) a na východě čarou téměř poledníkového směru (119° d až $119\frac{1}{2}^{\circ}$ d; VI, 20, 1; VI, 18, 1; VI, 11, 1) činí dle Ptolemaia 25° až $25\frac{1}{2}^{\circ}$ d, což přepočteno na míru délkovou dá $25 (25\frac{1}{2}) \times 560 = 14.000 (14.280)$ st. v soulasu s údajem Eratosthenovým (14.000 st.; Str. 64; 724). Šířku Ariany na straně východní určoval Eratosthenés délkou Indu od pramenů v pohoří Tauru až k ústí; z obou Strabónem uváděných různocení (12.000 st., 13.000 st.; Str. 723) jest druhé potvrzováno nejen v kap. 689 knihy Strabónovy, ale též Arrianem (Ind. 3) a Ptolemaiem, u něhož severní hranice druhé sfragidy sleduje rovnoběžku 39° š., kdežto jižní břeh jest ovládán rovnoběžkou napatskou $20\frac{1}{4}^{\circ}$ š. Je-li 1° š = 700 st., pak šířka Ariany Ptolemaiovy ($39^{\circ} - 20\frac{1}{4}^{\circ} = 18\frac{3}{4}^{\circ}$ š) rovná se $18\frac{3}{4} \times 700 = 13.125$ st., tak že i v tomto případě shoda jak s číslem Eratosthenovým, tak s délkovou hodnotou 1 stupně dle výsledků jeho měření Země jest nápadná. A není tomu jinak ani podél západní hranice, kterou Eratosthenés dělí hraničním bodem s Médii a Persidou ve dva úseky; severní »asi 3.000 st.« dlouhý sáhá od Tauru až k rozhraní, jižní

pokračuje odtud až k ústí Perského zálivu a k Rudému moři po délce 8.000 st., po př. vedeme-li čáru až k blíže neoznačeným mysům Karmanie, »více než 9.000 st.« (Str. 78; 80; 727). Úhrnná délka západní hranice jest tedy asi $3.000 + 8.000 =$ asi 11.000 st., po př. více než 12.000 st. Prvý odhad rovná se v míře obloukové asi $11.000 : 700 = 15\frac{5}{7}^\circ$ š, kterážto délka naměřena od Tauru k jihu podél poledníku 94° d stihne rovnoběžku $23\frac{2}{7}^\circ$ š. Na význam této vúdčí čáry (u Ptolemaia $23\frac{1}{3}^\circ$ š), jež ovládá úžinu Ormuzdskou (mys Asabský $92\frac{1}{2}^\circ$ d, $23\frac{1}{3}^\circ$ š; mys Harmonzon 94° d, $23\frac{2}{3}^\circ$ š; mys Karpelas 94° d, $22\frac{1}{2}^\circ$ š) a celý jižní břeh Perského zálivu až po Gerru (80° d, $23\frac{1}{3}^\circ$ š), upozornil jsem již v práci *Marinus of Tyre* (Chotěboř 1931, str. 35, pozn. 35), a nyní jest i původ této čáry vysvětlen z Eratosthenových dat o šířce Ariany, jichž kartograf použil k výpočtu zem. šířky »ústí« a jižního břehu Perského zálivu. Také on rozhraním Médie a Persidy (94° d, $34\frac{1}{2}^\circ$ š) dělí západní hranici ve dvě části, z nichž severní zaujímá délku $39^\circ - 34\frac{1}{2}^\circ = 4\frac{1}{2}^\circ$ š čili $4\frac{1}{2} \times 700 = 3.150$ st., a jižní $34\frac{1}{2}^\circ - 23\frac{1}{3}^\circ = 11\frac{1}{6}^\circ$ š čili $11\frac{1}{6} \times 700 = 7.816$ st. — Druhého odhadu (přes 12.000 st.), jenž se neliší podstatně od délky východní hranice druhé sfragidy (13.000 st.), použil snad k umístění karmanských mysů Bagia (21° š, VI, 8, 8; srv. *Arrian. Ind.* 28) a Alabageion (20° š, *ibid.* ed. *Nobbe*; *Alambateir* v rk. Urb.) v okolí rovnoběžky napatské.

Nejen v omezení Ariany, i ve veškeré ostatní rozloze iránských zemí 1° hlavního kruhu má délkovou hodnotu 700 eratosthenovských stadií, jak zřejmo z těchto příkladů:

(1) Šířka Kaspického moře dle Erat. = asi 6.000 st. (Str. 74) : 700 = asi $8\frac{4}{7}^\circ$ š; dle Ptol. $48\frac{5}{6}^\circ - 40^\circ = 8\frac{5}{6}^\circ$ š (V, 8, 6; VI, 2, 2), po př. $48\frac{1}{2}^\circ - 40^\circ = 8\frac{1}{2}^\circ$ š ($48\frac{1}{2}^\circ$ š = rovnoběžka borysthenská).

(2) Rovnoběžková trať Baktra—horní Iaxartés dle Er. = asi 5.000 st. (Str. 514; *Plin. N. H.* VI, 45) čili $5.000 : 560 = 8\frac{13}{14}^\circ$ d; dle Pt. $125^\circ - 116^\circ = 9^\circ$ d (VI, 12, 1; VI, 11, 9).

(3) Trať Susa—Persepolis—hranice Karmanie dle Er. = 4.200 st. + 1.600 st. (Str. 727) t. j. $7\frac{1}{2}^\circ$ d + $2\frac{6}{7}^\circ$ d = asi $10\frac{1}{3}^\circ$ d; dle Pt. $91^\circ - 84^\circ = 7^\circ$ d a $94^\circ - 91^\circ = 3^\circ$ d, celkem 10° d (VI, 4, 4; VI, 3, 5).³⁾

(4) Pobřeží Persidy dle Str. 727 = asi 4.300 po př. 4.400 st., t. j. $7\frac{19}{28}^\circ$ d po př. $7\frac{6}{7}^\circ$ d; dle Pt. (VI, 4, 2; VI, 3, 1) $94^\circ - 86\frac{1}{2}^\circ$ d = $7\frac{1}{2}^\circ$ d.

(5) Délka Perského zálivu od »ústí« k západnímu břehu udávala se dle *Plin. N. H.* VI, 108 číslem 1.125 mil = $1.125 \times 8 = 9.000$ st. Na obratníku ($23\frac{5}{6}^\circ$ š), jenž dle Ptolemaia probíhá jižní částí zálivu, jest 1° d : 1° š = $4\frac{7}{12}^\circ$: 5 (I, 24, 17) z čehož pro hodnotu 1° š = 700 st. plyne 1° d = asi 642 st. Jest tedy 9.000 st. = $9.000 : 642 =$ asi 14° d ve shodě s mapou, dle níž západní břeh sleduje poledník 80° d a ústí začíná poledníkem 94° d.

(6) K ocenění pracovních method zeměpisců, zúčastněných při konstrukci mapy zvané Ptolemaiovou, jest poučným příspěvkem mapa západní Médie (VI, 2, 1). Eratosthenés v popisu obchodní dráhy Dioskurias—pohoří Kaspion—řeka Kyros—břeh Kaspického moře (Str. 91

³⁾ Že ještě v zem. šířce Alexandrie (31° š) platí, že 1° d = 560 po př. 400 st. jako na rovnoběžce rhodské (36° š), ukázal jsem jinde (*Mar. and Pos.* str. 12—13).

—92; 514) neopomenul vysvětliti, že Kaspion je místní pojmenování Kavkazu (Str. 497), a že mezi ním a stejnojmenným mořem a to sev. od Albanů (Str. 514) sídlí kmen Kaspiů, v době Strabónově již neznámý (Str. 502); vzdálenost mezi Kaspiem a Kyrem byla asi 1.800 st. (Str. 514; 225 mil = 1.800 st. Plin. N. H. VI, 45) a mezi Kyrem a Kaspickou Bránou 5.600 st. (Str. ibid.; 700 mil Plin. ibid.). Tvůrce mapy Médie měl však před sebou pouze suchý seznam Eratosthenových délkových údajů, pročez nevěděl o poměru mezi Kaspiem a Kavkazem, ba ani o západní části dráhy mezi Černým mořem a pohořím (srv. shodu s úryvkem Strabónovými 514 a Pliniovými I. c.), a proto nedovedl zastaralé zprávy jinak srovnati s novějšími mapami Pontsko-Kaspické šíje než tím, že položil Kaspion daleko k jihu (mezi body 79° d, $42\frac{1}{2}^{\circ}$ š a $80\frac{1}{2}^{\circ}$ d, 40° š; V, 12, 1); při tom ovšem udivuje odvaha, s níž pohoří tak záhadně učinil přirozenou hranicí mezi Armenií a Médií. Řeku Kyros, kterou měl již správně zakreslenu na rozhraní Armenie a Albanie, zakreslil podruhé mezi Kaspiem a Kaspickou Bránou, k čemuž jej svedl ze souvislosti vyňatý údaj Eratosthenův, a do fiktivního území mezi oběma Kyry přenesl sídla Kaspiů a albanskou (Plin. N. H. VI, 39) řeku Kambysos. V závislosti na témže zeměpisce položil ústí východního Kyru na 84° d, t. j. 10° d na z. od poledníku Kaspické Brány; jest to stupňový ekvivalent Eratosthenových 5.600 st., klademe-li 1° d = 560 st. V okolí pohoří Kaspia jest soulad s daty Eratosthenovými porušen, snad vlivem vzdálené, ale dalekosáhlé pozdní deformace čáry Alexandrie—Hellésontos—Borysthenés, jež světové mapě Ptolemaiově byla původně hlavním poledníkem.⁴⁾

Ale třeba že všude v Ptolemaiových mapách střední a přední Asie nápadně proniká Eratosthenova a Hipparchova představa o délce obvodu zemského a tím i jednoho stupně, nebyla ani Ariana ušetřena podobných oprav v duchu odpůrcí nauky Poseidóniovy. V tom smyslu zpracoval Marínos v poslední své Opravě Titianovu zprávu o vzdálenosti mezi Eufratem a Kamennou Věží (I, 11—12), i nemohl se vyhnouti současné úpravě polohy Palimbothera, mezi ním a průběhem Imau ve východním okolí Věže předpokládá určitou závislost (I, 12, 8); vskutku dal i na mapě výraz této závislosti, položiv JV »konec« Imau na poledník Palimbothera (143° d). Jakým způsobem se dopočítal čísla 143° d, o tom poučuje srovnání mapy Ptolemaiovy s Eratosthenovým popisem dráhy od Kaspické Brány k sídelnímu městu Maurjů (Str. 514; 689; srv. 723), jejíž itinerář jest tento: Kaspická Brána — 6.400 st. — Arejská Alexandrie — 1.600 (1.500) st. — Profthasia — 4.120 st. — Arachótoi — 2.000 st. — Ortospana — 1.000 st. — hranice Indie — 10.000 st. — Palimbothra.

Při směru celkem Z—V dráha vykazovala dle Eratosthena místní odchylky, tak mezi Arejí a Profthasií (Str. 723), ale ani tomuto 1.600 st. dlouhému úseku nepřiznával zeměpisec směr poledníkový, neboť při výpočtu přímé čáry z celkové délky cesty mezi Bránou a hranicí Indie odčítal pouze 1.300 st. (Str. 723—4).

⁴⁾ Mar. and Pos., str. 5—7, 13—15; srv. připojenou »A Note on the Relative Displacement of the Hellespont and Alexandria«.

Z důvodů, jichž možno se jen dohadovati, nezměnil Marinos ničeho na původních rozměrech Ariany; ponechal jí délku 25° d, jež však po odhodnocení 1° d na pouhá 400 st. ztrácí v míře délkové 14.000 — 10.000 = 4.000 st. Úlohy, stěsnati do původního rámce poseidóniovské prodloužení itineráře, zhostil se Marinos tím způsobem, že druhému a čtvrtému úseku dal směry přesně poledníkové, čímž rázem eliminoval 1.600 + 2.000 = 3.600 st.; dalších úspor dosáhl odchýlením třetího úseku směrem VJV, čímž jej zkrátil o $4.120 \times \frac{1}{6} = 687$ st.⁵⁾ a neodůvodněným zkrácením trati mezi Ortospany a hranicí Indie. Tuto trať ostatně úplně ignoroval při výpočtu zem. délky Palimbothra, jak zřejmo z připojeného tabellárního rozboru (Tab. I.).

Tab. I.

ÚSEK	Směr dle Ptol.	Eratosthenův		Ptolemaiova	
		stadiasmus	oblouková hodnota (pro 1° = 500 st.)	poloha krajních bodů	délka v stupních
Kaspická Brána Alexandreia Ar.	V	6.400	16° d	94° d — 110° d	16° d
Alexandreia Ar. Profthasia	merid. 110° d.	1.600	3 $\frac{1}{5}$ ° š	36° š — 32 $\frac{1}{3}$ ° š	3 $\frac{2}{3}$ ° š
Profthasia Arachótos	VJV	$4.120 \times \frac{5}{6}$ = 3.433	8 $\frac{1}{2}$ ° d	110° d — 118° d	8° d
Arachótos Ortospána	merid. 118° d.	2.000	4° š	30 $\frac{1}{3}$ ° š — 35° š	4 $\frac{2}{5}$ ° š
Ortospána Hranice Indie	V	1.000	2 $\frac{1}{2}$ ° d	} 118° d — 143° d	25° d
Hranice Indie Palimbothra	V	10.000	25° d		

* * *

Stadiasmy Eratosthenovy budují základní kostru světové mapy Ptolemaiovy v celém téměř jejím rozsahu, ale jejich převádění na míry obloukové dalo se, jak jsme se přesvědčili, dvojím způsobem.

(1) Oblouková (ve stupních vyjádřená) délka »úseků druhu E« shoduje se přesně nebo téměř přesně s hodnotou získanou přímým převodem stadiasmu na stupně po 700 eratosthenovských stadiích. Vedle

⁵⁾ Tého redukční metody užívá Ptolemaios v obdobných případech v I, 13, 4—8.

iránských příkladů patří sem úseky: Mys Hieron—Kalpé; poledník římský—Kanóbos; Alexandrie—Kanóbos—Pelusion—Ostrakiné; poledník alexandrijský—Myriandos; týž poledník—poledníkový úsek syrského Eufratu (72° d, původní poloha přechodu u Thapsaku)—poledníkový úsek Tigridu (76° d); přechod Eufratu u Thapsaku—Babylón (3.200 st. jakožto průměr polokružnice délky 4.800 st.; $\pi = 3$ v analogických výpočtech v I, 13, 3; 13, 6; celek posléze pošinut o $1\frac{1}{2}^\circ$ k V v souvislosti s poseidóniovským nosunem Babylónu); Eufratés (72° d) — poledník Kasp. Brány (3.200 + 9.200 st.); šířka Štastné Arabie.

(2) »Úseky v druhu P« shodují se počtem stupňů s výsledky nřímého převodu stadiasmů na stupně po 500 erat. st. Příklady: šířka Hispanie; Kalpé—Karallis; Karallis—Hippón Diarrvtos; Kalpé—Marínova Alexandrie ($61\frac{1}{4}^\circ$ d); Kyréné—Alexandrie; Alexandrie—Babylón (na podkladě vzdálenosti pouze 1.000 st. mezi Babylónem a Thapsakem!); Kaspická Brána Palimbothra.

Dvojí měřítko při zpracování stadiasmů vysvětluji historicky, změnou kartografova přesvědčení o velikosti Země a novějším (většinou) přizpůsobením many téže změně. Jiný vklad úseků druhu E. vlastně jen jediného jejich příkladu (trati Kanóbské ústí — Pelusion) podal nedávno H. v. M ž i k (Erdmessung, Grad, Meile und Stadion nach altarmenischen Quellen. Wien 1933. str. 106 sl.). Správně postřehl souhlas délkového rozdílu $2\frac{5}{12}$ d s vkladem Eratostenova údaje 1.300 st. s eratostenovského hlediska, chtěje však sloučiti toto své pozorování s poseidóniovským vyznáním Předmluvy, domnívá se, že Ptolemaios (jako prý před ním již Poseidónios, s čímž však srv. Marinus and Posidonius, pozn. 18. na str. 23—25) počítá v stadiích filetairických, jejichž délka jest k eratostenovskému stadiu v poměru 4 : 3 a jejichž připadalo 7 na římskou míli. Přepočítáme-li 1.300 erat. st. na $1.300 \times \frac{3}{4} = 975$ fil. st. a potom na délkové stupně po 400 fil. st., obdržíme po nepatrném zaokrouhlení $2\frac{5}{12}^\circ$ d, tedy tolik, kolik vskutku vypočítal náš kartograf. Proč Ptolemaios převedl Eratostenův stadiasmus soušední trati Kyréné—Alexandrie na stupně přímo, bez prostřednictví stadií filetairických, autor nevysvětluje, ač rozdíl ve zpracování je tím příkřejší, že jedna trati jest přímým pokračováním druhé.

Udavatelé poměrů 500 : 700 a 3 : 4 jsou si velmi blízcí, a poněvadž v poměru ke krátkosti zvolené čáry ($2\frac{5}{12}^\circ$ d) je zaokrouhlování zem. délek v Geo. IV, 5, 2—6 na šestiny stupně (nikoli na dvanáctiny!) velmi hrubé, nehodí se základna Deltý k řešení subtilní otázky, získal-li kartograf své obloukové délky úseků druhu E použitím jednoduché formule naší ($s = n : 700$) či v. M ž i k o v y ($s = n \times \frac{3}{4} : 500$, kdež $n =$ stadiasmus a $s =$ jeho oblouková hodnota); liší se totiž obojí výpočty pouze o $\frac{1}{20}$ menšího čísla. K rozhodnutí sporu hodí se jen oblouky dostatečně dlouhé, jejichž koncove body jsou na mapě Ptolemaiově definovány co možná přesně (souřadnicemi měst, poledníky, rovnoběžkami a pod.). Všechny případy, jež jsou mi známy a jež délkou aspoň 4.000 st. a přesností svého omezení splňují vytčené podmínky, převádím na stupně obojí methodou v Tab. II., jež umožňuje i srovnání s polohami Ptolemaiovými.

Tab. II.

Č.	ÚSEK	n (Eratosthenův stadia- smus)	Převod na stupně dle v. Mžika ($n \times \frac{3}{4} : 400$)	Převod na stupně Era- tosthenovy ($n : 560$)	Délkový rozdíl dle Ptolemaia
1	Pobřeží Persidy	4.300	$8\frac{1}{16}^{\circ}\text{d}$	$7\frac{19}{28}^{\circ}\text{d}$	$94^{\circ} - 66\frac{1}{2}^{\circ} = 7\frac{1}{2}^{\circ}\text{d}$
2	Myriandos poledník alexandrijský	5.000	$9\frac{3}{8}^{\circ}\text{d}$	$8\frac{13}{14}^{\circ}\text{d}$	$69\frac{1}{2}^{\circ} - 60\frac{1}{2}^{\circ} = 9^{\circ}\text{d}$
3	Baktra horní Iaxartés	5.000	$9\frac{3}{8}^{\circ}\text{d}$	$8\frac{13}{14}^{\circ}\text{d}$	$125^{\circ} - 116^{\circ} = 9^{\circ}\text{d}$
4	Kyros poledník Kasp. brány	5.600	$10\frac{1}{2}^{\circ}\text{d}$	10°d	$94^{\circ} - 84^{\circ} = 10^{\circ}\text{d}$
5	Susa hranice Karmanie	5.800	$10\frac{7}{8}^{\circ}\text{d}$	$10\frac{5}{14}^{\circ}\text{d}$	$94^{\circ} - 84^{\circ} = 10^{\circ}\text{d}$
6	Alexandrie poledn. úsek Eufratu	6.450	$12\frac{3}{32}^{\circ}\text{d}$	$11\frac{29}{66}^{\circ}\text{d}$	$72^{\circ} - 60\frac{1}{2}^{\circ} = 11\frac{1}{2}^{\circ}\text{d}$
7	Kanóbos poledník římský	13.500	$25\frac{5}{16}^{\circ}\text{d}$	$24\frac{3}{28}^{\circ}\text{d}$	$60\frac{3}{4}^{\circ} - 36\frac{2}{3}^{\circ} = 24\frac{1}{12}^{\circ}\text{d}$
8	Délka Ariany	14.000	$26\frac{1}{4}^{\circ}\text{d}$	25°d	$\left\{ \begin{array}{l} 119^{\circ} - 94^{\circ} = 25^{\circ}\text{d} \\ 119\frac{1}{2}^{\circ} - 94^{\circ} = 25\frac{1}{2}^{\circ}\text{d} \end{array} \right.$

Posiční čísla Geografie se tedy přimykají (s odchylkami $-5/28^{\circ}$, $+1/14^{\circ}$, $+1/14^{\circ}$, 0° , $-5/14^{\circ}$, $-1/56^{\circ}$, $-1/42^{\circ}$, 0° po př. $+1/2^{\circ}$) k hodnotám vyplývajícím z přímého převodu na délkové stupně po 560 st.; naproti tomu jsou její délkové rozdíly vesměs menší než čísla získaná methodou v. Mžikovou, od nichž se vzdalují celkem úměrně s rostoucí délkou stadiasmu, takže v řadě případů 1. až 8. odchylky stoupají takto: $-9/16^{\circ}$, $-3/8^{\circ}$, $-3/8^{\circ}$, $-1/2^{\circ}$, $-7/8^{\circ}$, $-19/32^{\circ}$, $-11/48^{\circ}$, $-1/4^{\circ}$ po př. $-7/4^{\circ}$. Největší průkaznost mají ovšem nejdelší úseky. Kdyby byl kartograf postupoval tak, jak předpokládá H. v. Mžik, byl by Řím umístil na poledníku $60\frac{3}{4}^{\circ} - 25\frac{5}{16}^{\circ} = 35\frac{7}{16}^{\circ}\text{d}$; převáděl-li přímo na stupně po 560 st., obdržel zem. délku $60\frac{3}{4}^{\circ} - 24\frac{3}{28}^{\circ} = 36\frac{9}{14}^{\circ}$. Vskutku položil Řím (III, 1, 54) na poledník $36\frac{2}{3}^{\circ}\text{d}$, jenž se od výpočtu posléze uvedeného liší jen o $1/42^{\circ}\text{d}$. Shoda s naším výkladem je tedy úplná, a sotva je tomu jinak s délkou Ariany, třeba že zatím nemohu s jistotou udati důvod, jenž přiměl kartografa k tomu, aby severně od rovnoběžky $32\frac{2}{3}^{\circ}$ š vychýlil východní hranici Ariany až o $1/2^{\circ}\text{d}$ za poledník 119°d .

Bylo ostatně vždy povážlivé mluvit o poseidóniovském základu mapy, jež basi Poseidóniova měření Země, čáru Rhodos—Alexandrie, kreslí způsobem neslučitelným s vážným pochopením nauky Poseidóniovy. Apamejský filosof stanovil astronomicky mezi krajními body své základny šířkový rozdíl $1/48$ hl. kruhu $= 7\frac{1}{2}^{\circ}$ š;⁶⁾ tím, že tvůrce mapy Ptolemaiovy klade Rhodos (36° š) do vzdálenosti 5° š od Alexandrie (31° š), ignoruje (i když snad vědomě nezavrhuje) východisko výpočtu

⁶⁾ Cleomedes, De motu circ. I, 10 (ed. Ziegler, p. 94—95).



Poseidóniova a dává za pravdu výsledkům měření Eratosthenova a Hiparchova. Je v plném souladu s tímto pozorováním, že základní konstrukci map přední a střední Asie tvoří kombinace prvků našeho typu E, zatím co zpracování dráhy přes Ortospana do Indie jeví zřejmé znaky násilného přizpůsobení starému eratosthenovskému rámci a zároveň jest časově datováno výpočtem polohy Kamenné Věže v poslední Opravě, pro kterou jedině máme dosvědčeno poseidóniovské stanovisko Marinovo. Jen dodatečným prodloužením v poměru 500 : 700 (tedy ve smyslu Poseidóniovy nauky o malé zeměkouli) lze vysvětliti úkaz, že délky některých zemí, ovládaných úseky druhu E, bývají násobky čísel 5° d po př. $2\frac{1}{2}^{\circ}$ d (Médie 15° d, Persis 10° d, Karmanie 10° d, břeh Gedrosie 5° d; známá část Asie 125° d), kdežto v průvodu tratí druhu P se uplatňují čísla 7° d a $3\frac{1}{2}^{\circ}$ d (Parthie a Hyrkanie po 7° d, Areia $10\frac{1}{2}^{\circ}$ d; Afrika 77° d, Evropa 70° d). Čísla 5° d a $2\frac{1}{2}^{\circ}$ d mají přímý vztah k rozdělení *hóriaií* (hodinových sloupců po 15° d) na třetiny a šestiny (srv. I, 23, a zem. délky Říma, Bithynie a Babylónu v Almagestu) a poukazují na starší způsob, jenž délky zemí vyjadřoval »hodinami« a jejich zlomky. Čísla 7° d a $3\frac{1}{2}^{\circ}$ d nemají k hodinové soustavě poledníků přímého vztahu; nabývají smyslu jedině závislostí $7^{\circ} = 5^{\circ} \times \frac{700}{500}$ a $3\frac{1}{2}^{\circ} = 2\frac{1}{2}^{\circ} \times \frac{700}{500}$, což svědčí sekundárnímu prodloužení Eratosthenových itinearářů a zemí jimiž trati typu P probíhají.

* *
*

Přesvědčili jsme se, jak nedostatečné, ba ošemetné (ovšem bez viny Ptolemaiovy) jsou informace Předmluvy o mathematicko-zeměpisných předpokladech alexandrijské mapy. Platnost a dosah závěrů, vyvozených ze studia kritických statí I. knihy, jsou omezeny poznáním, že Předmluva referuje toliko o posledním, závěrečném období Marinových oprav mapy světové. O zprávy první knihy, jedině z osmi knih Geografie, se však dosud opíraly téměř výhradně všechny pokusy o řešení souboru otázek, soustředěných kolem vzniku mapy i knihy Ptolemaiovy. Není pochyby, že pokrok tomuto směru bádání zajistí jen rozšíření dosavadní nadmíru těsné základny o methodický rozbor bohatého materiálu popisných knih Geografie (II. až VIII.).

Mathematical Foundations of Ptolemy's Map of the World.

S u m m a r y.

A thorough examination of Ptolemy's maps of Iran has brought to light fresh corroborative evidence for the thesis advocated in the paper *Marinus and Posidonius* (Chotěboř 1936) that the earlier stages of Ptolemy's map of the world had reckoned 1° of the great circle at 700 Eratosthenian stades and that in spite of subsequent attempts to remould it on Posidonian lines, large areas were allowed to retain their original sizes.

(1) Substituting the values of 700 st. for 1° lat. and $\frac{4}{3} \times 560 = 560$ st. for 1° long., Ptolemy's length of Ariana (the 2nd sphragis of Eratosthenes) turns out to agree with the Eratosthenian *stadiasmus* (14.000 st. : 560 = 25° long.; Strabo 64; 724).

(2) Ptolemy's Ariana covers $39^{\circ} - 20\frac{1}{4}^{\circ} = 18\frac{3}{4}^{\circ}$ lat. in breadth ($20\frac{1}{4}^{\circ}$ lat. being the parallel of Napata) conformingly to the statement of the same authority ($13.000 \text{ st.} : 700 = 18\frac{4}{7}^{\circ}$ lat.; the breadth of Ariana being determined by the length of the Indus, Str. 723; 689; Arriani Ind. 3).

(3) The analogous figure for the length of the western boundary (clinging to the meridian of the Caspian Gates) is given by Eratosthenes as $ca\ 3.000 + 8.000 = ca\ 11.000 \text{ st.}$ (Str. 80); this is equivalent to $11.000 : 700 = 15\frac{5}{7}^{\circ}$ lat. Now $39^{\circ} - 15\frac{5}{7}^{\circ} = 23\frac{2}{7}^{\circ}$ lat., and as already pointed out by the present writer in his *Marinus of Tyre* (Chotěboř 1931, p. 35, note 35), the parallel of $23\frac{1}{3}^{\circ}$ lat. plays a conspicuous part as the trend-line of the mouth and the southern coast of the Persian Gulf. Both the individual statements ($ca\ 3.000 \text{ st.}$ and 8.000 st.) apply to the two sections of the western line respectively above and below the Medo-Persian boundary; in Ptolemy's map we have: $39^{\circ} - 34\frac{1}{2}^{\circ} = 4\frac{1}{2}^{\circ}$ lat., or 3.150 st. ; and $34\frac{1}{2}^{\circ} - 23\frac{1}{3}^{\circ} = 11\frac{1}{6}^{\circ}$ lat., or 7.816 st.

(4) It is just as easy to trace Eratosthenes as Ptolemy's authority for Media whose westmost part (Geo. VI, 2, 1 ed. Nobbe) is as a matter of fact an awkward repetition of Albania (*Caspus mons* = the Caucasus. Str. 497; Caspii; Cyrus fl.; Cambysus fl.). Eratosthenes had placed Mount Caspius 1.800 st. to the west of the Cyrus which in turn flowed 5.600 st. to the west of the Caspian Gates (Str. 514; Plin. N. H. VI, 45). Ptolemy puts the mouth of the eastern Cyrus in 84° long., that is, 10° long. to the west of the Gates, and evidently 10° long. = $5.600 : 560$.

(5) Other noteworthy instances previously not given are as follows: Breadth of the Caspian = $ca\ 6.000 \text{ st.} : 700 = ca\ 8\frac{4}{7}^{\circ}$ lat. according to Eratosthenes, and $8\frac{1}{6}^{\circ}$ lat. according to Ptolemy. — Length of the coast of Persis = 4.300 st. (or $7\frac{9}{28}^{\circ}$ long.) acc. to Erat. (Str. 727), $7\frac{1}{2}^{\circ}$ long. acc. to Ptol. — Length of the Persian Gulf from the mouth to the western coast = 1.125 R. miles or 9.000 st. (Pliny N. H. VI, 108). One degree of the tropic being to 1° lat. in the ratio $4\frac{7}{12}$ to 5 (I, 24, 17), and 1° lat. being taken as 700 st. , it follows that 1° long. = ab. 642 st. , and $9.000 : 642 = ab.\ 14^{\circ}$ long. This really is the difference of longitudes between the mouth (94° long.) and the trend-line of the western coast (80° long.).

As set forth in *Marinus and Posidonius*, Marinus' adoption in his last *Diorthosis* of the Posidonian standard as well as his efforts to fix the position of the Stone Tower entailed a Posidonian lengthening of the Eratosthenian itinerary from the Gates to Palimbothra (cp. I, 12, 8), but whatever the reason, the mathematical framework of Ariana should be spared any adequate deformation. To make good the shortage of space due to the Posidonian devaluation of one degree (whereby the angular length of Ariana became $14.000 - 10.000 = 4.000 \text{ st.}$ too short of the right amount), Marinus unlike Eratosthenes doubled the portion of the route between Aria and Ortospa by introducing two meridional sections, gave the intermediate section a trend SE by E, etc. —

So it seems that in a number of cases the Eratosthenian *stadiasmi* have been converted directly into degrees of 700 Eratosthenian stades each (»sections of the E-type«), whereas the »sections of

the P-type« seem to have been derived from the *stadiasmi* on the supposition that $1^\circ = 500$ Erat. stades. One of the former sort served H. v. Mžik (Erdmessung, Grad, Meile und Stadion nach altarmenischen Quellen, Wien 1933 p. 106 foll.) to test his ingenuous hypothesis that Ptolemy reckons in philetaerian stades that are in the ratio 4 : 3 with the Eratosthenian stades. He argues that Ptolemy when computing in degrees of longitude the line Pelusium—Canobic mouth first turned the 1.300 Erat. st. into philetaerian units of length by multiplying the number of Erat. stades with $\frac{3}{4}$, and that he then divided the product (975 phil. st.) by the length of 1° long. (400 phil. st.) so as to get $2\frac{5}{12}^\circ$ long.*)

With short lines like the one analyzed by v. Mžik, and with Ptolemy's half a dozen kinds of denominators, it is impossible to make out which of the two alternative formulas, viz.

$$(1) s = n : 560,$$

$$(2) s = (n \times \frac{3}{4}) : 400,$$

(where n = the Eratosthenian *stadiasmus* and s = its angular equivalent), actually meets the case, the respective results differing from one another by only one-twentieth of the less figure. In *Table II* I have listed all sections of the E-type exceeding 4.000 st. in length whose ends are easy to ascertain in Ptolemy's map with considerable accuracy. Arranged according to the ascending order of their lengths, it is the following distances: (1) Length of the coast of Persis; (2) Myriandus—merid. of Alexandria; (3) Bactra—uppermost Iaxartes; (4) Cyrus fl.—merid. of the Caspian Gates; (5) Susa—confines of Carmania; (6) Alexandria—meridional section of the Euphrates; (7) Canobus—meridian of Rome; (8) length of Ariana. The headings of most columns are easy to understand; the last column gives the respective differences of longitudes according to Ptolemy ($1^\circ d = 1^\circ$ long.). It appears that our theory stands the test, the Ptolemaic distances agreeing with those worked out by means of the formula (1) within $+ \frac{1}{14}^\circ$ to $- \frac{1}{2}^\circ$, whereas v. Mžik's formula yields results somewhat in excess of the Ptolemaic distances, the divergence increasing directly with the lengths of the *stadiasmi* within a range from $- \frac{2}{8}^\circ$ to $- 1\frac{11}{48}^\circ$, or even to $- 1\frac{1}{4}^\circ$. To take a special case, the distance between Canobus and the meridian of Rome is according to Eratosthenes 13.500 st. in length (Str. 64; 93). If v. Mžik's theory were true, the Ptolemaic position of Rome would be $60\frac{3}{4}^\circ$ (the long. of Canobus) less $25\frac{5}{16}^\circ (= 13.500 \times \frac{3}{4} : 400) = 35\frac{7}{16}^\circ$ long. On our hypothesis the longitude would be $60\frac{3}{4}^\circ$ less $24\frac{3}{28}^\circ (= 13.500 : 560) = 36\frac{9}{14}^\circ$ long. Now Ptolemy places Rome in $36\frac{2}{3}^\circ$ long. or within only $\frac{1}{42}^\circ$ of the latter figure. It is much the same thing with the length of Ariana.

It need not be said that Ptolemy's representation of the Posidonian base-line (the line Rhodes—Alexandria which he makes cover 5° lat. as against the $7\frac{1}{2}^\circ$ lat. according to Posidonius) precludes a serious and far-going Posidonian revision of the Alexandrian map, let alone the view that the cartographer had started with Posidonian ideas.

*) Just nextdoor there is an instance of the P-type, the line Cyrene—Alexandria, and it is to be regretted that v. Mžik pays as much as no attention to this double way of treating the Eratosthenian stades.

A Note on the Relative Displacement of the Hellespont and Alexandria.

This problem, with a special reference to Rhodes, formed the topic of several remarks in my *Marinus and Posidonius* and was likewise treated by P. Schnabel (*Philologus* 1935). However, Ptolemy's representation of the line Alexandria—Hellespontus—*ostium Borysthenis* seems to be opposed to the view that the westward displacement of Rhodes is to be looked upon as the primary change; it rather shows cogently that to take the matter by the right end we must search for a clue somewhere about the parallel of Rome ($41\frac{2}{3}^{\circ}$ lat.) where the distortion attains the maximum amount, the Hellespont being placed as much as $5\frac{1}{2}^{\circ}$ long. away from the meridian of Alexandria. Now the Eratosthenian beginnings of Ptolemy's map in mind, two peculiarities about the quadrilateral Rome—Hellespont—Alexandria—Carthage can easily be revealed that are to a high degree relevant to our problem:

(1) Ptolemy places Rome $55^{\circ} - 36\frac{2}{3}^{\circ} = 18\frac{1}{3}^{\circ}$ long. away from the Hellespont ($1\frac{1}{3}^{\circ}$ h = 20° long. in Synt. VII, 3), and Dyrrhachium in 45° long., that is, $8\frac{1}{3}^{\circ}$ long. to the east of Rome and 10° long. to the west of the Hellespont.

The Roman itineraries had fixed the length of the route Rome—Brundisium with 360 miles = $360 \times 8 = 2.880$ st. (Str. 283; O. Cuntz, *Die Geographie des Ptolemaeus*, Berlin 1923, p. 196, No 1134; and p. 197, No 1216 gathers from specimens still extant 359 to 363 miles). Then there was a sail of 1.800 st. thence to Epidamnus = Dyrrhachium (Str. 283; 225 miles = 1.800 st. Pliny N. H. III, 101); and the length of the overland route thence to Byzance was given as 711 miles = $711 \times 8 = 5.688$ st. (Pliny N. H. IV, 46; 754 miles = 6.032 st. according to the *Itin. Ant.* ed. O. Cuntz 1929, p. 48).

The whole distance Rome-Dyrrhachium was, then, $2.880 + 1.800 = 4.680$ st., or in terms of angular measures, $4.680 : 560 = \text{ab. } 8\frac{1}{3}^{\circ}$ long. in keeping with Ptolemy. For the interval between Dyrrhachium and Byzance we get $5.688 : 560 = \text{ab. } 10^{\circ}$ long.; this is the Ptolemaic interval between Dyrrhachium and the Hellespont, the latter having long been conceived as lying on the same meridian with Byzance but close to the parallel of Rome. So we may take it for certain that the Ptolemaic distance of $8\frac{1}{3}^{\circ} + 10^{\circ} = 18\frac{1}{3}^{\circ}$ long. between Rome and the Hellespont goes back to Roman itineraries; that the cartographer reckoned one mile at 8 st.; and that he employed the Eratosthenian (Hipparchian) standard.

(2) Ptolemy's longitude of Rome meets still another condition. The interval between Canobus and the common meridian of Rome and Carthage was 13.500 st. according to Eratosthenes (Str. 64; 93); in angular measures, $13.500 \text{ st.} = 13.500 : 560 = 24\frac{3}{28}^{\circ}$ long. Ptolemy places Canobus in $60\frac{3}{4}^{\circ}$ long. and Rome in $36\frac{2}{3}^{\circ}$ long., the difference being $24\frac{1}{12}^{\circ}$ long.

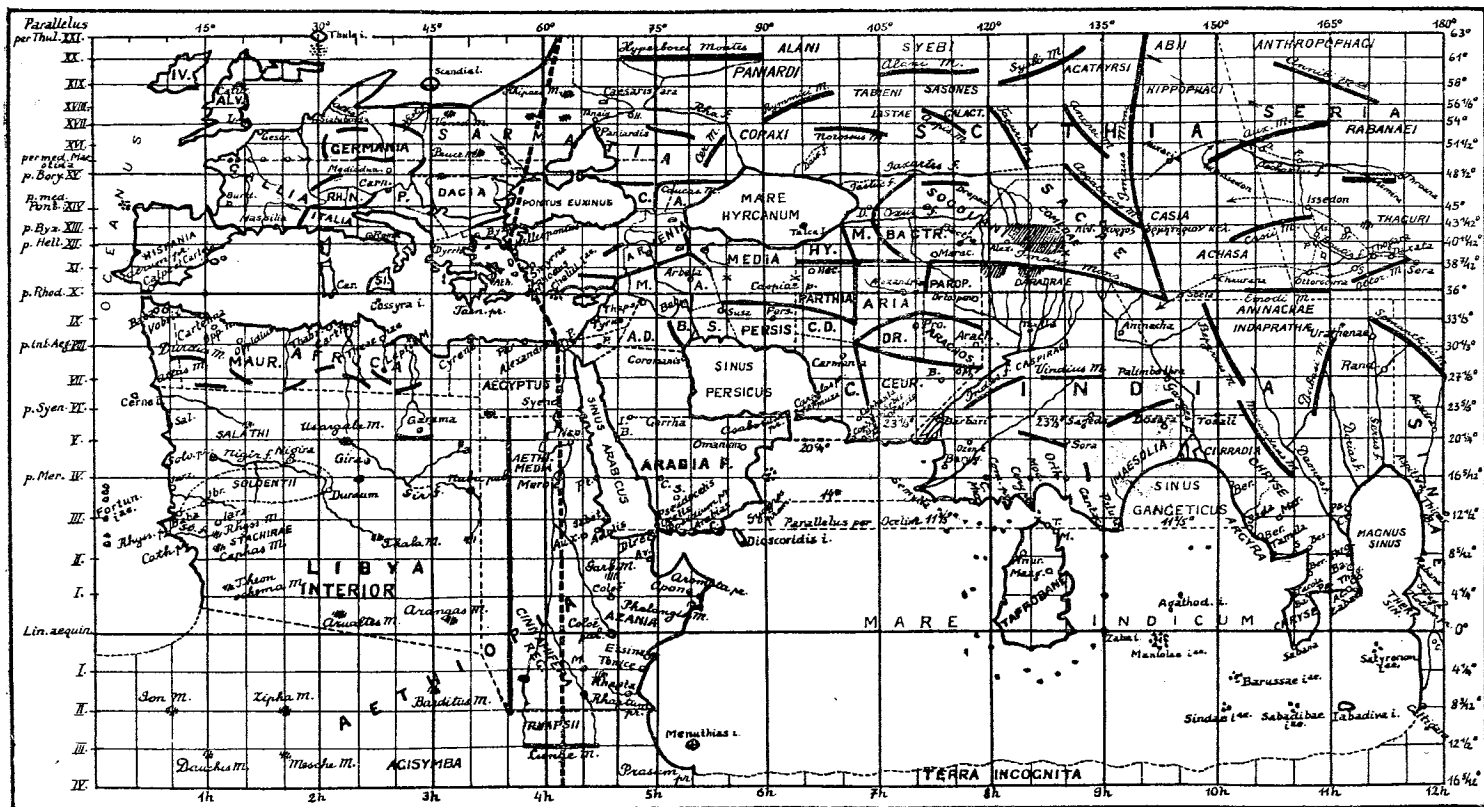
Both our observations (1, 2) render it probable that at one point of time previously to the Posidonian upset the cartographer (whoever he may have been) bestowed some care on the question how to reconcile the trustworthy Roman mileage of the route to the Bosphorus with the equally reputed statement of Eratosthenes; and he disposed of his task wisely enough by the sacrifice of the traditional notions of the meridian of Rhodes.

According to Ptolemy, Dyrrhachium is $15\frac{1}{2}^{\circ}$ long. distant from Alexandria but 10° long., or $\frac{2}{3}$ of one hour, from the Hellespont. Book VIII, 12, 3 (ed. Nobbe, but not the MS Urb. 82) places it $\frac{2}{3}$ of an hour to the westward of Alexandria. As pointed out in Marinus and Posidonius, p. 15. this is a survival of an early stage of Ptolemy's map, preceding the displacement of the Hellespont. —

Regarding the Ptolemaic »base-line« (Carthage—Babylon), several significant facts could be established whose publication I reserve for another paper.

* * *





I. Ptolemaiova mapa v projekci Marínové. Deformace čáry hlavního poledníku.