Л. Эйлер.

(Портретная галлерея Академии Наук)

ACADÉMIE DES SCIENCES DE L'URSS

TRAVAUX DE L'INSTITUT DE L'HISTOIRE DE LA SCIENCE ET DE LA TECHNIQUE

SÉRIE II FASC. 1

LÉONARD EULER

1707—1783

◆

RECUEIL DES ARTICLES
ET MATÉRIAUX EN COMMÉMORATION
DU 150-e ANNIVERSAIRE
DU JOUR DE SA MORT

PUBLIÉ PAR L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE L'URSS

MOSCOU 1935 LENINGRAD

АКАДЕМИЯ НАУК СССР

ТРУДЫ ИНСТИТУТА ИСТОРИИ НАУКИ И ТЕХНИКИ

СЕРИЯ II ВЫП. 1

ЛЕОНАРД ЭЙЛЕР

1707—1783

◆

СБОРНИК
СТАТЕЙ И МАТЕРИАЛОВ
К 150-ЛЕТИЮ
СО ДНЯ СМЕРТИ

ИЗДАТЕЛЬСТВО АКАДЕМИИ НАУК СССР
МОСКВА , 1935 ЛЕНИНГРАД

Напечатано по распоряжению Академии Наук СССР

Непременный секретарь академик *В. Волгин*

Июнь 1935 г.

Редактор издания акад. *А. М. Деборин*

★

Технический редактор А. Покровский

Ученый корректор А. М. Налетов

Обложка и суперобложка К. Л. Иванова

Акад. А. Н. КРЫЛОВ

ЛЕОНАРД ЭЙЛЕР[1]

В Базеле у сельского пастора Павла Эйлера $^{4}/_{15}$ апреля 1707 г. родился сын, получивший имя Леонард, которому было суждено стать одним из величайших математиков, когда-либо бывших.

Детство он провел в селении Риэн, приходе своего отца, и от отца же получил первоначальное образование.

Его отец, сам бывший ученик Якова Бернулли, ценил и знал математику и обучал ей и своего сына, хотя предназначал его к духовному званию.

После домашнего воспитания юный Леонард был отправлен в Базель, чтобы пройти курс старших, так называемых философских, классов тогдашней гимназии или семинарии, между которыми существенной разницы не было.

Благодаря изумительной памяти, он легко справлялся с семинарской схоластической премудростью и в свободное время стал аккуратно посещать лекции по математике в Университете, где профессором был знаменитый Иван Бернулли, который, вскоре оценив талант своего юного ученика, даже стал с ним заниматься отдельно по субботам, предложив ему изучать самостоятельно творения знаменитейших авторов, обещая разъяснять те трудности, которые Эйлеру могли бы встретиться.

В 1723 г. шестнадцатилетний Эйлер сдал испытание на степень магистра искусств (magister artium), причем он произнес по-латыни речь, сравнивая философию Ньютона и Декарта. Затем по настоянию своего отца он стал изучать богословие и древнееврейский язык, но вскоре с согласия отца перешел исключительно на занятия математикой под руководством И. Бернулли и подружился с его сыновьями — Николаем и Даниилом.

В 1725 г. была учреждена в Петербурге Академия Наук. Молодые братья Николай и Даниил Бернулли были в нее приглашены и заняли в ней места членов, или, как тогда говорилось, профессоров. Они убеждали и Эйлера последовать их примеру, как только к тому представится случай, и так как ожидалось открытие кафедры физиологии, то посоветовали ему заняться этим предметом.

---

[1] Доклад, прочитаный на торжественном заседании в Академии Наук СССР 5 октября 1933 г. и вышедший тогда же отдельным изданием.

Начав ревностно заниматься медициной, молодой Эйлер не только не оставил занятий математикой, но защитил диссертацию на право выступить кандидатом на занятие кафедры физики в Базельском университете. Мало того, он представил на конкурс, объявленный Парижской Академией Наук, сочинение о расположении мачт на корабле. Это сочинение получило почетный отзыв и было напечатано Академией в собрании премированных трудов, что особенно замечательно, ибо в гористой Швейцарии, из которой до того времени Эйлер никуда не выезжал, он конечно имел случай видеть корабль не иначе, как на картинках, если не считать малых речных и озерных судов.

Университетские кафедры и вообще всякие должности замещались в то время в Базеле не по выборам, а по жеребью между кандидатами. Жеребьевка оказалась для Эйлера неблагоприятной, и вскоре после этой неудачи он, по вызову братьев Бернулли, выехал в Петербург, где он был назначен адъюнктом по математике с окладом 300 руб. в год, хотя вызывался для занятия кафедры физиологии. Ему в то время едва минуло двадцать лет.

Вскоре своими статьями, помещенными в „Записках Академии", Эйлер занял почетное место среди знаменитейших математиков того времени, которое как-раз совпадало с наибольшим развитием математического творчества, вызванного коренным преобразованием математики и переходом ее от синтеза древних геометров к анализу бесконечно-малых и приложениям его к механике, физике, астрономии и пр.

Здесь полезно вспомнить о состоянии той страны, в которую Эйлер переселился. Попал он в эту страну из маленькой Швейцарии, где культура восходила от Юлия Цезаря и древних римлян, построивших в ней такие дороги и мосты, которые почти без ремонта стоят и поныне. Со времени Вильгельма Телля там безвозвратно был свергнут деспотизм императорских наместников, папских легатов и иезуитов, хотя одно время и процветало едва ли лучшее изуверство Кальвина.

Екатерина I, „непомнящая родства", по определению Бильбасова, в самый день приезда Эйлера умерла, и началась при малолетнем Петре II борьба временщиков Меншикова и Долгоруких.

„Тайная канцелярия", сменившая „Преображенский Приказ", работала не хуже, чем при князе-кесаре Ромодановском; кнутобойство шло во-всю, допросы чинились с „пристрастием"; „дыба", „виска", „угольки", „подноготная" достигли затем апогея с воцарением Анны Ивановны и ее фаворита Бирона, после чего десять лет шла „бироновщина".

Хотя существовала сразу ставшая знаменитой Академия, но в стране не только не было науки, но даже самого этого слова не существовало в тогдашнем русском языке, и Академия именовалась „ди сиянс Академия", а ее ученики „елевами".

Дороги в стране были таковы, что для сколь-нибудь дальней поездки выжидали зимнего пути; о грубости нравов свидетельствует существование штата придворных шутов и шутих; было еще множество живых участников „всепьянейших“ и „всешутейших“ соборов Петра, было множество свидетелей процессий Степки-медведя „Вытащи“ и подвигов попа Битки.

Кроме рассказов очевидцев Эйлер мог ознакомиться с нравами и обычаями московитов и по книге Герберштейна, тогда еще не очень устаревшей, в которой приведены столь назидательные ответы архиепископа Нифонта на, очевидно, из жизни взятые, далеко не скромные, вопросы новгородца Кирилла. Можно вообразить, как все это действовало на юного, скромного, чинного сына благочестивого швейцарского пастора, — он замкнулся в себе и с необыкновенным рвением и творческим гением занялся наукою.

На Академию возлагалось тогда не только сочинение „ландкарт“, но и торжественных од на победы и тесоименитства императрицы, составление не только предсказаний астрономических явлений и погоды, но и гороскопов по всем правилам астрологии, составление проектов „потешных огней“, „иллюминаций“ и прочих увеселений для ражей, семипудовой, вечно полупьяной, скучающей, развратной императрицы Анны.

Батогами были биты не только академические переводчики Барков и Лебедев „за велие пьянство и дебоширство“, но и сам „элоквенции“ профессор В. К. Тредьяковский, правда своеручно кабинет-министром, которому он чем-то не угодил.

Неудивительно, что когда „коронованный философ“ Фридрих, преобразовывая в Берлине Академию, пригласил в нее Эйлера, он в 1741 г. это предложение принял и переехал в Берлин.

Фридрих принял его с честью; его пригласили на придворный бал, королева была с ним особенно ласкова, но на все свои любезности и расспросы получала односложные ответы: „да“, „нет“.

Когда придворные спросили Эйлера, почему он так неразговорчив, он отвечал: „Я приехал из страны, где, кто разговаривает, того вешают“.— Ответ, достаточно вразумительно характеризующий и эпоху и страну.

Будучи в Берлине, Эйлер продолжал состоять членом Петербургской Академии не только номинально, но самым деятельным образом, ежегодно доставляя для ее „Записок“ примерно по десятку мемуаров по самым разнообразным вопросам сверх таких капитальных сочинений, как двухтомная „Scientia Navalis“ — „Морская наука“, изданная в 1749 г., и „Дифференциальное исчисление“, изданное в 1755 г.

В декабре 1742 г. ставшим в то время обычным способом, т. е. при помощи маленького „действа“ и прямого или через Сибирь отправления предшественника туда „иде-же несть болезни, печали ни воздыхания, но жизнь бесконечная“ воцарилась:

„Царей и царств земных отрада
Возлюбленная тишина“.

Смертную казнь отменила, но застенки с дыбой для допросов с пристрастием, батогами и кнутами сохранила и, „чтобы другим таким не повадно было", приказала вырвать языки и бив кнутом сослать в Сибирь трех знатных, болтливых придворных дам „за изблевание хулы на Е. И. В. что ее де потому в 1730 г. не выбрали на царство, что она хотя и не замужняя, а была тогда на сносях, к тому же и рождена до брака Петра с Екатериною", причем последние слова были выражены кратко официальным, не имеющим женского рода термином, принятым в „Уложении царя Алексея Михайловича" (гл. X, ст. 280).

Ответ Эйлера немецким камергерам получил скорее и наглядное подтверждение.

Своего из церковных певчих с громоподобным басом фаворита Алексея Разумовского возвела в графы, одарила чуть не сотней тысяч душ крестьян, обратив их этим из свободных в крепостные, и сделала его своим законным супругом.

У Разумовского был 16-летний брат Кирилл. Приставил он к нему в наставники какого-то доку-чиновника по фамилии Теплов, дал неограниченный кредит и отправил в учение за границу. За два года Кирилл объездил чуть ли не дюжину столичных и университетских городов, изучил в них самым обстоятельным образом все вертепы, публичные и игорные дома и, снабженный пачками дипломов и свидетельств, выданных щедро оплаченными из данного братом неограниченного кредита, профессорами, вернулся в Россию.

Малограмотная Елизавета, которая, может быть, и в самом деле верила, что Кирилл „все науки произошел", назначила его в возрасте 18 лет президентом Академии Наук, которую он и начал реформировать, поучая знаменитейших академиков тому, что им следует делать и как истинно научно работать.

Определив в службу некоего немца Шумахера конференц-секретарем, а того же Теплова правителем дел, мудровал Кирилл над Академией 20 лет.

Эйлеру, бывшему в Берлине, не пришлось поучаться у Кирилла, но зато его поучал „коронованный философ", который также считал, что он все знает и все может.

Но Фридриха отвлекали от Академии почти беспрерывные войны, по его собственным словам, „с тремя блудницами" (mit die drei Huren) — Марией-Терезией, Елизаветой и маркизой Помпадур, правивших Францией за Людовика XV.

В одну из этих войн русские войска заняли Берлин, пограбили его окрестности, в том числе и мызу Эйлера, которую к тому же сожгли, но уважение к Эйлеру было столь велико, что фельдмаршал Салтыков приказал возместить все понесенные им убытки, когда же об этом доложили Елизавете, то она приказала добавить громадную по тогдашнему времени сумму в 4000 рублей.

В Берлине Эйлер пробыл ровно двадцать пять лет. За это время он поместил в „Записках Берлинской Академии" сотни статей как по чистой математике, так главным образом прикладной, издал три тома отдельных статей, не вошедших в журналы и „Записки Академии“, три тома писем к немецкой принцессе „о физических и философских материях“, два тома введения в анализ, том о вариационном исчислении и том о теории Луны.

Хотя по временам он навлекал на себе неудовольствие Фридриха, но Фридрих его весьма высоко ценил и, когда в 1766 г. Екатерина II пригласила Эйлера вернуться „на любых условиях“ в Петербург, Фридрих не хотел его отпустить, но должен был уступить настояниям Екатерины.

Самому Эйлеру вместо штатного содержания профессора в 1200 руб. было положено 3000 руб., его сын Иван Альберт был определен профессором физики с жалованием в 1000 руб., другой сын был назначен лейбмедиком Екатерины, третий определен в артиллерию и вскоре назначен начальником Сестрорецкого оружейного завода. Кроме того, Екатерина приказала выдать Эйлеру не в зачет на постройку дома 8000 руб.

Фридрих выразил свою досаду на отъезд Эйлера в известном письме Даламберу, в котором имеется такая острота: „говорят, что корабль, на котором Эйлер отправил свое имущество, потонул и на нем погиб сундук, набитый его *XX* и его *KK*, так что мир будет некоторое время лишен столь занимательного чтения“. Через Даламбера письмо получило огласку, чем Эйлер был не на шутку огорчен и обижен.

Эйлер в то время справедливо считался первым математиком в мире и, живя в Петербурге и пользуясь всеобщим уважением и почетом, начиная от самой царицы, продолжал неустанно работать, проявляя поразительную производительность.

Необходимо при этом заметить, что еще в 1736 г. Эйлер, исполнив в три дня какую-то громадную вычислительную работу, на которую прочие академики требовали три месяца, от перенапряжения заболел и лишился правого глаза.

В 1766 г., едва вернувшись в Россию, он снова заболел и совершенно лишился зрения и на левый глаз, но такова была сила его гения и воображения, что ученая его производительность не только не иссякла, но продолжалась с неизменной силою до самой его смерти.

С 1766 г. по 1783 г. им продиктовано его сыну Ивану Альберту и ученикам, членам Академии, Крафту, Лекселю, Фуссу сотни статей и 10 громадных томов отдельных сочинений по самым разнообразным вопросам чистой и прикладной математики, как о том будет сказано ниже.

18 сентября 1783 г. он в перерыве между занятиями шутил со своим пятилетним внуком, почувствовал себя сразу дурно и, по словам Кондорсе, „прекратил вычислять и жить“.

Как видно, не внешними проявлениями богата жизнь Эйлера, но зато его творчество изумительно и в науке беспримерно.

Отдельных сочинений им издано 43 тома, главнейшие из которых вы можете видеть на этом столе; отдельных статей им написано 783, а может быть окажется и больше.

Издание полного собрания его сочинений, предпринятое 25 лет назад по международной подписке Швейцарским обществом естествоиспытателей, по первоначальному предположению должно было заключать 40 томов, а теперь, когда их издано 23, выяснилось, что потребуется еще 46 томов, а может быть и более.

На этом столе вы можете наглядно видеть, сколько эти 69 томов составят.

Само собою разумеется, что нет никакой возможности дать сколько-нибудь полное обозрение этих сочинений, поэтому мы ограничимся лишь главнейшими, причем я постараюсь охарактеризовать те сочинения Эйлера, которые он предназначал служить учебными руководствами или же те, в которых предмет излагается полностью, начиная от самых элементов, так что может быть по этим сочинениям изучаем.

I

Уже было сказано, что по совету Ив. Бернулли Эйлер изучал математику по подлинным творениям великих авторов — создателей науки. Нетрудно видеть, почему Бернулли дал такой совет: во-первых, сразу оценив необыкновенные способности Эйлера, он видел в нем будущего творца науки, и указанный им путь вел наилучшим образом к развитию именно творчества в науке, во-вторых, в то время не было руководств, по которым можно было бы изучать преобразуемую тогда анализом бесконечно-малых математику.

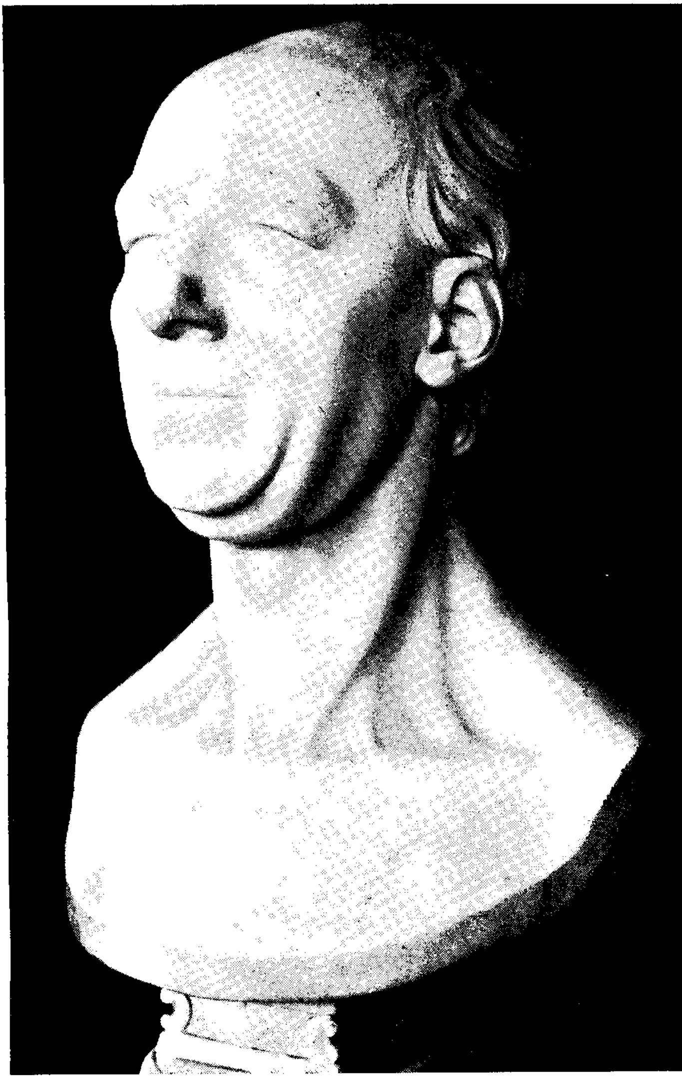
Но ясно, что метода, применимая к Эйлеру, была не применима не только к заурядным, но даже к способным ученикам, но не обладающим гением Эйлера.

Было также указано, что Эйлер еще в юные годы решил посвятить себя научной и профессорской деятельности; но конечно сразу увидал отсутствие руководств, по которым было бы возможно изучать с достаточною полнотою „новую математику“, т. е. анализ бесконечно-малых, чтобы применять его в других областях науки — механике, физике, астрономии, и вот он решил восполнить этот недостаток.

Он начал с механики, но мы в нашем обзоре не будем в точности следовать хронологическому порядку и начнем с анализа.

4 июля 1744 г. Эйлер писал Гольбаху: „... после того, как я составил себе план полного трактата об исчислении бесконечно-малых, я заметил, что необходимо ему предпослать весьма много такого, что собственно к этому исчислению не относится, но изложения чего нигде нельзя найти, отсюда возникло это сочинение как введение в исчисление бесконечно-малых“.

Намеченный грандиозный план он выполнил, не только создав необыкновенного достоинства руководства, но дав в них и новое систематическое развитие самой науки.



Бюст Л. Эйлера, работы Я. И. Рашетта. 1784 г.

Эти руководства по анализу следующие:

1. Введение в анализ бесконечно-малых. 2 тома, 1748 г.

2. Дифференциальное исчисление. 1 том, 1755 г.

3. Интегральное исчисление. 3 тома, 1768—1770 г.

4. Дополнения к интегральному исчислению. 1 том, 1794 г.

Кроме того, будучи совершенно слепым, он продиктовал Алгебру — 1 том, 1770 г., но это далеко не все: сюда надо прибавить: Механику — 2 тома, 1736 г.; О движении твердых тел — 1 том, 1765 г.; Теорию корабля или, как он ее назвал, „Морская наука“ — 2 тома, 1749 и ее сокращенное изложение — 1 том, 1773, затем сюда же надо присовокупить Арифметику для гимназий — 2 тома, 1738 г.; Диоптрику — 3 тома, 1769—1771 г., переработанную им при переводе Артиллерию Робинса—1 том, 1445; Теорию движения планет и комет — 1 том, 1744; Теорию движения Луны — 1 том, 1753; Новую теорию движения Луны — 1 том, 1772; Теорию музыки — 1 том, 1739, и мы получим те 23 тома, которые собраны на этом столе.

Я ограничусь обозрением руководств по анализу, „Механикой“ и „Теорией движения Луны“.

Введение в анализ бесконечно-малых — „Introductio in Analysin infinitorum“ вышло в Лозанне в 1748 г. и заключает 2 тома in 4°, первый в 312 стр. ,второй в 398 стр.

Вот что пишет сам Эйлер в предисловии к этому едва ли не самому знаменитому и в наше время из его руководств:

„Я часто замечал, что те трудности, которые задерживают начинающих при изучении исчисления бесконечно-малых, происходят оттого, что они хотят получить познания в этой высшей отрасли анализа, обладая лишь весьма малыми познаниями в элементарной алгебре. От этого происходит, что они не только встречают препятствия с первых же шагов, но что у них образуется ложное представление о бесконечности, тогда как истинное истолкование этого понятия должно было направлять их при изучении этого предмета.

„Строго говоря, анализ безконечно-малых не требует глубоких познаний в обыкновенном анализе и не требует усвоения всех тех остроумных способов, которые предложены для его усовершенствования, но нельзя отрицать, что есть много вопросов, развитие которых способствует подготовке к изучению сказанной высшей науки, но которые было бы тщетно искать в большей части руководств по элементарной алгебре, а если они там и встречаются, то в изложении недостаточно точном.

„Я не сомневаюсь,—продолжает Эйлер,—что изложенное в двух томах, составляющих это сочинение, с избытком покроет указанный недостаток“.

Первый том рассматриваемого сочинения содержит чистый анализ, второй—аналитическую геометрию, и так как первый том особенно замечателен, то я остановлюсь на нем несколько подробнее.

Эйлер начинает изложение с установления основных понятий о постоянной, переменной, функции и классификации функций. Затем переходит к изучению: целых функций и разложению их на множители, дробных рациональных функций и разложению их на простые дроби; после чего изучает функции иррациональные и здесь дает те подстановки, которые затем в интегральном исчислении применяются при интегрировании иррациональных функций, здесь же они служат ему для упрощения изучения их. В заключение он показывает решение некоторых буквенных уравнений при помощи простейших подстановок.

Следующая глава (IV), хотя и носит общее название „О разложении функций в ряды", но Эйлер ограничивается разложением в ряд рациональной дроби и некоторыми разложениями, следующими из бинома Ньютона, совершенно не касаясь вопроса о сходимости получаемых рядов, рассматривая эти ряды как способ представления функций, а не как способ вычисления численных их значений. Мы укажем при обзоре его дифференциального исчисления к какого рода результатам привело его не вполне осторожное обращение с рядами.

В последующих главах Эйлер изучает важнейшие трансцендентные функции: показательную, логарифмы, тригонометрические прямые и введенные им самим обратные, устанавливает связь между показательной и тригонометрическими функциями, распространяя понятие о них на случай мнимого и комплексного аргумента, дает разложения всех этих функций в ряды, бесконечные произведения, частные дроби и попутно получает свои знаменитые формулы сумм обратных четных степеней натуральных чисел через четные степени числа π, а также множество сумм других рядов.

Все эти формулы получаются, если не с тою строгостью, которая теперь обычно требуется, то с удивительною последовательностью и простотою, пользуясь средствами только элементарной алгебры.

Развив в гл. XV связь между бесконечными произведениями и рядами, он, между прочим, в § 274 получает то знаменитое бесконечное произведение равное $\frac{\pi^2}{6}$, которое встречается при решении Чебышевской задачи о вероятности того, что наудачу взятая дробь несократима.

Первый том заканчивается учением о так называемом „разбиении чисел" и учением о непрерывных дробях.

Из этого краткого перечня видно, что за малыми исключениями в с е, что содержится в этом первом томе, и что ц е л и к о м принадлежит Эйлеру стало классическим и теперь входит в любой сколь-нибудь полный курс анализа.

Второй том, как уже сказано, содержит изложение аналитической геометрии, но это изложение весьма своебразно и оригинально. Надо помнить, что сочинение Эйлера носит название: „Введение в анализ бесконечно малых", поэтому он видит цель второго тома не в исследовании при помощи анализа свойств линий по их геометрическому определению, а как бы наоборот в пользовании линиями и их свойствами для наглядного представления функций, определяемых алгебраическими уравнениями первой, второй, третьей, четвертой и т. д. степени. Поэтому он не пользуется геометрическими свойствами линий, чтобы находить их уравнения, а по уравнениям изучает эти свойства.

Уравнение первой степени дает ему прямую линию, уравнение второй степени: пучек двух пересекающихся или двух параллельных прямых, круг, эллипс, гиперболу и параболу, как это делается и теперь.

Рассмотрев общий характер бесконечных ветвей кривых и ассимптоты их, он переходит к кривым третьего порядка, классифицируя их по характеру бесконечных ветвей и сводит таким образом 72 вида этих кривых, указанных Ньютоном, к 16 родам.

Затем он применяет ту же методу к кривым четвертого порядка, которых насчитывает 146 родов.

Дает общее учение о касательных к кривым, соприкасающемся круге или круге кривизны, рассматривает затем свойства некоторых трансцендентных кривых, например, циклоиды и в заключение переходит к геометрии пространства трех измерений и первый дает классификацию поверхностей второго порядка.

Изложение Эйлера везде отличается изумительною простотою и ясностью, причем он пользуется исключительно средствами элементарной алгебры и тригонометрии; на этой основе он сумел вложить в свою книгу столь богатое и интересное по общности методов и последовательности их развития содержание. Этим его книга особенно выгодно отличается от многих теперешних французских чудищ, порожденных экзаменными требованиями в Ecole Polytechnique и в Ecole Normale, где для первой из 2500 кандидатов надо отобрать 250, а для второй из 700 или 750 отобрать 18, а остальных признать „неприемлемыми“. Эйлер своими руководствами учил для дела, а не для экзаменов.

II

Дифференциальное исчисление — „Institutiones Calculi Differentialis“ издано нашей Академией в 1755 г. и представляет большой том in 4° в 676 страниц.

По своему содержанию и изложению это руководство Эйлера наиболее отличается от теперешних руководств, и его можно было назвать устарелым, если бы это слово было вообще приложимо к творениям Эйлера.

Даже при беглом просмотре обращает на себя внимание то, что здесь отсутствует понятие о пределе, нет на одного чертежа, нет никаких геометрических приложений.

Невольно возникает вопрос, что могло заставить Эйлера принять столь своеобразный способ изложения, и приходится вспомнить о той ожесточенной войне, которая шла между школою Ньютона и школою Лейбница.

Школу Лейбница возглавлял его столь талантливый сотрудник, учитель Эйлера, Ив. Бернулли; его сыновья, рано умерший Николай и Даниил, были друзьями Эйлера, ясно, что и Эйлер принадлежал к школе Лейбница столь же полно и столь же убежденно, как семья Бернулли.

Ньютон открыл и дал основы исчисления бесконечно-малых, исходя из понятий механических и геометрических. Он всегда применял при своих рассуждениях геометрические представления и был абсолютно строг в них, и абсолютно точен в языке и выражениях, поэтому он сперва устанавливает то понятие о пределе переменной величины, которым пользуются и сейчас, и все свое учение о „флюксиях", или по теперешней терминологии „производных", основывает на разыскании предела отношения двух бесконечно-малых величин, находящихся в определенной взаимной зависимости и изменяющихся совместно. Он, ставя как основную задачу интегрального исчисления нахождение „флюенты" по данной ее „флюксии", т. е. первообразной функции по данной ее производной, пользуется все время геометрическими представлениями и самое свое сочинение называет: „De Quadratura Curvarum".

Иначе поступил Лейбниц, — вместо исчезающего в пределе приращения переменной или ее функции, рассматриваемого Ньютоном, он ввел новый термин „бесконечно-малое". Он не дал этому понятию точного и строгого математического определения, а в некоторых своих пояснениях, он как бы даже не различает математических понятий „бесконечно-малое" от „весьма малое" и „бесконечно-большое" от „весьма большое", уподобляя для примера одно земному шару, другое пылинке. Более того, он связывает понятие о бесконечно-малом с философскими понятиями о „конечной или бесконечной делимости материи", о „неделимом атоме", о „монаде" и пр., которые весьма далеки от чистой математики, имеющей дело не с самими величинами, а с числами, служащими им мерою.

Стремление Эйлера следовать всецело за Лейбницем может быть даже далее того, куда бы зашел сам Лейбниц, придало „Дифференциальному исчислению" Эйлера тот столь непривычный для нас облик, игнорирование же ньютоновой строгости и ньютонова понятия о пределе завлекло его даже в дебри ошибочных рассуждений и привело его к таким выводам и формулам, которые нам кажутся более чем странными, как то будет видно из дальнейшего.

Сочинение Эйлера состоит из двух частей: в первой он излагает основания или теорию дифференциального исчисления, во второй его аналитические приложения, оговорив в предисловии, что он не касается геометрических приложений, ибо по этому предмету имеется достаточно сочинений.

Он начинает свою книгу превосходным изложением учения об исчислении конечных разностей и его приложений к нахождению сумм данного числа n первых членов разного рода рядов, в том числе сумм целых степеней натуральных чисел, и получает таким образом бернуллиевы функции, дает таблицу первых 16 из них и общую формулу, по которой можно составить их до 29-й, указывает их применение к нахождению суммы n членов таких рядов, у которых общий член выражается целою функцией числа n.

Третья глава носит заглавие „О бесконечных и бесконечно-малых". Эйлер говорит, что в этой главе он имеет в виду устранить все неясности, сопряженные со словом бесконечность, как в отношении к бесконечно-большому, так и бесконечно-малому, но он не только не достигает этой цели, а как-раз обратной.

Причина этому та, что он нигде не дает достаточно точных определений математических понятий о переменной величине и ее приделе, как бы опасаясь впасть в „ньютонианство". Вместо точных определений, занимающих по несколько строк, он предпочел излагать на многих страницах многословные философские рассуждения, не поясняющие, а затуманивающие дело.

Стоило только вникнуть в ньютоново определение предела и в то, каким образом переменные величины вводятся в исчисление, чтобы высказать такое определение: *переменною величиною называется такая, которая в данном вопросе принимает бесчисленное множество различных значений, этим вопросом вполне опрегделяемых и расположенных в определенном порядке.*.

Каждое из этих значений называется частным значением переменной.

Переменная величина вводится в исчисление, обозначая одно из частных ее значений, *не указывая, которое именно,* буквою и производя по правилам алгебры над этою буквою необходимые по роду вопроса действия.

Ньютоново же определение предела таково: *пределом переменной величины называется такая постоянная, абсолютное значение разности между которой и частными значениями переменной, начиная с некоторого из них, становится и для всех дальнейших остается меньше любой наперед назначенной величины.*

Бесконечно-малою величиною называется такая переменная величина, предел которой равен нулю.

Иными словами: *бесконечно-малою называется такая переменная величина, в ряду частных значений которой находится такое, которое само и все за ним следующие по абсолютной величине меньше любой наперед назначенной величины.*

Заменив в этом последнем определении слово „малою" словом „большою" и слово „меньше" словом „больше", мы имеем определение бесконечно-большой величины.

Отсюда ясно, что бесконечно-большая величина предела не имеет, но для сокращения речи вводят знак ∞ — бесконечность и говорят, что предел бесконечно-большой величины есть бесконечность.

Как видно, никакой тут философии нет, в особенности если вспомнить, что матеметический анализ имеет дело не с самими величинами, а исключительно с числами, являющимися мерою величин.

Вместо этих простых и ясных определений Эйлер для переменной величины дает тавтологическое определение: *переменная величина есть такая, которая при рассмотрении данного вопроса, увеличиваясь или уменьшаясь, изменяется.*

Понятия о пределе он совершенно не вводит, поэтому под бесконечно-малою разумеет не переменную величину, а как бы такую постоянную, которая меньше любой величины, а под бесконечно-большою такую постоянную, которая больше любой величины; ясно что последней не существует, а для первой он получает нуль.

В самом деле он говорит: „нет никакого сомнения, что всякая величина может быть столько раз уменьшена делением, что совершенно исчезает и обращается в ничто. Бесконечно-малая величина есть величина исчезающая и следовательно на самом деле она равна нулю. Это определение, продолжает Эйлер, „согласуется с тем, в котором под бесконечно-малою величиною разумеют такую, которая меньше любой наперед назначенной величины“. „Ибо, если величина меньше всякой величины, которую можно назначить, то она по необходимости равна нулю, так как в противном случае можно было бы задать величину ей равную, что противно предположению, поэтому на вопрос, что есть в математике бесконечно-малая величина, мы отвечаем, что таковая на самом деле равна нулю“ (§ 83).

Отсюда ясно стремление Эйлера, избегая понятия о пределе, рассматривать бесконечно-малую величину не как переменную, а как постоянную, которая была бы меньше всякой другой постоянной, а бесконечно-большую, которая была бы больше всякой другой постоянной.

Это приводит его к тому, что он дифференциал всякой переменной величины считает равным нулю, но в то же время указывает, что отношение дифференциалов разных переменных может равняться любому числу, что подтверждает равенством $n \cdot 0 = 0$, из которого следует пропорция $n : 1 = 0 : 0$, т. е. что отношение нуля к нулю может равняться всякому числу.

Вся глава занята пояснениями в этом роде, мы их приводить не будем, хотя они служат наилучшим примером того, куда может завести предвзятое преклонение перед какою-либо доктриною даже такого гения как Эйлер и даже в таком ясном и определенном предмете как математика.

В последних параграфах этой главы Эйлер дает основные понятия о бесконечных рядах, рассматривая сперва для примера разложение

$$\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 + \ldots + x^n + \ldots$$

Он обращает внимание, что сумма первых n членов этого рода отличается от $\frac{1}{1-x}$ на величину $\frac{x^n}{1-x}$ и, значит, при увеличении числа n взятых членов лишь в том случае приближается к значению $\frac{1}{1-x}$, когда остаток $\frac{x^n}{1-x}$ приближается к нулю, т. е. когда x меньше 1. Лишь в этом случае, приписав x какое-либо частое численное значение, мы по соответствующему значению $\frac{1}{1-x}$ получим истинное значение суммы ряда.

Обращаясь затем к знакопеременному ряду

$$\frac{1}{1+x}=1-x+x^2-x^3+x^4-x^5+\ldots$$

он полагает последовательно $x=1, 2, 3, \ldots$ и указывает, что при отбрасывании в ряде остатка получаются такие равенства:

$$\begin{aligned} 1-1+1-\ 1+\ 1-\ \ 1+\ldots &= \frac{1}{2} \\ 1-2+4-\ 8+16-\ 32+\ldots &= \frac{1}{3} \\ 1-3+9-27+81-243+\ldots &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

и справедливо замечает, что „эти равенства очевидно не верны, ибо например во втором ряду сумма первых членов тем более отличается от $\frac{1}{3}$, чем больше членов в ней будет взято, тогда как сумма ряда должна быть тем пределом (limes), к которому мы тем более приближаемся, чем больше членов берем“. Здесь надо еще заметить, что ряд, члены которого убывают, Эйлер называет сходящимся, а члены которого возрастают — расходящимся в отличие от теперешних понятий. Затем в § 109 он продолжает: „Отсюда некоторые заключили, что ряды, называемые расходящимися, не имеют определенной суммы, ибо при действительном сложении их членов, мы не приближаемся к пределу, который можно было бы принимать за сумму ряда. Это мнение вполне правильно, ибо сказанные суммы вследствие отбрасывания остатка совершенно неверны“. „Однако, продолжает Эйлер, сказанные суммы при всем их отклонении от истины никогда не приводят к ошибке и дозволяют находить множество предложений, которые, не пользуясь этими суммами, было бы трудно получить, поэтому если бы эти суммы были неверны, то они не могли бы приводить к верным результатам, вот это затруднение и надо разъяснить“.

„По моему мнению, говорит далее Эйлер, вся трудность лежит в слове с у м м а, ибо если приписывать слову сумма его обыкновенное значение, т. е. совокупность всех действительно вошедших в ее состав членов, то несомненно, что можно представлять лишь суммы таких рядов, которые сходятся, и сумма первых членов ряда по мере увеличения числа взятых членов приближается все более и более к определенному постоянному значению. Напротив того, расходящиеся ряды, члены которых не убывают, будь они поочередно со знаками + и — или нет, не имеют определенной суммы, если этому слову придавать вышеуказанное значение. В тех же случаях, когда, исходя от этих неверных сумм, получаются верные результаты, и это происходит не потому, что, например, конечное выражение

$\frac{1}{1-x}$ есть сумма ряда $1+x+x^2+x^3+\ldots$, а потому что этот ряд получается как результат разложения указанного выражения по степеням буквы x. Таким образом, можно бы обойтись и без слова сумма. Мы устраним все трудности и кажущиеся противоречия, приписывая слову сумма смысл отличающийся от того, который этому слову обычно придают, и будем называть выражение, из которого при разложении следует заданный ряд, суммою его".

Высказав такое условное определение, Эйлер продолжает: „при таком определении выражение $\frac{1}{1-x}$ есть сумма ряда $1+x+x^2+x^3+x^4+\ldots$, ибо этот ряд происходит от разложения сказанной дроби, каково бы число x ни было.

Когда ряд сходящийся, то значение „суммы, так определенной при заданном значении x, представляет сумму ряда в обыкновенном смысле, что же касается рядов расходящихся, то, введя вышеуказанное понятие „суммы", мы устраним все возникающие по отношению к ним трудности. Наконец, при помощи этого понятия является возможность подтвердить пользу расходящихся рядов и предотвратить всякие против них нарекания".

Здесь Эйлер как бы забывает сказанное им же четырьмя параграфами выше о необходимости рассматривать остаток ряда, вместе с тем он недостаточно отчетливо указал, что если верные результаты и получаются при замене ряда „суммою" в ее условном смысле, то для рядов буквенных, а для численных, лишь когда остаток их стремится к нулю, и значит ряд сходящийся. При буквенных же рядах как бы неявно предполагается, что ряд взят вместе со своим остатком в буквенной его форме. Все же численные формулы вроде приведенных выше не представляют истинных равенств, и значит, вводя указанное условное понятие суммы, надо было ввести и какое-нибудь условное обозначение вместо знака равенства; в том же виде, в котором вышеприведенные формулы написаны, они представляют ряд нелепостей, которые должны бы служить предостережением против пользования введенным Эйлером понятием „сумма", когда ряд расходящийся не только в смысле, придаваемом этому слову Эйлером, но и в теперешнем.

Все эти формулы в математике совершенно бесполезны, и сам Эйлер, хотя и привел их и множество других им подобных, но ни в каких приложениях ими не пользуется, этим самым оттеняя их бесполезность.

В дальнейшем последователи Эйлера, преклоняясь перед его авторитетом, как бы старались преумножать число этих нелепых равенств, зачастую забыв об условном их смысле, придаваемом Эйлером, и таким образом создали тот скандал в математике, который продолжался 75 лет.

В него впало множество авторов в том числе не только „Тредьяковский от математики", т. е. труженик, а не творец — Лакруа, и надо ему отдать справедливость — труженик почтенный и добросовестнейший, но и знаменитый астроном сэр Джон Гершель.

Скандал этот был прекращен Гауссом, Коши и Абелем, изгнавшими из строгой математики пользование рядами без исследования их сходимости.

Здесь необходимо, однако, заметить, что если отвлеченная чистая математика и может обойтись без рядов расходящихся или без таких, сходимость которых не доказана, то прикладная математика, начиная с астрономии, без них обойтись не может и до сих пор практически пользуется тем понятием „сходящийся ряд", которым пользовался Эйлер, именно, что для практики тот ряд „сходящийся", у которого члены вначале так быстро убывают, что можно ограничиться, взяв самое малое их число, но здесь, чтобы не впасть в ошибку, надо обращаться затем к тем уравнениям, которым разлагаемая функция должна удовлетворять, и посмотреть, подставив в них полученные первые члены разложений, в какой мере эти уравнения удовлетворяются и заключаются ли получаемые погрешности в пределах тех „допусков", которые относятся к самим уравнениям, ибо в прикладных вопросах сами эти уравнения не точные, а лишь приближенные. Отсюда видно, что для практики важно уметь разлагать в ряды и находить достаточное число первых их членов, а этому как-раз и учит Эйлер на множестве бесподобно подобраных примеров.

Дальнейшие главы сочинения Эйлера заключают уже превосходное изложение дифференциального исчисления и его аналитических приложений, лишь в статье о рядах опять частенько попадаются отмеченные выше недостатки, которые и делают то, что в современном смысле это сочинение Эйлера является как бы устарелым, тем не менее оно остается в высшей степени поучительным по превосходному подбору примеров, по изяществу многих выводов и преобразований и по оригинальности и богатству содержания.

III

Интегральное исчисление — „Institutiones Calculi Integralis" состоит из трех основных томов, изданных нашей Академией в 1768—1770 гг. и дополнительного тома, изданного ею же в 1794 г. Полный объем всех четырех томов 2040 стр. in 4°.

Этим сочинением Эйлер завершил тот цикл сочинений, которыми он по своему плану, намеченному еще в 1744 г., хотел дать полное учение об исчислении бесконечно-малых. Оно, по справедливости, заслуживает своего названия „Institutiones" — установление, ибо, являясь первым полным руководством по интегральному исчислению, оно не только охватывает предмет в его полном объеме, и систематизирует все тогда известное, в значительной части принадлежащее самому Эйлеру, но многие вопросы развиваются заново, так что самое сочинение заключает много совершенно нового. Все изложено с таким совершенством, что стало классическим, перешло во множество последующих руководств и изучается и по днесь в форме, приданной Эйлером, начиная от самого начертания формул.

В отличие от предыдущих своих сочинений, в которых предмет излагается связным текстом с подразделением на главы и параграфы, он здесь придерживается образца, выработанного в средние века, перешедшего от древних авторов, где каждому предложению дается соответствующее заглавие: лемма, теорема, проблема, следствие, поучение и пр. В типографском смысле это значительно увеличивает объем книги, но зато придает изложению предмета особенную отчетливость и доставляет удобство при ссылках.

Задачу интегрального исчисления Эйлер ставит в самом общем виде такими словами: „Интегральное исчисление есть метод нахождения по данному соотношению между дифференциалами соотношения между самими количествами; действие, которым это достигается, называется интегрированием".

Указав постановку задачи, он дает перечень и пояснение возникающих при этом вопросов, в порядке их возрастающей общности и сложности, и затем характеризует содержание всего сочинения таким обозрением:

Обозрение полного трактата по „Интегральному исчислению

1. Книга предыдущая содержит изложение методов исследования функций одной переменной по данному соотношению между дифференциалами и заключает две части:

1) часть первая, когда заданное соотношение содержит дифференциалы только первого порядка;

2) часть вторая, когда сказанное соотношение содержит дифференциалы второго и высших порядков.

2. Книга последующая содержит изложение методов исследования функций двух и нескольких переменных по данному соотношению между дифференциалами и заключает две части:

1) часть первая, когда сказанное соотношение содержит дифференциалы только первого порядка;

2) часть вторая, когда сказанное соотношение содержит дифференциалы второго и высших порядков.

Дав это обозрение предмета, он прямо переходит к интегрированию функций одной переменной и устанавливает те классы, когда оно выполняется в конечном виде. Все здесь приведено в такую стройную и законченную систему и последовательность, что изложение Эйлера целиком сохранились и поныне, причем в этой области к созданному Эйлером ничего существенного за 150 лет не прибавлено.

Указав вкратце способ приближенного вычисления определенных интегралов, он дает ряд примеров таких интегралов, которые находятся лишь при некоторых частных значениях пределов, все эти интегралы стали также классическими. Этим заканчивается первая часть первого тома.

Вторая часть этого тома содержит учение об интегрировании дифференциальных уравнений первого порядка, и здесь вся практическая часть до сих пор сохранилась в том виде, который ей придан Эйлером. Сюда вошло всецело принадлежащее Эйлеру учение об интегрирующем множителе и о сложении трансцендентных функций, и здесь он приводит свое знаменитое интегрирование уравнения, приводящее к формулам сложения эллиптических интегралов. Изложив методу приближенного численного интегрирования, он в заключение на ряде примеров поясняет способы интегрирования уравнений первого порядка, содержащих производную неизвестной функции в степени выше первой или даже под знаками функций трансцендентных.

Второй том содержит учение об обыкновенных дифференциальных уравнениях второго и высших порядков. Было бы слишком долго перечислять его содержание, достаточно сказать, что все, что в этом томе изложено стало классическим; подбор примеров и остроумие методов, примененных для интегрирования их, во многих случаях можно назвать изумительными и за 150 лет если что с практической стороны к изложенному в этом томе прибавленно, то лишь по отношению к некоторым уравнениям, приводящим к функциям специальным, как например Бесселя, Лежандра и т. п., и кроме того развито учение об интегрировании систем уравнений, которого Эйлер не касался. О чисто теоретической части мы не говорим, — ее у Эйлера почти нет, и она всецело создана трудами авторов, живших после Эйлера.

Третий том заключает учение об интегрировании уравнений в частных производных как первого, так и высших порядков и в заключение вариационное исчисление.

Здесь Эйлер для уравнений первого порядка дает ряд частных методов, поясняемых на множестве частных примеров, но так как он не рассматривал систем уравнений обыкновенных и ему недоставало понятия об интеграле такой системы, то ясно, что он не связал вопрос об интегрировании уравнений в частных производных первого порядка с интегрированием систем уравнений обыкновенных и не дал этому отделу той законченности, которая затем была ему придана трудами Лагранжа, Коши и Якоби и множеством математиков половины XIX века и до наших дней.

Само собою разумеется, что по отношению к уравнениям в частных производных высших порядков Эйлер ограничивается рядом частных примеров в применении к уравнениям частного вида.

Вариационное исчисление, можно сказать, было создано Эйлером, и основное здесь уравнение и до сих пор носит его имя.

Надо помнить, что все, что есть в третьем томе, всецело принадлежит Эйлеру, ему не у кого было что-либо заимствовать или по своему излагать что-либо существующее — ему все пришлось создавать заново, и тогда сила его гения становится очевидной, появляясь на каждой странице, можно сказать, в каждой строчке.

Третий том „Интегрального исчисления" вышел в 1770 г. В последующие годы до самой своей смерти Эйлер написал целый ряд статей, в которых развивает и дополняет отдельные главы „Интегрального исчисления". Статьи эти он помещал в изданиях нашей Академии Наук. Таких статей им составлено 11. В 1794 г. они были собраны и переизданы Академией в одном томе, составившем дополнительный четвертый том „Интегрального исчисления" Эйлера. Перечислять их содержания не будем.

Из этого беглого обзора видны оригинальность содержания, обилие совершенно нового материала и таких открытий, как учение об интегрирующем множителе, сложение трансцендентных функций и пр., совершенство и законченность изложения, поэтому неудивительно, что появление „Интегрального исчисления" Эйлера произвело на современных ему математиков не только глубокое, но, можно сказать, ошеломляющее впечатление, недаром Даламбер в одном из своих писем Лагранжу называет Эйлера „ce diable d'homme", „этот диавол", как бы желая высказать этим, что сделанное Эйлером превышает силы человеческие.

Не надо однако думать, что Эйлер исчерпал всю науку и что после него в ней искать и делать больше нечего не оставалось. Напротив, создав новые методы, показав их приложения к решению новых вопросов, Эйлер, так сказать, проложил новые пути для быстрого движения науки вперед. За ним идут такие великие математики как: Лагранж, Лаплас, Лежандр, Гаусс, Коши, Пуассон, Якоби, Абель и множество других, а в какой мере они высоко ставили Эйлера можно судить по словам Лапласа: „Читайте Эйлера, читайте, — он учитель всех нас".

IV

Механика Эйлера под заглавием: „Mechanica sive motus Scientia analytice exposita", т. е. механика, или наука о движении, изложенная аналитически, издана нашей Академией в 1736 г.

Таким образом, по времени это сочинение вышло через 98 лет после „бесед" Галилея, ровно через 50 л. после первого издания „Начал" Ньютона и в год рождения Лагранжа, который через 52 года изданием своей „Аналитической механики" придал этой науке тот окончательный облик, который она сохранила и поныне.

В своем предисловии после краткого обзора существовавших сочинений по математике, т. е. „Статики" Вариньона, „Форономии" Германа и „Начал" Ньютона, изложенных пользуясь геометрическим синтезом, Эйлер говорит: „однако все относящееся до сочинений, составленных без применения анализа, приложимо еще в большей мере к механике. Читатель получает убеждение в справедливости даваемых предложений, но он не получает достаточного и отчетливого их познания, так что стоит немного изменить вопрос, и он не будет в состоянии на него ответить, если не прибегнет к анализу и не разовьет его аналитически. Так по крайней мере было со мной, когда я начал изучать „Начала" Ньютона и „Форономию" Германа. Мне часто казалось, что я вполне овладел решением многих задач, однако стоило слегка изменить задания, и я не мог более этих задач решить.

„Уже когда я попытался, поскольку умел, вместо синтетических методов ввести аналитические и рассматривать вопросы помощью анализа, то это способствовало их усвоению. Подобным же образом я рассматривал и другие сочинения по этой науке, перерабатывая их для себя однообразным и упрощенным методом, и привел их в определенный порядок. При этих занятиях мне не только представлялись многие задачи ранее не решенные, которые мне посчастливилось разрешить, но я получил и несколько особенных методов, благодаря которым не только механика, но и самый анализ, как мне кажется, получили значительное приращение. Таким образом возникло это сочинение по механике, в котором как найденное мною о движении тел у других авторов, так и придуманное мною самим изложено аналитически в удобной последовательности“.

Затем Эйлер указывает, что в изданных двух томах его сочинения излагается учение о движении бесконечно-малых тел, или точек, а в дальнейшем он обещает рассмотреть движение тел конечных размеров, что он через 29 лет исполнил, издав свое знаменитейшее сочинение: „Theoria motus corporum solidorum seu rigidorum“, т. е. „Теория движения твердых тел“.

Я ограничусь кратким обозрением „Механики точки“, так как более полное обозрение совокупности работ Эйлера по механике будет сделано проф. Ю. А. Крутковым в отдельном докладе.

В первом томе Эйлер рассматривает движение свободной точки, во втором точки несвободной, каждый том в свою очередь подразделен на две части, причем в первой рассматривается движение в пустоте, во второй — в сопротивляющейся среде.

В первой главе первого тома Эйлер устанавливает основные определения и основные понятия о движении тела, разумея под этим словом, как уже сказано, тело бесконечно-малых размеров, т. е. то, что теперь зовется материальною точкою. Таким образом эта первая глава составляет как бы параллель вступительной главе „Начал“ Ньютона, третье издание которых вошло за 10 лет перед книгой Эйлера.

Ньютон с железною, непреклонною логикой строит всю механику на своих трех „аксиомах или законах движения“ и на установленном им понятии масса или меры количества материи, причем он непосредственным опытом над маятником показывает, что масса, так им определенная, пропорциональна *весу* тела. Аксиомам же он дает пояснения, чтобы они были ясно поняты, но не дает и не пытается их доказывать, считая, что умозрительного доказательства быть не может, и что доказательство справедливости этих аксиом может быть лишь физическое по согласию наблюденных явлений с предвычисленными на основании этих аксиом.

Таким образом механика Ньютона есть наука о природе, часть физики и основание физики.

Далеко не так поступает Эйлер. Его логика гораздо растяжимее, гораздо мягче и уступчивее ньютоновой, он, можно сказать, постоянно стремится не пояснить, а доказать недоказуемое, прибегая к так называемым рассуждениям „о достаточном основании“ или „об отсутствии преимущественной причины, по которой нечто могло бы произойти“, а значит оно не происходит, когда причина отсутствует.

Но еще за четыреста лет до Эйлера Буриданов осел подох с голоду между двумя стогами сена, поэтому все такие рассуждения Эйлера не представляют истинных доказательств, а представляют более или менее искусственную маскировку отсутствия таковых, — может быть тут сказались семинарско-богословская школа, которую в юные годы проходил Эйлер.

На основании этих видоизмененных или, если можно так выразиться, разжиженных ньютоновых аксиом (конечно, не по сути, а по форме изложения), устанавливается соотношение между силою, массою и ускорением точки и механическим вопросам о ее движении придается математическая формулировка, а раз это сделано, то все дальнейшее у Эйлера идет безукоризненно.

Сперва он рассматривает прямолинейное движение точки под действием разного рода сил. Ясно, что здесь все дело состоит в интегрировании одного дифференциального уравнения второго порядка, порядок которого понижается, и в сущности все задачи, рассматриваемые Эйлером, за исключением свободного падения тяжелого тела и гармонического движения, являются не столько задачами механическими, сколько примерами на интегрирование уравнений и функций. Однако, обратим здесь внимание на задачу 38 о движении точки, притягиваемой к данному неподвижному центру обратно пропорционально квадрату расстояния. Оказывается, что здесь время падения выражается тем знаменитым интегралом, при бесконечных пределах равным $\sqrt{\pi}$, который был найден Эйлером. Функция, выражаемая этим интегралом при переменном верхнем пределе, получила впоследствии множество самых разнообразных применений как то: в руках Крампа в теории астрономической рефракции, в руках Гаусса как основание учения о распределении случайных ошибок и методы наименьших квадратов, в руках Лапласа и Пуассона в одном из основных вопросов теории вероятностей, у Максвелла в кинетической теории газов, у Пирсона в генетике, биологии и статистике и пр.

Затем Эйлер рассматривает прямолинейное движение в сопротивляющейся среде. Весь этот отдел в еще большей степени, нежели предыдущий, представляет чисто математический интерес.

Два последние отдела первого тома заключают учение о криволинейном движении свободной точки в пустоте, а затем в среде сопротивляющейся.

Чтобы привести рассмотрение этого движения к математическому вопросу, Эйлер разлагает действующую на точку силу по касательной и по-нормали к траектории (при плоском движении), первую слагающую уравнивает произведению массы на слагающую ускорения по касательной, вторую на слагающую ускорения по нормали, выражение которых у него были выведены в первой главе и все исследование проводит, исходя из двух уравнений таким образом составленных.

Здесь необходимо отметить отдел о движении точки под действием центральной силы, представляющей превосходную аналитическую переработку соответствующего отдела ньютоновых „Начал“ и как бы род введения в „Небесную механику“, для которой столь много сделано Эйлером, как будет отмечено дальше в нашем докладе.

В отделе о движении точки в среде сопротивляющейся необходимо отметить задачи, относящиеся к движению под действием силы тяжести, т. е. к задачам внешней баллистики, которые затем послужили Эйлеру при переработке сочинения Робинса, как было сказано выше.

Второй том „Механики“ — учение о несвободном движении точки за исключением теории маятника — представляет также только чисто математический интерес как сборник множества задач на интегрирование дифференциальных уравнений, задач, относящихся к вариационному исчислению, тогда еще не существовавшему и наконец, задач, приводящих к тем уравнениям, которые теперь зовутся интегральными.

Здесь необходимо также отметить последнюю главу о движении точки по данной поверхности, где Эйлер попутно дает основания так называемой дифференциальной геометрии поверхностей и составляет в прямолинейных прямоугольных координатах как выражение кривизны, данной на поверхности линии в данной ее точке, так и общее дифференциальное уравнение геодезических, т. е. кратчайших линий по данной поверхности.

Из этого общего обзора видно, что Эйлер не только приложил математический анализ к решению механических вопросов, но сделал свою механику из науки ф и з и ч е с к о й, т. е. из науки, которая должна исследовать явления, совершающиеся в природе, науку чисто математическую, исследующую движение воображаемой точки, под действием воображаемых в природе несуществующих сил.

Поступая так, Эйлер как пионер в этом деле был прав — ему надо было дать примеры перевода механических вопросов на математический язык, дать примеры решения полученных уравнений с доведением этого решения до конца, развивая самый анализ, тогда также только-что зародившийся, и в этом смысле его „Механика“ бесподобна и служит лучшим свидетельством его гениальности. Но что было хорошо двести лет назад, не может быть одобрено теперь, и аналитическая механика не должна представлять собою многотомных сборников отвлеченных чисто математических задач, она должна быть сближена с физикой, сближена с природой, сближена с действительностью, а не витать в эмпиреях.

V

В числе астрономических работ Эйлера видное место занимает: „Теория движения Луны“, к которой он возвращался дважды, издав два сочинения по этому предмету.

Первое из этих сочинений вышло в 1753 г под заглавием „Theoria Motus Lunae“, второе в 1772 под заглавием Theoria Motus Lunae, nova methodo pertractata“. Я ограничусь лишь возможно кратким обозрением этого второго сочинения, но укажу сперва то важное практическое значение, которое в то время придавалось изучению движения Луны.

После открытия на рубеже XVI века Америки, пути в Индию кругом мыса Доброй Надежды, наконец кругосветного плавания Магелана, мореходство было выведено из бассейна Средиземного моря и от побережий Европы на простор океанов; явилась настоятельная надобность в способах астрономического определения как места корабля на море, так и географического положения вновь открываемых земель, островов, неведомых ранее городов и пр.

Одна из географических координат — широта места определялась весьма просто или по полуденной высоте Солнца, или по высоте Полярной звезды, для определения же второй координаты — долготы, можно сказать, никаких методов не было, если не считать наблюдений таких редких явлений как лунные затмения, которыми для этой цели пользовались еще древние.

С развитием мореплавания и торговых сношений с Индией и Китаем задача об определении долготы корабля на море становилась все более и более настоятельной, так что в 1714 г. по предложению Ньютона английский парламент издал постановление о выдаче премии в 20 000 фн. ст. тому, кто изобретет способ определения долготы на море с точностью до полуградуса, причем были подробно оговорены условия выдачи этой премии, по тогдашним ценам равнозначной теперешним 200 000 фн. ст. т. е. 2 миллионам рублей золотом.

Сам Ньютон изобрел важнейший для астрономических наблюдений на море инструмент октант, или секстан, но не публиковал этого изобретения, которое вновь было сделано Гадлеем в 1730 г. Оно придало наблюдениям высот светил гораздо большую точность, нежели давал градшток, бывший в употреблении до того времени, так что например широта места корабля на море при наблюдении секстаном могла быть определена примерно с точностью до $1'$.

Приблизительно тогда же была указана теоретическая возможность определения долготы по так называемым „Лунным расстояниям“.

Определение долготы места основано, как известно, на сличении в один и тот же момент времени местного и времени в Гриниче, от меридиана коего считаются долготы. Местное время определяется легко по наблюдению, скажем, Солнца, главнейшая трудность состояла в определении времени в Гриниче.

Луна при своем месячном видимом движении описывает по небу полный круг в 27 дней, а по отношению к Солнцу в 29 дней, приходя таким образом в среднем около $^1/_2{}^\circ$ в час.

В каждый момент времени она занимает на небе определенное место по отношению к другим светилам, а значит, и наоборот, определив это место, можно найти соответствующее всеобщее время, скажем гриничское, место же Луны на небе определяется ее видимым угловым расстоянием до других светил.

Таким образом, явилась задача о предвычислении на несколько лет вперед таблиц, показывающих угловые расстояния от Луны до Солнца или до других легко наблюдаемых светил, скажем через каждые три часа гриничеського времени, ибо за такой промежуток движение Луны можно считать равномерным, и тогда, сличая наблюденное расстояние с показанным в таблицах, является возможность находить гриничское время в момент наблюдения.

Ясно, что для этого надо было знать точный закон движения Луны. Но движение это оказывается весьма сложным и далеко не равномерным и подверженным множеству отступлений от равномерности, или так называемых неравенств. Главнейшее из них на основании наблюдений было открыто еще Гиппархом примерно за 200 лет до нашей эры, другое важное неравенство было открыто в конце XVI века Тихо де Браге, тем не менее на основании одних только наблюдений составить таблицы движения Луны не удавалось, погрешности в ее месте доходили до $^1/_2{}^\circ$, что соответствовало бы погрешности в долготе в целый час, т. е. примерно 1000 километров в средних широтах.

Ньютон, открыв закон всемирного тяготения, приложил его к теоретическому установлению законов движения Луны. Он указал причины главнейших неравенств, но когда для проверки их стал сличать вычисленные и наблюденные места Луны, то обнаружил значительное расхождение между теоретическою и выведенною из наблюдений величиною одного из этих неравенств. Лишь через 150 лет после его смерти при разборе сохранившихся его рукописей оказалось, что он открыл причину этого расхождения, происходившего от недостаточной точности его вычислений, и устранил его, но этого не опубликовал.

Первая полная теория движения Луны, основанная на ньютоновом законе тяготения, принадлежит Клеро, который также и по той же причине, как и Ньютон, получил то же расхождение между теорией и действительностью, но затем нашел эту причину и устранил ее влияние. Сочинение Клеро было издано в 1752 г. нашей Академией.

Затем Эйлер переработал и видоизменил теорию Клеро и придал ей более удобный для составления таблиц движения Луны вид и опубликовал свою теорию в 1753 г. Его формулами, дополнив их несколькими неравенствами, выведенными из наблюдений, воспользовался гетингенский астроом Тобиас Майер и составил таблицы, по которым можно было предвычислять место Луны с достаточною точностью, но конечно эти вычисления были слишком сложны для мореплавателей.

В 1761 г. происходило прохождение Венеры через диск Солнца. Это редкое явление давало возможность определять расстояние от Земли до Солнца, поэтому, для его наблюдения было образовано множество экспедиций, в одну из которых на о. Св. Елены был командирован астроном Маскелин. Во время плавания он, пользуясь таблицами Майера, определял долготу корабля по лунным расстояниям и убедился в практической пригодности этого способа.

Став вскоре директором Гриничской обсерватории, или, как их титулуют, королевским астрономом, он при содействии английского Ад-ва с 1767 г. начал издание „Nautical Almanac“ — „Морской месяцеслов“. продолжающееся и поныне. В нем через каждые три часа гриничского времени показаны те угловые расстояния от Луны до Солнца и четырех или пяти наиболее ярких и удобных для наблюдений на море светил, которые усматривались бы из центра Земли. Почти одновременно с этим Sheppard и Mathews издали громадный том в 1800 страниц in 4° таблиц, упрощающих вычисление тех поправок, которые надо присовокуплять к наблюденным с поверхности Земли видимым угловым расстоянием Луны для перевода их в „истинные“, т. е. относящиеся к центру Земли, для сличения их с показателями в „Almanac'e“. После этого способ определения долгот по лунным расстояниям вошел во всеобщее употребление и удержался в практике мореплавания примерно сто лет или несколько более, т. е. пока изобретенный Гаррисоном еще в 1761 г. морской хронометр был настолько удешевлен и усовершенствован, что вошел во всеобщее употребление, да и продолжительность переходов с развитием пароходства значительно сократилась. С 1915 г. в „Almanac'e“ лунные расстояния более не показываются, а подача сигналов времени по радио сделала то, что на корабле гриничское время и по плохому хронометру всегда с точностью известно.

После долгих испытаний премия в 20 000 фн. ст. была выдана Гаррисону, 3000 фунтов было выдано наследникам Майера и 300 фн. ст. Эйлеру за его формулы, послужившие Майеру для составления таблиц движения Луны.

Вернемся теперь к Эйлеру и его „Новой теории Луны“.

В астрономической практике с глубокой древности, т. е. за несколько столетий до нашей эры, для определения места Луны сперва находили положение той орбиты, по которой Луна движется вокруг Земли, причем сперва считали эту орбиту кругом с центром в центре Земли, а затем вне его, и определяли место Луны на ее орбите. Так дело продолжалось до Кеплера, который показал, что в месячном своем движении Луна обращается вокруг Земли по эллипсу, в одном из фокусов которого находится центр Земли и вместе с Землею в годовом ее движении переносится по эллипсу же вокруг Солнца.

Не только движение луны по ее орбите вокруг Земли весьма сложное, ибо под действием притягательной силы Солнца оно не следует в точности простым законам Кеплера, а значительно отступает от них, но кроме того самая орбита Луны в переносном ее движении изменяется.

Таким образом, для предвычисления места Луны надо сперва вычислить мгновенное положение ее воображаемой орбиты, а затем ее место на этой орбите. Этому порядку следовал Ньютон, за ним Клеро и Эйлер в первой своей теории.

Совершенно иной путь принял Эйлер в „новой" своей теории, которая под его диктовку была записана его учениками-академиками: его сыном Иваном Альбертом Эйлером, Крафтом и Лекселлем, ими же произведены все выкладки и численные вычисления в этом громадном томе, заключающем 770 стр. in 4°.

В этой теории Эйлер применяет совершенно отличный от предыдущих метод, он определяет движение Луны в прямолинейных прямоугольных координатах, сделав весьма удачный выбор таких координат. Он берет две системы таких координат — неподвижную и подвижную, первая служит ему для определения переносного движения всей системы, состоящей из Земли и Луны, вторая для определения движения Луны по отношению к Земле.

В неподвижной системе он начало берет в центре Солнца S, ось SX направляет в точку весеннего равноденствия, ось SZ — перпендикулярно к плоскости эклиптики и ось SY — в точку, долгота которой 90°.

В плоскости SXY движется по законам Кеплера общий центр тяжести O Земли и Луны.

Если на эту плоскость проектировать место Луны, то получится линия, извивающаяся приблизительно тринадцать раз за год около эллипса, описываемого точкою O, причем наибольшее отступление от этого эллипса составляет около $\frac{1}{400}$ его большой оси, т. е. среднего расстояния от Земли до Солнца, вместе с тем прямая соединяющая проекцию Луны с центром Солнца имеет около этого центра вращательное движение, немногим отличающееся от равномерного, представляющего так называемое среднее движение Луны по долготе.

Воспользовавшись этими обстоятельствами, Эйлер и принимает за начало координат O_1 подвижной системы то положение, которое занимала бы точка O_1, двигаясь не по кеплерову эллипсу, а равномерно по кругу; ось O_1X он берет параллельно вышеупомянутой равномерно вращающейся прямой, ось O_1Z — перпендикулярно к плоскости эклиптики на 90° вправо от O_1X, если из точки O_1 смотреть на Солнце.

При таком выборе этих равномерно вращающихся подвижных осей проекция Луны будет все время оставаться близко в точке O_1 — началу подвижных осей координат, и все три координаты X, Y, Z будут выражаться малыми числами, принимая за единицу среднее расстояние от Земли до Солнца, т. е. радиус круга, описываемого равномерно точкою O_1 около точки S.

Так как координаты X, Y, Z выражаются малыми числами, то по степеням этих чисел удобно разлагать в ряды, ибо в этих рядах можно будет ограничиваться немногими первыми членами, это и делает Эйлер.

Кроме того, в эти разложения входят следующие также малые величины: эксцентриситет средней орбиты Луны, равной 0.05445; наклонность орбиты Луны, равная 0.08964 в числовой мере; эксцентриситет орбиты Земли, равный 0.01679 и отношение среднего расстояния Луны до Земли к среднему расстоянию от Земли до Солнца, равное кругло $\frac{1}{400}$.

Сперва Эйлер составляет дифференциальные уравнения движения Луны, отнесенного к вышеуказанным неподвижным координатным осям, затем преобразует их к подвижным осям, после чего разлагает входящие в эти уравнения выражения расстояний от Луны до Солнца и от Луны до Земли по степеням малых величин X, Y, Z, ограничиваясь в этих разложениях сравнительно небольшим числом членов, соответствующим требуемой точности.

Получив эти уравнения, Эйлер с изумительною простотою, последовательностью и ясностью излагает общий способ приближенного решения их, разлагая величины неизвестных X, Y, Z в ряды по степеням вышеприведенных малых постоянных параметров и по синусам и косинусам различных углов, пропорциональных времени, которые сами собою войдут при этих разложениях. Эти пропорциональные времени углы представляют среднее движение по долготе Луны и Земли и различные линейные сочетания кратностей этих углов.

Он всякий раз указывает сколько членов надо брать в этих разложениях, чтобы погрешность не превышала нескольких дуговых секунд в видимом месте Луны, которое он стремился получить с точностью примерно до $\frac{1}{2}$ дуговой минуты, что вполне соответствовало тогдашней практической потребности.

По выяснении общего метода, установления вида разложений, зависимости между коэффициентами при последовательном переходе от одного порядка или степени малых величин к следующему, в указанном сочинении приведены подробно самые вычисления и наконец дана общая сводка формул и ряд вспомогательных таблиц, по которым вычисляется в обычных астрономических координатах видимое место Луны.

Благодаря ясности, последовательности и простоте изложения, изучение этого сочинения Эйлера, кроме неизбежной длинноты выкладок, не представляет особенных затруднений, если ограничиться первой его частью, занимающей 127 страниц, в которой излагается общая метода составления и приближенного решения дифференциальных уравнений движения Луны.

Но как известно, при применении методы последовательных приближений, составляющих сущность метода Эйлера, возникает то затруднение что появляются так называемые вековые члены, т. е. такие, где время t

входит вне знаков синусов и косинусов, так что эти члены с течением времени неопределенно возрастают и полученные ряды становятся непригодными.

Эйлер не счел нужным исследовать это обстоятельство и изыскивать способы к его устранению, он ограничился следующим замечанием, составляющим § 88 его книги: „однако подобного случая (появления вековых членов) в движении Луны и в других существующих движениях появиться не может, что следует из того, что, если бы величины x, y содержали бы какой-либо угол ω (вне знаков синуса и косинуса), то с течением времени эти члены возрастали бы беспредельно; кроме того от них произошли бы члены, содержащие вторую, третью и вообще все высшие степени этого угла в самих выражениях x и y, что представляется совершенно нелепым“.

Возникает опасение не проявил ли здесь Эйлер, подобно тому, как это было в его дифференциальном исчислении, если можно так выразиться, излишнее доверие к могуществу формального анализа, которое и могло ввести его в заблуждение.

В самом деле Тиссеран в III томе своей „Небесной Механики“ (стр. 87) указывает, что как-раз при форме разложений, принятой Эйлером, неизбежно появляются вековые члены, если составлять общие интегралы уравнений движения; Эйлер же их не встретил, ибо составлял лишь частные решения. Этим замечанием и ограничивается знаменитый французский астроном, оставляя открытым вопрос, верна ли теория Эйлера или нет.

Ведь все, что нужно Эйлеру и практике, это не общие интегралы уравнений движения Луны, а такие их частные решения, которые удовлетворяют начальным условиям, причем выбор начальных условий остается произвольным. Более того, Эйлер, чтобы избавиться от вековых членов взял движение перигея, не определяя его из общих уравнений движения Луны, а взял его, как он сам говорит, „ex coelo“, т. е. „с неба“, введя его истинное даваемое наблюдениями значение в самые уравнения движения, таким образом он, как бы не составляя того уравнения, к которому через сто лет пришел Гилль, взял „ex coelo“ его решение.

Это тем более вероятно, если сопоставить слова Тиссерана, III том „Небесной Механики“ которого вышел в 1894 г., с следующими словами знаменитого американского астронома Симона Ньюкомба, сказанными им в 1908 г. на математическом конгрессе в Риме, где он делал обзорный доклад о теории движения Луны.

Охарактеризовав теории Лапласа, Дамуазо, Ганзена, Делоне и др., Ньюкомб продолжает: „я перехожу теперь к ряду исследований, которые, как мне кажется, приводят к результатам, обладающим всею точностью, требуемой теперешней астрономией.

„Этот ряд начинается сочинением Эйлера Theoria Motuum Lunae nova methodo pertractata“. Весьма замечателен тот факт, что прошло целое столетие и ни один математик не заметил превосходства теории, изложенной в этом сочинении Эйлера. Оно было издано в 1772 г., а знаменитый мемуар Гилля о движении лунного перигея появился в 1878 г. Затем Адамс и Кауэлль подобно Гиллю рассмотрели движение узлов и наконец Э. Браун довел теорию Луны до полной точности. Подобно Эйлеру Гилль и Браун исследуют движение Луны в прямолинейных прямоугольных координатах".

К этим словам Ньюкомба следует добавить, что А. М. Ляпунов доказал сходимость тех рядов, которыми пользуется Гилль, во всяком случае они заставляют думать, что в этом сочинении, как и во многом другом, Эйлер опередил свой век на сто лет.

Это сочинение Эйлера представляется настолько замечательным, что первую общую его часть Академии Наук следовало бы издать в переводе на русский язык, ибо вид дифференциальных уравнений, рассмотренных Эйлером настолько общий, что подобного рода уравнения, но гораздо более простые, встречаются во множестве прикладных и технических вопросов и сделать методы Эйлера доступными техникам и инженерам вполне соответствует задачам Издательства Академии Наук. В этом издании можно будет, занявшись вопросом и о том, кто прав Эйлер или Тиссеран, притти к заключению, что прав Эйлер и что его теория служит первообразом теории Гилля, как это и указывает Ньюкомб.

Акад. С. И. ВАВИЛОВ

ФИЗИЧЕСКАЯ ОПТИКА ЛЕОНАРДА ЭЙЛЕРА[1]

Новая оптика, наследница учения Эвклида и Птоломея, начала свое существование с того момента, когда Галилей на башне Сан Марко с триумфом демонстрировал венецианским патрициям практические преимущества зрительной трубы для мореплавания, а повернув ее на ночное небо, сразу раздвинул пределы вселенной, доступные астроному. Техническая ценность зрительных труб, а позднее микроскопов, почти в течение двух веков определяла судьбы развития учения о свете. Ученый мир Европы XVII и XVIII вв. с усердием занимался искусством шлифовки и полировки линз и зеркал, конструкцией оптических систем, их расчетом и усовершенствованием. Прямо или косвенно именно практические запросы заставляли увлечься оптикой Декарта, Ньютона, Гюйгенса, Эйлера, Ломоносова. Эта „оптотехническая“ линия, по современной терминологии, неуклонно и последовательно простирается от Галилея до нашего времени, проходя через такие этапы, как построение 48-дюймового телескопа Гершеля в 1789 г., микроскопа Аббе в конце XIX в. и колоссальный рост военной оптики со времени мировой войны.

Вокруг этого стержня путаными зигзагами развивается физическая оптика, учение о свете, приобретая только в XIX в., наряду с теоретическим, и некоторое практическое значение.

История физической оптики — яркий пример крайней сложности законов развития областей знания, в своих первых стадиях только косвенно связанных с запросами техники.

XVII век в сущности совершенно неожиданно стал эпохой поистине изумительного расцвета физической оптики. Открытие диффракции света Гримальди, установление понятия о монохроматическом свете и его периодичности Ньютоном, первое измерение скорости света Рёмером, обнаружение двойного лучепреломления Бартолином, создание теории оптики анизотропной среды Гюйгенсом, первая формулировка свойства поляризации света у Ньютона, эскизы волновой теории света Гримальди, Гука и Гюйгенса — таковы некоторые результаты физической оптики XVII в.

---

[1] Доклад, прочитанный на торжественном заседании в Академии Наук СССР 5 октября 1933 г.

По эффективности научного творчества только наше время может конкурировать с этой цепью блистательных открытий.

Но эти темпы научного роста не менее изумительно снизились в XVIII в., достигнув прежней быстроты только через столетие, ко времени Юнга и Френеля. XVIII век — время несомненного затишья в области физической оптики. Если бы можно было найти количественную меру скорости действительного развития науки, кривая кинетики физической оптики несомненно имела бы крутой подъем в начале (XVII в.) с последующим почти горизонтальным участком XVIII в. и с новым резким подъемом в XIX и нашем столетии. Эта кривая резко отличалась бы от монотонной постоянно подымающейся линии развития оптотехники.

Помимо бесспорного усовершенствования оптических систем, в частности и в особенности построения ахроматических линз, XVIII в. оставил еще одно практическое наследство в области оптики — фотометрию, созданную Буге и Ламбертом. Новая эпоха требовала достаточного, рационального освещения по крайней мере для дворцов, парадных площадей, праздничных иллюминаций и дворянских карет. Фотометрия возникла естественно, как первый шаг светотехники и без замедления использовалась для практических целей. Одним из первых светотехников, с успехом занимавшихся вопросами освещения улиц и помещений, был Лавуазье, оставивший несколько замечательных мемуаров по освещению большого города, театральных зал, и по рациональному устройству ламп и фонарей. Следы занятий фотометрией и светотехникой сохранились в заметках Ломоносова. „Вставивши разных цветов, убирать по произволению кабинетные иллюминации“ записывает он, например, добавляя при этом: „для Самой“ т. е. царицы. Изобретатель Кулибин с большим успехом проектировал и фабриковал вогнутые многогранные зеркала для фонарей типа современных „юпитеров“. Он же искусной расстановкой зеркал осветил естественным светом темные коридоры царскосельского дворца.

Но светотехника XVIII в. не больше чем его оптотехника способствовала развитию физического учения о свете. За исключением разрозненных экспериментальных фактов, мы не можем указать результатов физической оптики этого времени, которые бы имели непосредственное значение для физики XIX столетия. Между тем в XVIII в. физической оптикой занимались многие и много. Издания европейских Академий и Королевского общества пестрят мемуарами о природе света и оптических явлениях, повторяя нередко один другой и мало изменяя общее состояние науки.

Великий математик Леонард Эйлер был самым выдающимся оптиком своего времени, но вместе с тем его вполне характерным представителем. В литературном наследии Эйлера насчитывается свыше 60 мемуаров по вопросам оптики и кроме того такие объемистые книги как „Диоптрика“ в разных вариантах и популярные „Письма к одной немецкой принцессе“. Эти работы тянутся непрерывной чередой от первого петербургского периода до конца жизни Эйлера, охватывая почти полвека; они с полной ясностью отражают состояние наиболее прогрессивной ветви оптики своего времени с ее практическими успехами и, вместе с тем, с недоведенными до конца теоретическими выводами, не проверенными опытом и не получившими реального значения.

Теоретические позиции Эйлера в учении о свете формулированы впервые в „Диссертации об огне, его природе и свойствах", премированной в 1738 г. Парижской Академией. „Пламя непрерывно сотрясает эфир, — пишет Эйлер. Эти удары порождают в необычайно упругом эфире колебания, непрерывно распространяющиеся во все стороны и по прямым линиям. Таким образом эти колебания эфира становятся световыми лучами, точно так же, как звуковые лучи в воздухе". Эта очень старая идея об аналогии звука и света положена Эйлером в основу его „Новой теории света и цветов", опубликованной в 1746 г. в Берлине и являющейся его центральным и наиболее подробным мемуаром по физической оптике. Последующие работы содержат только исправления или новые примеры к этому сочинению.

Мемуар начинается отчетливо выраженным положением „близкодействия". „Всякое ощущение происходит через соприкосновение, производящее некоторую перемену в нашем теле: это настолько явствует из рассуждения и из опыта, что не может подлежать никакому сомнению". Далее утверждается возможность только двух способов воздействия внешних тел: вещественного истечения и переноса движения через промежуточную вещественную среду. „Нет больше как две системы или теории изъяснять начало и свойство лучей", повторяет позднее Эйлер это утверждение в „Письмах к одной немецкой принцессе" (цитаты по переводу С. Румовского). „Одна Невтонова, в которой утверждается, что лучи суть вещественные струи из солнца и из других светящихся тел истекающие, а другая та, о которой я старался уверить В. В. и которой, хотя прежде меня многие почти такие же имели мысли, меня изобретателем почитают. Может быть, что я имел счастие довесть оную до высшей степени ясности".[1] Эта альтернатива корпускул и волн, поставленная еще в античной физике, с неизбежностью должна была разрешаться в каждой теории света, построенной на принципах классической механики, и только наше время нашло неожиданные новые пути квантовой механики, уводящие от этой неизбежности.

„Новая теория света и цветов" содержит далее ожесточенную критику корпускулярного воззрения Ньютона. Это ожесточение против Ньютона у Эйлера, занимавшего во многих вопросах математики, физики и философии, анти-ньютонианские, лейбницовские позиции, особенно резко выражено в „Письмах": „Я думаю, что сии неудобства [т. е. неудобства корпускулярной теории] довольно уверят В. В. о невозможности сея

[1] Последняя фраза показывает насколько высоко сам Эйлер до конца дней оценивал свою теорию света.

системы, и без сомнения удивитесь, что она вымышлена толь великим человеком и принята толь многими просвещенными философами. Но Цицерон уже сделал сие примечание, что не можно ничего толь странного выдумать, что бы философы защищать не в состоянии были. Что до меня, то я еще мало заслуживаю имя философа, чтоб сему мнению последовать".

Едва ли Эйлер тщательно, во всех частях, изучал „Оптику" Ньютона, от него ускользнула крайняя осторожность теоретических выводов этой книги, разнообразие экспериментальных аргументов в пользу корпускулярной теории и вопросная, очень нерешительная формулировка многих заключений. В сущности со своей критикой Эйлер обращался не столько к Ньютону сколько к его последователям XVIII века, „sectatores Neutoni", как он их называет. Эйлер прежде всего обрушивается на утверждение ньютонианцев о пустоте мирового пространства, опирающееся на невозмущенность движения небесных тел. Ньютонианцы противоречат самим себе, наполняя пространство вместо тонкого эфира непрерывным потоком световых частиц, несущихся с огромной скоростью, который должен оказывать сопротивление движению планет и комет. С другой стороны Эйлер в особом мемуаре „О замедлении движения планет", приложенном к „новой теории", рассчитывает, что, если плотность эфира меньше плотности воздуха приблизительно в 400 млн. раз,[1] то эфир не может оказать заметного замедляющего действия на планеты. Далее следуют соображения о необходимости соударения световых корпускул в мировом пространстве, которое должно бы привести к саморассеянию света, наконец указываются трудности объяснения прохождения корпускул Ньютона через прозрачные жидкие и твердые тела.[2] Эйлер не замечает, что защитники корпускул с равным успехом могли бы укрыться за малость частиц, как он укрывается за крайнюю разреженность эфира.

Особенно интересны в историческом отношении страницы, в которых Эйлер пытается объяснить прямолинейное прохождение световых волн сквозь узкие отверстия. Здесь прежде всего удивляет забвение факта диффракции света, подробно описанного Гримальди, Гуком и Ньютоном еще в XVII в. Эйлер не обратил внимания на самое выгодное для защищаемой им теории и хорошо известное обстоятельство. Трудно предположить, что он не читал „Оптики" Ньютона! Наиболее вероятная причина этой, поистине трагической для развития науки ошибки Эйлера состояла в неправильной теории волнового движения, гипнотизировавшей Эйлера до пренебрежения фактами. Эйлер представлял себе сферическую волну как механическую сумму независимых лучей, протянутых от центра и колеблющихся подобно струнам. Иначе говоря, Эйлер не знал, или не признавал принципа Гюйгенса, и его теория, отрицая корпускулы Ньютона

[1] Для расчетных увлечений Эйлера характерно, что эта цифра прецизируется им с точностью до 387367100!

[2] Аналогичные возражения приводились позднее (1756 г.) Ломоносовым в его "Слове о происхождении света".

и волны Гюйгенса, была лучевой теорией, теорией колеблющихся лучей, а не волн в пространстве. С этой точки зрения прямолинейное распространение света, в противоречие с фактами, объяснялось безукоризненно, но нужно было объяснить совершенно несомненное рассеяние звука при прохождении сквозь узкия отверстия. Эйлер принужден прибегать для этой цели к совершенно искусственным предположениям о проницаемости стен для звука, о том, что звуковые лучи, падающие на отверстие, идут с различных сторон. Вместе с тем, разбирая движение светового луча, Эйлер пишет, вероятно впервые в истории учения о свете, привычное нам теперь уравнение плоской гармонической волны, т. е. создает аппарат элементарной волновой оптики, вполне достаточный для решения простейших интерференционных задач.

Имелись на лицо все данные по крайней мере для создания теории интерференции света. Эйлеру прекрасно были известны цвета тонких пластин и Ньютоновы кольца. Применение простых законов отражения и уравнения волны дает, как мы знаем, сразу объяснение явления, но одна правильная мысль встает у Эйлера наперекор другой, приводя его к новой ошибке, имевшей самое гибельное значение для развития учения о свете. В мемуаре „Опыт физического объяснения цветов чрезвычайно тонких поверхностей“, представленном в 1752 г. в Берлинскую Академию, Эйлер развивает теорию оптического резонанса. „Маленькая частица, пишет Эйлер, способная к восприятию определенного колебательного движения, действительно начнет колебаться, если интервалы непрерывно повторяющихся бесконечно малых толчков, станут равными времени одного колебания частицы или будут находиться с ним в соизмеримом отношении. Равным образом понятно, что чем проще это отношение, тем сильнее будет колебаться частица, достигая вскоре состояния излучения, вследствие чего она делается видимой с определенной окраской соответственно быстроте колебания“. Такими резонирующими частицами, по теории Эйлера, являются участки эфира в тонком зазоре между стеклами в опыте Ньютона. Ньютоновы кольца, по Эйлеру, — результат оптического резонанса. Затруднение, состоящее в том, что с этой точки зрения все кольца должны различаться по цвету, так как они соответствуют разным толщинам, а, следовательно, разным периодам, Эйлер обходит аналогией с музыкальными октавами, заимствованной у Ньютона. Не подозревая существования невидимых лучей, Эйлер считает, что частота колебаний, вдвое бо́льшая частоты крайнего красного, будет снова вызывать ощущение красного и т. д. Заметим момоходом, что на липмановских фотографиях, на которых снят непрерывный спектр, мы имеем хорошую модель этого представления Эйлера. Ультрафиолетовый конец спектра в отраженном свете кажется красным, по понятной причине.

Эта остроумная сама по себе теория Эйлера закрыла ему глаза на интерференционную сущность явления и отодвинула эпоху действительной победы волновой теории до времен Юнга и Френеля.

На представлении о резонансе Эйлер строил объяснение отражения света и естественной окраски тел, не учитывая, разумеется, роли интерференции при отражении. Теория резонанса успешно применена Эйлером для объяснения фосфоресценции. В последнем мемуаре, посвященном вопросам физической оптики и напечатанном в 1777 г. под заглавием „Рассуждения о некоторых новых оптических явлениях“ старик Эйлер подводит коротко итоги своим исследованиям по теории света, без изменения повторяя положения „Новой теории света и цветов“, и дает объяснение различию возбуждающего света и цвета фосфоресценции в фосфорах на основании теории резонанса. В современных терминах объяснение, при благожелательном к нему отношении, сводится к тому, что цвет фосфоресценции соответствует собственным колебаниям молекулы, которые могут сильно отличаться от вынуждающих колебаний падающей волны. Вместе с тем длительность собственных колебаний может сильно меняться в зависимости от природы фосфора. Эта теория в основном совпадает с теорией флуоресценции и фосфоресценции, развитой Стоксом и Ломмелем, далекой от истины, но вполне соответствующей духу классической волновой теории взаимодействия света и вещества.

В мемуаре „О причине кометных хвостов, о северном сиянии и зодианальном свете“, опубликованном в 1746 г. несколько позднее „Новой теории света и цветов“ Эйлер прибегает к помощи светового давления и пытается дать толкование его с точки зрения волновой теории света. „Частицы, колебательное движение которых и создает свет, — пишет Эйлер, — не смещаются заметным образом со своих мест, однако существует небольшое пространство, в пределах которого они движутся. Этого движения достаточно для сотрясения наиболее легких корпускул: при непрерывном сотрясении корпускулы наконец приходят в движение и передвигаются на заметное пространство. Ясно, что для этого требуется значительное время, пропорциональное величине корпускул и сопротивлению веса, который может даже уничтожить это движение полностью“.

Маневрируя между правильными заключениями и явными ошибками своей концепции, Эйлер создал и до конца жизни упорно отстаивал такую волновую теорию света, которая не представляла в сущности никаких преимуществ в сравнении с воззрениями Ньютона, объясняя главным образом объясненное и отдавая в жертву непонятых световых явлений ясную и принципиально решенную проблему акустики. На примере неудачи теории Эйлера видно, с каким трудом развивалось в новой физике понятие о волновом движении. Гук и Ньютон еще смешивали длину волны с амплитудой, только у Мальбранша эти понятия отчетливо дифференцируются. Эйлер не знает или не понимает принципа Гюйгенса, отождествляя пространственную волну с колебаниями системы натянутых струн. Идея оптического резонанса заслоняет для него понятие о когерентности падающей и отраженной волны и препятствует созданию теории интерференции. Математическому гению Эйлера не хватало физической интуиции Ньютона и Гюйгенса, позволявшей угадывать решение при отсутствии точной математической формулировки задачи или методов ее решения. Эйлер ясно отдавал себе отчет в математическом несовершенстве теории звука и света. В мемуаре „О распространении звука и света“ 1750 г. он пишет: „В движении тел и в особенности жидкостей имеется много явлений, объяснить которые теория не в состоянии. Ибо, хотя принципы механики, на которых основаны все законы движения, повидимому, достаточно известны и достаточно применимы к общим явлениям для того, чтобы с их помощью подчинить изменения движения аналитическим формулам, однако очень часто анализ становится недостаточным для решения уравнений... Разве мы не видим, что принципы механики каждый день приводят нас к дифференциальным уравнениям, решение которых может быть найдено, только при таком развитии анализа, от которого он еще очень далек.“ Исследованиями Гамильтона, Стокса, Кирхгофа и в особенности Рэлея строгое математическое решение задач теории волн было найдено, но и до них физическая интуиция Френеля, которого, по выражению Лорентца, не пропустили бы на экзамене современные математики, позволила построить настоящую волновую теорию света.

Разумеется, причины неудачи Эйлера кроются не только в том, что гений его был по существу математический, что он плохо чувствовал эксперимент (хотя сам и экспериментировал), что он мало интересовался работами таких своих предшественников в оптике, как Ньютон и Гюйгенс. Главная причина определялась по существу глубоким равнодушием эпохи к вопросам физической оптики. Эйлер много раз в течение почти полувека излагал свою теорию в мемуарах и в популярной форме („Письма к одной немецкой принцессе“ только на русском языке в XVIII в. имели 4 издания) и ни от кого не получил указания хотя бы на то, что им забыта диффракция и поляризация света и не принят во внимание принцип Гюйгенса. Физики XVIII в. производили многие интересные опыты со светом, касавшиеся интерференции, светового давления, фосфоресценции, фотохимии электрооптики; придумывались бесчисленные оптические теории, назовем, например, домыслы Ломоносова и Марата, но на все это не обращалось в сущности никакого внимания, физическая оптика в то время была не нужна, ее результаты, как правильные, так и ошибочные не задевали практических интересов. Точно так же как Ньютон после Гюйгенса в 1704 г. мог излагать заведомо ошибочную теорию двойного лучепреломления, никем не поправляемый, точно так же Эйлер в своих оптических экскурсах был десятки лет предоставлен сам себе. Нет сомнения, что даже ничтожный намек со стороны научной критики о забытых фактах и принципах вывел бы Эйлера на правильную дорогу и волновая теория торжествовала бы победу не в XIX, а в XVIII в.

Предположение о первостепенной роли безразличия к вопросам физической оптики в XVIII в. (т. е. технической бесполезности их в то время) в неудаче Эйлера подтверждается его успехами в области практической оптики, имевшей несомненное значение для эпохи.

Увлечение вопросами геометрической оптики началось у Эйлера вероятно одновременно с составлением „Новой теории света и цветов". Первые работы в этом направлении носят снова антиньютонианский характер, Эйлер резко выступает против утверждения Ньютона о невозможности построения линз, свободных от хроматической аберрации. Истинные причины этого неправильного утверждения автора „Оптики" до сего времени не совсем ясны. Можно думать, что Ньютона увлекла на этот путь внешняя аналогия между музыкальной гаммой и протяженностью отдельных цветовых участков видимого спектра. С этой точки зрения дисперсия не могла быть различной в различных веществах и закон дисперсии должен иметь универсальный характер. Есть основания предполагать, что опыты Ньютона со сложными наливными призмами не давали дисперсии отличной от стекла по той причине, что он, по обычаю своего времени, для просветления воды, растворял в ней в большом количестве тяжелый свинцовый сахар.

Доводом, убеждавшим Эйлера в ошибочности утверждения Ньютона, был кажущийся ахроматизм глаза. Эйлер неоднократно, до конца своих дней возвращался к этому аргументу. В „Письмах", например, говорится: „Примечено, что сие (т. е. хроматизм) отвратить можно, совокупляя различные прозрачные материи, но ни теория, ни практика не доведены еще до такого совершенства, чтоб можно было в самом деле отвратить все сии недостатки. Между тем глаз, который создатель сотворил, не имеет ни единого из сих несовершенств, и ни одного из тех, которому бы подвержен был глаз по мнению упорного разума устроенный. Отсюда понимаем истинную причину, для чего премудрый создатель в сложении глаза употребил многие прозрачные материи: т. е., чтоб оградить его от всех несовершенств, которыми дела рук человеческих от божиих отличаются".

Это рассуждение Эйлера ошибочное по существу, ибо хроматизм глаза в действительности очень велик, привело Эйлера к правильному выводу о возможности построения ахроматических систем. Эйлер отвергает универсальный закон дисперсии Ньютона и делает многочисленные попытки на основе произвольных, иногда явно ошибочных предположений вывести правильный закон дисперсии. Достигнуть этого ему не удалось: и теперь, с точки зрения физиков, имеющих за собою блестящую классическую оптику XIX в., мы не можем понять каким образом Эйлер, ясно представлявший себе оптический резонанс, неоднократно применявший его, как мы видели, для объяснения световых явлений, и постоянно возвращавшийся к проблеме дисперсии, не связал ее ни разу с идеей оптического резонанса. Такие вопросы часто возникают при ознакомлении с историей науки. Почему Ньютон, изучавший диффракцию и интерференцию света, не принял волновой теории, почему никто до Лауэ не пришел к естественной мысли о том, что кристалл — это диффракционная решетка, почему ни один теоретик до де-Бройля не усмотрел, что в постулате стационарных состояний Бора явно сквозит волновая природа электрона? Эта удивительная слепота целых поколений самых внимательных исследователей — очень интересный вопрос для психологии и социологии научного творчества.

Эйлер подошел к изучению дисперсии экспериментальным методом, он производит опыты с наливными линзами, состоящими из менисков, наполняемых различными жидкостями и обнаруживает возможность уменьшения хроматизма. При этом он указывает остроумный метод весьма точного, для своего времени, измерения показателей преломления жидкостей по перемещению точки схождения лучей, происходящему при замене в наливной линзе одной жидкости другой (1756 г.). Этот прием применен был почти 150 лет позднее проф. Пильчаковым для точной рефрактометрии и по своей простоте и поучительности заслуживал бы и теперь широкого распространения по крайней мере в школах.

Как известно, открытие ахроматических линз всегда связывается с именем Доллонда и очень часто при этом забывается громадная заслуга Эйлера. В 1774 г. Эйлер излагал историю ахроматических систем следующим образом: „Наше мнение вскоре же подверглось яростным нападкам со стороны покойного Доллонда, который еще долгое время считал, что доказательство великого Ньютона обосновано настолько прочно, что не может быть ошибочным. Для подкрепления своего мнения он приступил к опытам над преломлением различных прозрачных веществ, в особенности разных сортов стекла. Эти опыты вполне подтвердили мое мнение и Доллонд принужден был признать свою ошибку. Без сомнения именно это важное открытие, заставило искусного мастера с жаром приняться за усовершенствование обычных линз“.

Расчеты сложных ахроматических линз естественно увлекли Эйлера в сторону сложных оптических систем вообще, телескопов и микроскопов укороченной длины, но состоящих из большого числа стекол (до 8 линз). Эти работы нашли свое завершение в фундаментальной трехтомной „Диоптрике“ Эйлера, печатавшейся с 1769 до 1771 г. Эти исследования Эйлера послужили общепризнанным основанием дальнейшего развития оптотехники в XIX в. и не ограничились принципиальными расчетами. В 1774 г. Фуссом в Петербурге издана „Подробная инструкция к выполнению зрительных труб всевозможных видов“, составленная на основании работ Эйлера, с его предисловием и содержащая окончательные таблицы, предназначенные непосредственно для мастеров-оптиков. Среди этих таблиц содержатся и цифры для ахроматического микроскопа. В 1784 г. вскоре после смерти Эйлера, в Петербурге академиком Эпинусом был действительно изготовлен первый в мире ахроматический микроскоп, хранящийся теперь в Академии. Этот микроскоп был длиною в 3 фута и с увеличением в 70 раз. Не приходится удивляться длине микроскопа. В „Заметках“ Ломоносова записано например: „Микроскоп сделать в сажень, горизонтальный". Несомненно, конечно, что и ломоносовские грандиозные проекты вдохновлялись Эйлером.

Трудно поверить, если бы в том не убеждали нас книги, рукописи и сохранившиеся инструменты, что 150 лет тому назад на Васильевском острове, успешно, может быть успешнее чем где-либо в мире, начиналось под научным руководством Эйлера оптическое производство. Конечно это дело, не имея в екатерининской России никакой почвы, немедленно захирело после смерти Эйлера, но оно не погибло для Запада, где эта почва была на лицо. Только Великая Пролетарская революция вновь воскресила на том же Васильевском острове и научное исследование в области оптотехники и производство. Перегнавши однажды Европу в XVIII в., мы казалось безнадежно отстали в области оптического производства. Но революция быстро наверстала потерянное, и теперь у нас есть свои имерсионные объективы, свои Тессары и телескопы. Если не прямо, то косвенным путем через Запад, с опозданием больше чем на сто лет к нам вернулась практическая оптика Эйлера и было бы исторической справедливостью связать имя великого математика и оптотехника с нашей молодой развивающейся оптической промышленностью.

Н. С. КОШЛЯКОВ

ВАРИАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ЭЙЛЕРА

Едва исполнилось десятилетие со времени опубликования в 1684 г. в Acta Eruditorum Lipsiensia первого мемуара Лейбница „Nova methodus pro Maximis et Minimis itemque tangentibus“, как в здании высшего математического анализа, воздвигаемого уже на новом фундаменте, стали намечаться формы невиданного до сих пор размаха и грандиозности. Работы самого Лейбница, а в особенности его учеников и последователей — братьев Якова и Ивана Бернулли, исследования Ньютона в Англии, маркиза Лопиталя во Франции, показали, что новый метод исчисления является могучим орудием для изучения различных вопросов естествознания.

К этой эпохе развития анализа бесконечно-малых относится возникновение одной из важнейших частей современного математического анализа — вариационного исчисления.

Первая задача, относящаяся к области вариационного исчисления, была поставлена Ньютоном во второй книге его классического творения „Philosophiae Naturalis Principia Mathematica.“ Эта задача состояла в нахождении такой кривой линии, которая при вращении около заданной оси образовало бы тело, испытывающее при движении в жидкости по направлению оси наименьшее сопротивление. Ньютон ограничился лишь указанием дифференциального уравнения, которому удовлетворяет искомая кривая, само же уравнение было впоследствии проинтегрировано Лопиталем и Иваном Бернулли.

Но не этой, а другой минимальной задаче было суждено оставить след в истории развития высшего математического анализа.

В 1716 г. в июньском выпуске Acta Eruditorum Иван Бернулли опубликовал свою знаменитую задачу о брахистохроне или о кривой наискорейшего ската. Задача состояла в следующем: в вертикальной плоскости даны две точки A и B; требуется определить вид кривой линии, спускаясь по которой, тяжелое тело прошло бы путь от A в B в кратчайшее время.

Еще до опубликования своей задачи Иван Бернулли сообщил ее письменно Лейбницу (6 июня 1696 г.). О том, насколько эта задача произвела впечатление на Лейбница, можно судить из его ответа по следующей фразе: „Problema est profecto pulchrrimum, et me invitum ac reluctantem, pulchritudine sua, ut pomum Evam ad se traxit". В конце ответного письма к Бернулли, датированного 16 июнем, Лейбниц дал решение задачи; затем они условились, что задача о брахистохроне будет опубликована для состязания между геометрами, причем на решение представлялся срок в один год.

В заметке, вскоре после этого опубликованной в „Acta Eruditorum", Лейбниц снова коснулся задачи о брахистрохроне и выразил уверенность, что существует не более трех математиков (Лопиталь, Гедде, Ньютон), которым эта задача окажется по силе. И действительно, еще за долго до истечения годичного срока было представлено всего три решения, показавших, что искомая кривая есть циклоида. Одно из них принадлежало Лопиталю, другое Якову Бернулли, третье появилось в январском выпуске „Philosophical Transactions" (1697 г.) без подписи, но Иван Бернулли тотчас узнал в безыменном авторе Ньютона, как узнают льва по его когтям (tanquam ex ungue leonem), по его собственному выражению.

Из всех этих решений наиболее замечательно по своему методу оказалось решение Якова Бернулли. В нем был впервые высказан принцип, хотя и не обладающий надлежащей общностью, но приложимый к обширному классу задач. Этот принцип, сыгравший не маловажную роль в первоначальной фазе развития вариационного исчисления, утверждал, что если какая-нибудь кривая обладает свойством максимума или минимума, то этим свойством будет обладать и каждая ее бесконечно малая часть. Применив этот принцип к решению задачи о брахистрохроне, Яков Бернулли не ограничился исследованием одной только этой задачи, в конце своего сочинения он поставил свою знаменитую проблему об изопериметрах, приведя в качестве примера следующую задачу: на прямолинейном базисе BN поставлены две кривые BZN и BFN; ордината PZ одной кривой представляет степенную функцию от ординаты PF другой кривой; требуется определить вид кривой BFN при условии, что ее длина остается постоянной, а площадь BZN достигает своего максимума.

В 1697 г. Иваном Бернулли была поставлена еще одна экстремальная задача, повлекшая за собой изучение одного важного класса кривых линий. Эта задача состояла в проведении кратчайшей линии между двумя точками, взятыми произвольным образом на данной поверхности.

Первые исследования в этом вопросе были произведены Лейбницем и Яковом Бернулли, но наиболее важный результат был получен самим Иваном Бернулли, а именно он доказал, что в любой точке кратчайшей линии соприкасающаяся плоскость перпендикулярна к касательной плоскости к данной поверхности. Это, как известно, есть основное свойство геодезических кривых. Понимая всю важность затронутой им задачи, Иван Бернулли предложил заняться ей своему ученику, уроженцу города Базеля Леонарду Эйлеру, тогда еще совсем молодому математику.

Эйлер принял предложение Бернулли и в 1728 г. (21 года от роду!) напечатал в „Comm. Acad. Petrop“., t. II, мемуар под названием „De linea brevissima in superficie qualibet puncta iungenta“, в котором он дал общее решение поставленной задачи.

Четыре года спустя Эйлер поместил в том же журнале статью „Problematis isoperimetrici in latissimo sensu accepti solutio generalis“, где им впервые был дан тот метод решения задач на относительные максимумы и минимумы, который носит в вариационном исчислении название „правила Эйлера“. Затем во II томе своего капитального сочинения „Mechanica sive motus sciencia analytice exposita“, вышедшего в 1736 г., Эйлер дал ряд примеров на применение метода максимумов и минимумов к решению различных механических задач. Наконец, в 1744 г. вышел отдельным изданием знаменитый трактат Эйлера „Methodus inveniendi lineas curvas maximi minimive proprietate gaudentes sive solutio problematis isoperimetrici latissimo sensu accepti“, в котором Эйлер собрал вместе почти все свои исследования предыдущих лет, дополнив их многими новыми примерами и приложениями.

Содержание „Methodus inveniendi“ разделяется на шесть глав и два приложения.

В первой главе Эйлер сначала подробно останавливается на самой постановке задачи нахождения таких линий, которые сообщают какому нибудь выражению экстремальное значение. Затем указав, что главной задачей исследования будет развитие методов нахождения экстремумов абсолютных и относительых, Эйлер устанавливает, что величина, которая для экстремальной кривой достигает наибольшего или наименьшего значения, должна иметь вид интеграла

$$W = \int_{x_1}^{x_2} Z dx, \tag{1}$$

в котором Zdx может быть проинтегрировано только в том случае, когда между x и y существует вполне определенное соотношение. Такую величину W Эйлер называет неопределенной интегральной величиной (quantitas integralis indefinita). Далее Эйлер вводит понятие о варировании кривой в точке, рассматривая вместе с кривой amnoz другую кривую $am\nu oz$, бесконечно-мало отличающуюся от первой (фиг. 1).

В IV предложении Эйлер указывает, что в том случае, когда кривая amnoz есть экстремаль, значение формулы W для обеих кривых amnoz и amνoz будет одно и то же. Указав затем в примечании 61°, что в этом предложении заключен весь метод решения задач на экстремальные кривые, Эйлер обращается к вопросу о разыскании этих кривых. Для этой цели он вводит понятие о дифференциальном значении формулы W (valor differentialis), называя через него разность значений, принимаемых этой формулой для разыскиваемой экстремальной кривой и для кривой, испытавшей бесконечно-малое изменение.

В результате приравнивания нулю дифференциального значения формулы W должно получиться то уравнение, которым выражается природа разыскиваемой экстремальной кривой. Таким образом, вся трудность нахождения кривых, обладающих экстремальными свойствами, сводится к нахождению соответствующих дифференциальных значений и затем к решению тех уравнений, которые получаются в результате приравнивания нулю этих дифференциальных значений.

Развитию этой мысли посвящены II и III главы „Methodes inveniendi". Сначала Эйлер ставит задачей найти те приращения, которые получают величины

$$y,\ p=\frac{dy}{dx},\ q=\frac{d^2y}{dx^2},\ldots$$

когда одна из ординат Nn увеличивается на бесконечно малую частицу $n\nu$ (фиг. 2). Введя обозначения:

$$AM=x;\ MN=dx;$$
$$Mm=y;\ Nn=y';$$
$$Oo=y'';\ Ll=y_1 \text{ и т д.}$$

и заменяя производные разностями, Эйлер указывает, что при увеличении ординаты y' на частицу $n\nu$, $p=\frac{y-y'}{dx}$ получает приращение $\frac{n\nu}{dx}$, $p'=\frac{y''-y'}{dx}$ — приращение $\left(-\frac{n\nu}{dx}\right)$; q — приращение $\left(-\frac{2n\nu}{dx^2}\right)$ и т. д. Зная эти приращения, можно вычислить приращения и другой величины, составленной каким-нибудь образом из y', p, p' q и т. д. Выкладки значительно упрощаются, если вместо приращения величины взять ее дифференциал и затем после произведенного дифференцирования, заменить дифференциалы отдельных членов теми приращениями, которые этим дифференциалам соответствуют.

Так, например, (Meth. inven. p. 33) для вычисления приращения функции

$$y'\sqrt{1+p^2}$$

сначала составляется ее дифференциал

$$dy'\sqrt{1+p^2}+\frac{y'\,pdp}{\sqrt{1+p^2}},$$

а затем дифференциалы dy' и dp заменяются приращениями величин y' и p, после чего получается искомое приращение функции, а именно

$$n\nu\sqrt{1+p^2}+\frac{y'\,p\,n\nu}{dx\sqrt{1+p^2}}.$$

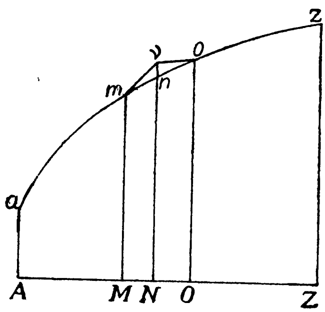
В конце II главы Эйлер применяет свой метод к исследованию абсолютного экстремума в том случае, когда функция Z зависит от x, y, p, т. е. когда

$$W=\int\limits_0^a Z(x,y,p)\,dx.$$

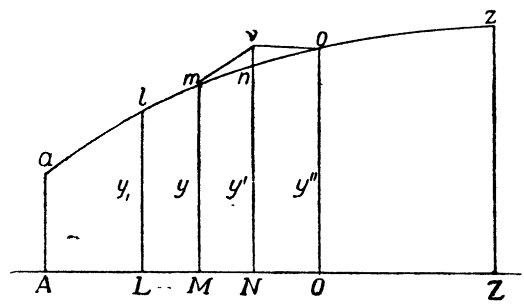
Вместо интеграла, входящего в первую часть, Эйлер берет сумму прямоугольников

$$\ldots + Z_1\,dx + Zdx + Z'\,dx + Z''\,dx + \ldots$$

и разыскивает дифференциальное значение этой суммы, предполагая, что ордината y' получила приращение $n\nu$. Очевидно, что надо найти дифференциальное значения отдельных членов этой суммы. Но от перенесения точки n в ν претерпевают изменения только те члены, в которые входят величины y', p и p', т. е. члены Zdx и $Z_1\,dx$. Следовательно, дифференциальные значения всех остальных членов суммы равны нулю. Для нахождения дифференциальных значений величин Zdx и $Z'\,dx$ надо их про-



Фиг. 1.



Фиг. 2.

дифференцировать и затем написать вместо dy', dp и dp' выражения $n\nu$, $\frac{n\nu}{dx}, -\frac{n\nu}{dx}$. Замечая теперь, что

$$dZ = Mdx + Ndy + Pdp$$
$$dZ' = M'\,dx + N'dy + P'dp,$$

найдем, что дифференциальное значение Z будет $P \cdot \frac{n\nu}{dx}$, а дифференциальное значение Z' будет $N'n\nu - P'\frac{n\nu}{dx}$. Отсюда вытекает, что дифференциальное значение формулы

$$\int\limits_0^x Z(x, y, p)\,dx$$

будет равно

$$n\nu\,(P + N'\,dx - P');$$

замечая теперь, что

$$P' - P = dP$$

заменяя N' на N, преобразуем найденное дифференциальное значение к виду

$$n\nu\,(Ndx - dP). \qquad (2$$

Так как это значение должно равняться нулю, то мы найдем уравнение

$$N - \frac{dP}{dx} = 0,$$

где

$$N = \frac{\partial Z}{\partial y}, \quad P = \frac{\partial Z}{\partial y'}.$$

Это и есть знаменитое уравнение Эйлера, которому должна удовлетворять экстремальная кривая.

В дальнейшем изложении Эйлер рассматривает более сложные случаи: 1) когда в формуле

$$W = \int_0^x Z dx$$

Z является функцией от производных величин высших порядков p, q и т. д. 2) когда в Z входят еще выражения вида

$$\Pi = \int_{x_1}^{x_2} [Z]\, dx, \qquad (3)$$

3) когда выражение, которое должно достигать максимума или минимума, является функцией от нескольких интегральных формул вида (3).

Четвертая глава трактата посвящена приложениям изложенной теории к решению различного рода экстремальных задач. В последних из относящихся сюда примеров Эйлер рассматривает случай, когда функция W представляет собой отношение двух определенных интегралов

$$\frac{\int_0^x Z dx}{\int_0^x Y dx},$$

другими словами ищется такое соотношение между x и y, чтобы на данном отрезке $x = a$ указанное отношение оказывалось максимумом или минимумом. Эйлер указывает следующий путь нахождения экстремальной кривой: пусть dA и dB обозначают дифференциальные значения формул

$$A = \int_0^a Z dx \text{ и } B = \int_0^a Y dx,$$

тогда уравнение

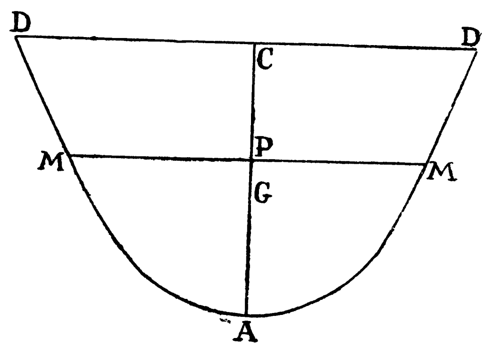
$$BdA - AdB = 0 \qquad (4)$$

будет определять искомую кривую.

Применяя свой метод, Эйлер решает следующую задачу: найти отнесенную к оси AC кривую DAD, для которой, при данной абсциссе $AC = a$, было бы минимумом отношение

$$x_c = \frac{\int xds}{\int ds}$$

Но это отношение есть не что иное, как расстояние центра тяжести дуги кривой MAM; следовательно, задача состоит в том, что надо определить кривую MAM так, чтобы при переносе точки P в C это расстояние стало минимумом.



Фиг. 3.

В этом случае:

$$A = \int_0^a x\sqrt{1+p^2}\,dx,$$

$$B = \int \sqrt{1+p^2}\,dx$$

$$AP = x, \quad PM = y.$$

Дифференциальные значения формул для A и B определяются по выражению (2) и так как

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(x\sqrt{1+p^2}\right) = 0; \quad \frac{\partial}{\partial p}\left(x\sqrt{1+p^2}\right) = \frac{xp}{\sqrt{1+p^2}};$$

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(\sqrt{1+p^2}\right) = 0; \quad \frac{\partial}{\partial p}\left(\sqrt{1+p^2}\right) = \frac{p}{\sqrt{1+p^2}},$$

то

$$dA = -nv \cdot d\frac{xp}{\sqrt{1-p^2}}; \quad dB = -nv \cdot d\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}.$$

Введя обозначение

$$\frac{A}{B} = c,$$

получим из (4) уравнение

$$d\frac{xp}{\sqrt{1+p^2}} = c\frac{dp}{\sqrt{1+p^2}},$$

которое после интегрирования дает

$$\frac{}{\sqrt{1+^2}} = \frac{cp}{\sqrt{1+p^2}} - b$$

или

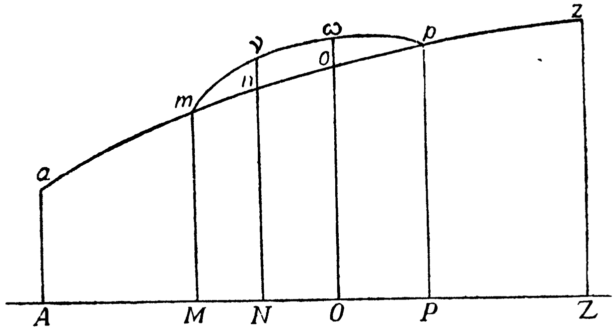
$$p = \frac{dy}{dx} = \frac{b}{\sqrt{(c-x)^2 - b^2}},$$

откуда ясно, что экстремальной кривой будет цепная линия.

Пятая самая обширная глава трактата посвящена исследованию вопросов, связанных с относительными максимумами и минимумами. Основная идея Эйлера состоит в том, чтобы свести решение вопросов относительных экстремумов к применению правил, относящихся к разысканию абсолютных максимумов и минимумов.

В начале главы Эйлер формулирует обобщенную изопериметрическую задачу: среди всех кривых, обладающих на данном отрезке $x=a$ одним и тем же о б щ и м с в о й с т в о м

$$B=\int_0^a Ydx,$$



Фиг. 4.

определить ту, которая сообщала бы наибольшее или наименьшее значение формуле

$$A=\int_0^a Zdx.$$

В предложении II Эйлер указывает следующий путь решения изопериметрической задачи.

Пусть az есть та кривая (фиг. 4), среди всех кривых, обладающих одним и тем же общим свойством B, которая сообщает максимум или минимум выражению A. Для того, чтобы получить уравнение экстремальной кривой, надо отыскать дифференциальные значения величин A и B в том случае, когда две ординаты Nn и Oo увеличиваются на бесконечно-малые частицы $n\nu$ и $o\omega$, приравнять их нулю; тогда получится два уравнения формы:

$$S\cdot n\nu+T\cdot o\omega=0$$
$$S'\cdot n\nu+T'\cdot o\omega=0$$

Исключая из этих уравнений частицы $n\nu$ и $o\omega$, получают уравнение искомой экстремальной кривой.

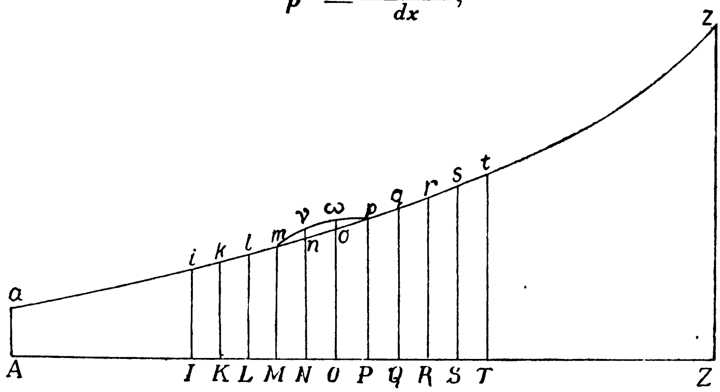
Таким образом, согласно излагаемому методу, надо уметь находить дифференциальные значения, возникающие от перенесения двух точек кривой n и o в ν и ω.

Пусть (фиг. 5):

$$Al=x;\ Ii=y;\ Kk=y',\ Ll=y'',\ Mm=y''',\ Nn=y^{\mathrm{IV}},\ Oo=y^{\mathrm{V}}\ \text{и т. д.}$$

Из этих ординат только две, а именно y^{IV} и y^{V} испытывают изменения от прибавления к ним частиц $n\nu$ и $o\omega$. Отсюда вытекает, что дифференциальное значение величины $p=\frac{y'-y}{dx}$ равно нулю; то же самое относится и к дифференциальным значениям для p' и p''. Но так как

$$p'''=\frac{y^{\mathrm{IV}}-y'''}{dx},$$



Фиг. 5.

то дифференциальное значение p''' будет равно $\frac{n\nu}{dx}$. Далее из равенства

$$p^{\mathrm{IV}}=\frac{y^{\mathrm{V}}-y^{\mathrm{IV}}}{dx}$$

вытекает, что дифференциальное значение p^{IV} равно $\frac{o\omega}{dx}-\frac{n\nu}{dx}$.

Что касается вторых производных, то из равенства

$$q''=\frac{p'''-p''_1}{dx},$$

видно, что дифференциальное значение q'' равно $\frac{n\nu}{dx}$; далее, принимая во внимание равенство

$$q'''=\frac{p^{IV}-p'''}{dx},$$

легко убедиться, что дифференциальное значение величины q''' равно

$$\frac{o\omega}{dx^2}-\frac{2n\nu}{dx^2}\ \text{и т. д.}$$

Вообще говоря, если обозначить через df дифференциальное значение величины f, то будет иметь место следующая таблица:

$$dy^{\mathrm{IV}}=n\nu;\quad dp'''=\frac{n\nu}{dx};\quad dq''=\frac{n\nu}{dx^2};$$

$$dy^{\mathrm{V}}=o\omega;\quad dp^{\mathrm{IV}}=-\frac{n\nu}{dx}+\frac{o\omega}{dx^2};\quad dq''=-\frac{2n\nu}{dx^2}+\frac{o\omega}{dx^2};$$

$$dy^{\mathrm{VI}}=0;\quad dp^{\mathrm{V}}=-\frac{o\omega}{dx};\quad dq^{\mathrm{IV}}=\frac{n\nu}{dx^2}-\frac{2o\omega}{dx^2};$$

$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\ dq^{\mathrm{V}}=\frac{o\omega}{dx^2}\dots\dots\dots\dots$$

Из этой таблицы видно, что дифференциальное значение какой-нибудь из величин y, p, $q\dots$ представляется в виде

$$n\nu \cdot I + o\omega \cdot K.$$

Первый член $n\nu \cdot I$ есть дифференциальное значение, возникающее от одной частицы $n\nu$; другой член $o\omega \cdot K$ содержит множитель K, который, как это видно из таблицы, равен коэффициенту I, вычисленному в предшествующем месте, а потому $K = I_1$. Отсюда ясно, что дифференциальное значение величин y, p, $q, \dots$ имеет форму

$$n\nu \cdot I + o\omega \cdot I_1.$$

На основании этого выражения Эйлер указывает следующий способ получения уравнения экстремальной кривой.

Пусть при переменной абсциссе x общее свойство выражается интегралом

$$v = \int_0^x Ydx,$$

а выражение, которое должно достигнуть экстремума, равно

$$w = \int_0^x Zdx.$$

Обозначим далее через dA дифференциальное значение выражения

$$A = \int_0^a Zdx$$

а через dB дифференциальное значение выражения

$$B = \int_0^a Ydx$$

в том случае, когда одна ордината претерпевает бесконечно-малое изменение.

Согласно вышеизложенному дифференциальное значение, возникающее от наличия двух частиц $n\nu$ и $o\omega$, выражается формулами:

$$n\nu \cdot dA + o\omega \cdot dA_1,$$
$$n\nu \cdot dB + o\omega \cdot dB_1,$$

которые следует приравнять нулю, после чего получится:

$$n\nu \cdot d \quad + o\omega \cdot dA_1 = 0;$$
$$n\nu \cdot dB + o\omega \cdot dB_1 = 0;$$

исключая отсюда частицы $n\nu$ и $o\omega$, найдем

$$\frac{dA_1}{dA}=\frac{dB_1}{dB},$$

а так как

$$dA_1=dA+d^2A$$
$$dB_1=dB+d^2B,$$

то

$$\frac{d^2A}{dA}=\frac{d^2B}{dB},$$

откуда после интегрирования вытекает

$$dA=CdB,$$

где $C=\text{const}$.

Это и есть уравнение, определяющее экстремальную кривую.

В примере II (p. 192) Эйлер применяет найденный им метод к решению следующей изопериметрической задачи:

Среди всех кривых одной и той же длины, соединяющих точки o и a (фиг. 6), найти ту, которая заключала бы наибольшую площадь.

Фиг. 6.

Здесь

$$A=\int_0^a Ydx;\quad B=\int_0^a\sqrt{1+p^2}\,dx,$$

но выше было вычислено, что

$$dA=n\nu\cdot dx;\quad dB=-n\nu\cdot d\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right),$$

вследствие чего получается уравнение

$$dx=bd\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right),$$

которое после интегрирования дает

$$x+c=\frac{bp}{\sqrt{1+p^2}},$$

откуда

$$p=\frac{dy}{dx}=\frac{x+c}{\sqrt{b^2-(x+c)^2}}$$

и окончательно

$$(x+c)^2+(y-f)^2=b^2,$$

т. е. искомая экстремальная кривая есть окружность.

Последняя часть трактата Эйлера содержит приложения вариационного исчисления к изучению упругих линий и к исследованию движения тел в сопротивляющейся среде. В первом приложении „Об упругих кривых“ Эйлер показывает, каким образом задача об изгибе однородной упругой пластинки может быть сведена в разысканию минимума интеграла

$$\int \frac{ds}{R^2},$$

где через R обозначен радиус кривизны кривой изгиба пластинки.

Затем в § 37, трактующем о силе колонн, Эйлер приводит свою знаменитую формулу

$$P_m = \frac{\pi^2}{a^2} Ek^2,$$

дающую величину критической нагрузки P_m, которую может выдержать без изгиба колонна длиной a, где через E обозначен коэффициент упругости, а через k^2 — момент инерции поперечного сечения.

Во втором приложении „О движении тел, брошенных в несопротивляющуюся среду“, Эйлер показывает, что задачи приводятся к разысканию минимума интеграла

$$\int Mv ds,$$

где через M обозначена масса тела, а через v его скорость.

Нетрудно видеть, что это есть не что иное, как формулировка принципа наименьшего действия, высказанного незадолго до Эйлера Мопертюи в неясной и отчасти теологической форме.

Таково в самых общих чертах содержание первого систематического исследования по вариационному исчислению. Замечательные идеи этого сочинения получили свое новое развитие и применение в работах целого ряда современных нам математиков. И хотя открытия еще более блистательные увековечивают память Эйлера, как величайшего математика, но и на этом примере мы видим, что влияние его гения сказывается и несомненно будет сказываться еще долгие годы на развитии математической мысли.

С. Я. ЛУРЬЕ

ЭЙЛЕР И ЕГО „ИСЧИСЛЕНИЕ НУЛЕЙ"

Уже в древности было обращено внимание на то, насколько выгодно при практических вычислениях представлять конечную величину состоящей из бесконечно большого числа бесконечно малых элементов: только этот метод давал возможность найти площадь круга, объем пирамиды и т. д. И тогда же были уже испробованы оба возможные пути: „исчисление бесконечно малых", т. е. прием, при котором эти частицы рассматриваются хотя и как чрезвычайно малые, но тем не менее как протяженные, и „исчисление нулей", как мы будем для краткости называть теорию, по которой эти частицы вовсе лишены протяжения. Представителями первого взгляда были в древности атомисты, представителями второго — пифагорейцы. Оба взгляда наталкивались на неразрешимые противоречия. В самом деле, с точки зрения теории бесконечно малых все без исключения величины соизмеримы и имеют общего наибольшего делителя — бесконечно малое, тогда как можно строго математически доказать, что несоизмеримые величины существуют. Точно так же, если представить себе, например, что прямоугольный треугольник сплошь заполнен бесконечно малыми и считать бесконечно малую мерой длины, то окажется, что гипотенуза прямоугольного треугольника равна катету. Но и „исчисление нулей" наталкивается на столь же неразрешимые трудности: во-первых, нельзя себе представить, чтобы от нагромождения даже очень большого числа нулей получилась конечная величина: во-вторых, нули, как лишенные всякой величины, не могут быть сравниваемы между собой по величине. В виду этих противоречий возобладавшее в античной математике направление, основателем которого обычно считают Евдокса, остерегалось вообще иметь дело с последними частицами, будь то бесконечно малая или нуль; представители этого направления говорили лишь о величинах, меньших, чем любая заранее заданная величина. Образцом математического труда такого направления могут служить „Начала" Евклида. Однако, эта осторожная и строгая теория оказалась бесплодной для нахождения новых математических истин; она годилась только для доказательства правильности уже найденных положений. Так, великий Архимед для н а х о ж д е н и я новых теорем пользовался методом бесконечно малых, а для д о к а з а т е л ь с т в а уже найденных положений применял строгий метод Евдокса.[1] Точно так же возрождение математики на рубеже XVI и XVII вв. ознаменовалось прежде всего возвращением от Евклида к „последним частицам“. И здесь мы уже с самого начала имеем дело и с тем и с другим вариантом: если Кеплер и Паскаль мыслили себе эти частицы как величины чрезвычайно малые, но протяженные, то Кавальери настаивал на том, что они являются абсолютными нулями, а для составления из этих нулей конечных величин оперировал с „непрерывным“, заключенным в промежутках между этими нулями. Основатели нынешнего анализа Лейбниц и Ньютон также стали в этом вопросе на противоположные точки зрения: как мы увидим ниже, Лейбниц является представителем „исчисления бесконечно малых“, а Ньютон — „исчисления нулей“. Впрочем, Ньютон во многом предвосхитил уже нынешнюю теорию пределов, являющуюся с точки зрения философии исчисления бесконечно малых не чем иным, как воскрешением метода Евдокса (разумеется, mutatis mutandis).

Уже самое беглое знакомство с трудами Эйлера показывает, что его система была не „исчислением бесконечно-малых“, а „исчислением нулей“.

Так на стр. 78 главы 3 „Institutiones calculi differentialis“ (издание 1755 г.) читаем: „Итак, на вопрос, что такое бесконечно малая в математике, мы ответим, что она в полном смысле слова нуль. Никаких глубоких таинств, как полагают обычно, здесь не скрывается, что и делает исчисление бесконечно малых для многих чрезвычайно подозрительным“. Но для того, чтобы с этими нулями можно было производить действия, необходимо различать разные категории нулей. И действительно, Эйлер ставит вопрос: „Почему не обозначать бесконечно малое просто нулем? Ведь, все нули равны друг другу, а потому различные знаки как будто излишни“. На это он отвечает: „Отношение арифметическое между любыми двумя нулями (cyphrae) есть отношение равенства, но отнюдь не отношение геометрическое“. Для доказательства этого положения Эйлер берет тождество $n \cdot 0 = 0$ или, что то же, $n \cdot 0 = 0.1$ и преобразует его в отношение $n : 1 = 0 : 0$. „Итак, замечает он, два нуля могут иметь между собой какое угодно геометрическое отношение, хотя, с арифметической точки зрения, их отношение есть отношение равенства. А в дифференцальном исчислении важно только отношение; поэтому и необходимы различные обозначения“.

Целью настоящей работы и является показать, что́ именно заставило Эйлера предпочесть „исчисление нулей“ исчислению бесконечно малых и кто были его непосредственные предшественники в этом вопросе.

Взгляды Эйлера на сущность понятия „дифференциал“ изложены в той же его книге. Соответственно сказанному выше, нули, с точки зрения Эйлера, могут быть различной природы, в частности они могут

---

[1] См. мою книгу „Теория бесконечно малых у древних атомистов“, Лгр., Изд. Акад. Наук, 1935 г.

быть и постоянными и переменными величинами. Эйлер исходит из предположения, что приращения независимой переменной берутся все время одинаковыми (aequalibus incrementis crescere, стр. 106). Дифференциал (стр. 100 и сл.) Эйлер определяет как бесконечно малую конечную разность (differentia infinite parva) или даже как приращение (incrementum, quo quantitas variabilis crescere concipitur), ставшее бесконечно малым; модернизируя, мы можем сказать, что с точки зрения Эйлера, дифференциал есть предел конечной разности. При таком определении dx является постоянной величиной (differentias primas constantes$=dx$, стр. 106), а dy, зависящий не только от dx, но и от самого x — переменной; разумеется как тот, так и другой являются в то же время нулями (plane in nihilum abire, стр. 105). В то же время дифференциал функции характеризуется, как первый член разложения конечной разности (differentiale praebere terminum primum differentiae finitae, стр. 104). На стр. VII предисловия к этому сочинению Эйлер проделывает следующее: переменной x он придает конечную разность ω. Тогда x^2 (или, по обозначению Эйлера, xx) превращается в $(x+\omega)^2$ или $xx+2\,x\omega+\omega\omega$. „По сравнению с первоначальной величиной xx, говорит он, приращение равно $2x\omega+\omega\omega$. Оно получается в том случае, когда приращение самой величины x равно ω, и мы видим, что отношение первого приращения ко второму равно $(2x+\omega):1$. Отсюда ясно, что чем меньше приращение мы возьмем, тем ближе это отношение приближается к отношению $2x:1$. Но первое отношение станет равно второму не раньше, чем указанное приращение ω совершенно исчезнет (plane evanescit, ganz und gar verschwindet). Отсюда ясно, что, если приращение ω переменной величины x становится равным нулю (in nihilum abeat), то тогда и приращение ее квадрата xx, обусловленное первым приращением (inde oriundum) также исчезнет (evanescere), но тем не менее, отношение этих исчезнувших приращений друг к другу будет равно $2x:1$. То, что здесь сказано о квадрате, надо распространить и на все другие функции x... Таким образом мы неизбежно приходим к такому определению: Дифференциальное исчисление есть метод нахождения отношения между исчезающими (evanescentium) приращениями, которые любые функции принимают в том случае, когда переменная величина, функциями которой они являются, получает тоже исчезающее (evanescens) приращение...[1] Итак, дифференциальное исчисление не столько изучает самые эти приращения, так как они суть нули (non in ipsis incrementis evanescentibus, quippe quae sunt nulla), сколько занимается их взаимными отношениями и пропорциональностью; а так как эти отношения выражаются конечными количествами,

---

[1] В другом месте Эйлер дает еще такое определение: „Анализ бесконечно малых есть частный случай метода конечных разностей, когда эти разности, принимавшиеся ранее за конечные величины, начинают считаться бесконечно малыми“.

то следует полагать, что и это исчисление имеет дело с конечными количествами. Правда, обычно излагаемые правила на первый взгляд имеют в виду эти исчезающие количества; однако, в основу выводов никогда не кладутся эти величины, рассматриваемые сами по себе (absolute spectatis), но всегда выводы делаются из их отношения... Итак, (эти приращения) называются дифференциалами; называют их также бесконечно малыми, так как они лишены величины; эти выражения в силу природы этих величин надо истолковать так, что они вовсе не имеют величины или равны нулю (omnino nulla seu nihilo aequalia)... Приращение величины x, равное ω, относится к приращению квадрата, равному $2x\omega + \omega\omega$, как $1:2x + \omega$. Это отношение становится равным $1:2x$ лишь тогда, когда ω исчезает. В самом деле, приравняем ω нулю, и отношение этих исчезающих приращений (а только этим отношением и занимается дифференциальное исчисление), станет как-раз равно $1:2x$; и наоборот, если это приращение не исчезнет в самом деле (nisi revera evanesceret) и не станет совершенно равно нулю (penitusque nihilo fieret aequale), указанная величина отношения не будет соответствовать истине. Вместе с тем отсюда ясно, что то обстоятельство, что *оба приращения становятся равными нулю, не препятствует тому, что их отношение имеет вполне определенную величину* $1:2x$. Нуль, обозначенный здесь буквой ω, в дифференциальном исчислении обозначается знаком dx, так как он рассматривается как приращение величины x; заменяя ω через dx, получим, что дифференциал xx есть $2xdx$. Однако все время надо иметь в виду, что, *поскольку эти дифференциалы сами по себе равны нулю*, эти выражения не дают никакого другого вывода, кроме их отношений друг к другу, выражаемых во всяком случае конечными количествами"... „Называть ли эти исчезающие приращения, отношение между которыми рассматривается, дифференциалами или флюксиями, всегда надо считать их равными нулю; в этом и надлежит видеть истинный смысл выражения бесконечно малое" (стр. XVII). „Благодаря такому подходу (hoc modo)—единственно рациональному (qui solus est rationi consentaneus), становятся незыблемыми начала дифференциального исчисления, и все возражения, обычно выдвигаемые против этого исчисления, сами собой отпадают; но стоит только принять, что дифференциалы или бесконечно-малые не совершенно равны нулю (non plane annihilarentur) и тотчас все эти возражения получают всю свою силу" (стр. VIII).

Итак, с точки зрения Эйлера дифференциал лишен протяженности, он равен нулю. Означает ли это, что, разделяя тело на все более мелкие части, мы придем к частицам, равным нулю? Как это было высказано уже в древности Зеноном и Демокритом, и затем повторялось несчетное число раз, это означало бы, что и целые тела не имеют протяжения, так как совокупность нулей есть всегда нуль (ex nihilo nihil fit).

Против такого толкования протестует и Эйлер. Уменьшая приращение в арифметической прогрессии, мы придем в конце концов к дифференциалу, т. е. к нулю, уменьшая его в геометрической прогрессии, т. е. раздробляя тело на все большее и большее число все более мелких частей, мы никогда к „последним частицам“, будь то нулевой или конечной величины, не придем, „Institutiones“, стр. 74: „Кто принимает делимость материи до бесконечности, тот не натыкается ни на одно из тех препятствий, которые обычно считаются соприсущими этой точке зрения и не обязан утверждать ничего такого, что противоречит здравому рассудку... Тот, кто считает тела делимыми до бесконечности, и тот, кто отрицает, что тело состоит из простых сущностей (т. е. из далее неделимых „последних“ частиц, безразлично равных или не равных нулю) стоят на одной и той же точке зрения“. Эта мысль подробнее развита во II томе „Писем к одной немецкой принцессе“, написанных в 1761 и вышедших в 1768 г. Доказав (на стр. 202 и сл.) значительно более изящным способом, чем тот, который имеется в наших школьных учебниках, что любую прямую можно разделить на произвольное число частей, он утверждает, что делимость до бесконечности (divisibilité à l'infini) — свойство всякой протяженности, и на стр. 205 замечает: „Всякий, кто хотел бы отрицать это свойство протяженности, был бы обязан утверждать, что в конце концов мы придем к столь малым частям, что они уже не могут быть делимы далее, потому что они уже не имеют протяженности. Однако, все частицы, взятые вместе, должны равняться тому целому, от деления которого мы к ним пришли; следовательно, так как величина каждого равна ничему или нулю (0) то несколько нулей, взятых вместе, дадут некоторое количество, что является явной нелепостью, тогда как ваше высочество хорошо знает из арифметики, что два или несколько нулей, взятых вместе, не составляют какой-либо величины“.

Делимость до бесконечности означает только **невозможность** притти к концу деления, к нулевым частям. „Кто принял, что материя делима до бесконечности, тот отрицает, что при непрерывном делении материи можно дойти до столь малых частей, что дальше продолжать деление невозможно: итак, материя не может иметь частей, далее не делимых. Тот, кто утверждает, что в этом случае число частей бесконечно, тот имеет в виду последние далее неделимые части; достичь этих частей невозможно, и они не существуют; значит, этот человек пытается исчислить несуществующие части. Если материя бесконечно и непрерывно может подразделяться, то она вовсе лишена неделимых и простых частей: поэтому не остается ничего, что можно сосчитать. Итак, кто считает материю делимой до бесконечности, тот уже этим отрицает, что материя состоит из простых частиц“ („Institutiones“, стр. 72).

И эту мысль Эйлер развивает подробнее в указанном уже месте „Писем к принцессе“, стр. 222—223. В системе, признающей делимость до бесконечности, понятие последних частиц тела вообще бессмысленно. „Они говорят, что это — частицы, к которым приходят, когда закончится деление до бесконечности. Это то же, что сказать: после того, как окончится деление, которое никогда не окончится. Делимость до бесконечности означает не что иное, как возможность продолжать деление все далее, не приходя тем не менее к концу, принуждающему остановиться. Значит, тот, кто признает делимость до бесконечности, отрицает начисто существование последних частиц тел; принимать существование последних частиц и принимать делимость в одно и то же время — прямое противоречие... Итак, неверно, что в системе, допускающей делимость до бесконечности, тела составлены из бесконечного числа частиц". Вдобавок частицу, которая не могла бы быть поделена далее, невозможно даже помыслить. Там же, стр. 207 и 216: „Разделив, например, дюйм на 1000 частей, мы получим столь малые части, что мы не в состоянии будем их различить и, разумеется, дальнейшее деление станет невозможным. Но стоит рассмотреть эту $^1/_{1000}$ дюйма через хороший микроскоп, увеличивающий, например, в 1000 раз, и каждая частица будет иметь такую величину, какую имел дюйм для невооруженного глаза. Из этого примера мы убедимся в возможности разделить каждую из этих частиц еще на 1000 частей и то же рассуждение продолжать снова и снова, причем конца не будет".

Эти утверждения, в качестве 11 и 12 положения вошли во 2 главу Эйлерова „Руководства к учению о природе" (Anleitung zur Naturlehre. Opera postuma, т. II, стр. 454—455), написанного около 1745—1746 гг. Тем же путем, что и выше, Эйлер доказывает положения: 1) Все, что протяженно, делимо, причем эта делимость продолжается все далее без конца; поэтому все тела должны быть бесконечно делимы, 2) хотя тела делимы до бесконечности, тем не менее, утверждение, будто всякое тело состоит из бесконечного числа частей, попросту ложно и стоит даже в явном противоречии с бесконечной делимостью.

Обратим внимание на то, что каждый довод, встречающийся в „Institutiones" повторяется в более распространенном виде в „Письмах к принцессе"; мы видим, что с точки зрения Эйлера дифференциалы, о которых идет речь в „Institutiones", и философская категория бесконечно малых, о которых идет речь в „Письмах к принцессе", не разные понятия, а одно и то же.

Теория Эйлера имеет полемическое острие. Ясно, что противники, которых он имеет в виду, утверждали, во-первых, что в результате бесконечного деления тéла получаются некоторые простые сущности, далее не делящиеся, иными словами, что всякое тело есть совокупность бесконечного числа простых сущностей и, во-вторых, что дифференциал, хотя не есть конечная величина, но тем не менее не равен и нулю. Кто же эти противники?

Акад. А. Н. Крылов в своем докладе о Леонарде Эйлере, помещенном в настоящем сборнике, считает Эйлера единомышленником Лейбница. «Школу Лейбница, — говорит он — возглавлял его столь талантливый сотрудник, учитель Эйлера, Ив. Бернулли; его сыновья... были друзьями

Эйлера; ясно, что и Эйлер принадлежал к школе Лейбница столь же полно и столь же убежденно, как семья Бернулли... Стремление Эйлера следовать всецело за Лейбницем может быть даже далее того, куда бы зашел сам Лейбниц, придало „Дифференциальному исчислению“ Эйлера непривычный для нас облик, игнорирование же ньютоновой строгости и ньютонова понятия о пределе завлекло его даже в дебри ошибочных суждений» (стр. 16—17).

Известно, что в 1746—1748 гг. (в этом последнем году были сданы в печать „Institutiones calculi differentialis“) Эйлер возглавлял в Берлине партию, боровшуюся против лейбницианского учения о мельчайших частицах — философских первосущностях — монадах. Вождем „монадистов“ был ученик Лейбница, как его шутливо называет Эйлер, „великий Христиан Вольф“. По существу, в основе учения о монадах лежал вопрос метафизический: характерная черта этого учения то, что и протяженность, подобно цвету, запаху и т. д., рассматривается как нечто не соприсущее вещам в себе, как простое „примышление“, *δόξα*, а вещи в себе, монады — как непротяженные силовые центры; это учение, в сущности не имело ничего общего с вопросом о границе математической делимости. Но, так как с одной стороны, сам Лейбниц, а еще больше его последователи, в том числе Вольф, часто не разграничивали четко этих двух областей, а с другой, Эйлеру было совершенно чуждо конгениальное понимание идеалистической метафизики, то он принял этот вопрос очень близко к сердцу и выступил с ожесточенными нападками против учения о монадах.

Еще в 1761 г., как свидетельствует Эйлер в „Письмах к принцессе“ (письмо 125, стр. 211), этот вопрос был самым модным в светском обществе: „Когда в обществе говорят о философских предметах, разговор вертится обычно вокруг тех вопросов, которые вызвали величайшие споры среди философов; одним из таких вопросов является делимость тел“. Но наиболее остро стоял этот вопрос в 1745—1748 гг. „Это было время“, говорит Эйлер, „когда спор о монадах был столь боевым и столь всеобщим, что о нем не говорили без горячности ни в каком обществе — даже в кордегардии. При дворе не было почти ни одной дамы, которая бы не высказалась за или против монад. Дошло до того, что всякий разговор обязательно переходил на монады — ни о чем другом не говорили“.

В 1745 г. Берлинская Академия, следуя этой общей моде, объявила в качестве темы для соискания награды на 1747 г. вопрос о правильности или неправильности учения о монадах. И академия, как и все тогдашнее общество, раскололась на два лагеря; в числе противников монад были все виднейшие естествоиспытатели, руководители академии Мериан и Мопертюи и, повидимому, и сам Фридрих. Эйлер также примкнул к этой партии и в 1746 г. выпустил даже анонимную брошюру „Gedancken von den Elementen der Cörper, in welchen das Lehr-Gebäude von den einfachen Dingen und Monaden geprüfet und das wahre Wesen der Cörper entdecket wird“ (мне эта брошюра недоступна; известно только ее содержание). Этот поступок, объясняемый страстностью ученого, был даже не совсем корректным, поскольку Эйлер сам был одним из судей по присуждению премий.

Его отзывы о представленных сочинениях дошли до нас: они опубликованы во 2 томе его посмертных произведений.[1] Эти отзывы и были одной из причин того, что „доводы в пользу теории монад были признаны слабыми и химерическими, и награда была присуждена слабому, по мнению вольфианцев и многих из нынешних критиков,[2] сочинению противника теории монад Юсти (работа Юсти вместе с рядом других, представленных на этот конкурс была напечатана и имеется в библиотеке Академии Наук).[3] Как сообщает Эйлер (стр. 213), „выступление Академии страшно возмутило сторонников монад, во главе которых находился великий и знаменитый Вольф, считавший себя не менее непогрешимым в своих решениях, чем папа. Его последователи, число которых было гораздо большим и более страшным, чем ныне, громко кричали о несправедливости и партийности Академии“. Правда Эйлер принужден в том же месте признать, что бесконечной делимости в геометрии вольфианцы в эту эпоху уже не оспаривали; тем не менее a priori трудно было бы думать, чтобы в своих Institutiones calculi differentialis“, сданных в набор в разгар его борьбы с лейбницианцами, в 1748 г., Эйлер мог являться всецело продолжателем Лейбница.

В самом деле, мы уже видели, что в „Письмах к принцессе“, посвященных философскому учению о монадах, почти дословно повторяется то, что мы находим в „Дифференциальном исчислении“. Бесконечно малое в философии и дифференциалы в математике — для Эйлера одно и то же; поэтому естественно было бы ожидать, что и в математике ожесточенная полемика Эйлера направлена против лейбницианцев, возглавляемых тем же Вольфом, автором наиболее популярных в то время учебников математики. Если акад. Крылов стал тем не менее на обратную, несколько парадоксальную точку зрения, то его несомненно побуждали к этому: 1) указанные выше биографические подробности, 2) ссылка Эйлера на Лейбница на стр. 74 „Дифференциального исчисления“ в подтверждение своей тезы о бесконечной делимости и 3) то обстоятельство, что в то время как Ньютон выдвинул принцип hypotheses non fingo, — Лейбниц и Эйлер в равной мере не отграничивали область математики от области философии и метафизики.

Тем не менее я позволю себе утверждать, что и в области математического учения о бесконечно малых Эйлер все время

---

[1] Opera postuma, т. II, стр. 805—813.

[2] Напр. O. Spiess, Leonard Euler. Frauenfeld, 1929.

[3] „Abhandlung, welche den von der... preussischen Acad. der Wiss. auf das Lehr-Gebäude von den Monaden gesetzten Preiss erhalten hat, nebst einigen andern über diese Frage eingeschickten Schriften“. Berlin 1748.

полемизирует с лейбницианцами и что, если нельзя назвать Эйлера прямым последователем Ньютона, то он в этом учении, во всяком случае гораздо ближе к Ньютону, чем к Лейбницу и заимствует свои аргументы против учения Лейбница у Ньютона.

В первом сообщении о дифференцировании (в „Acta eruditorum“ за 1684 г.) Лейбниц, правда, пытается построить дифференцирование, не основанное на учении о бесконечно малых: за dx он принимает совершенно произвольную величину, dy определяет как произведение величины, соответствующей нашей производной, на dx. Но это предвосхищение нынешних определений осталось висеть в воздухе: Лейбницу не удалось построить свою систему на такой базе, и уже в 1695 г. мы видим его всецело стоящим на точке зрения математического атомизма. В „Acta eruditorum“ за этот год, на стр. 311, находим такие, принадлежащие его перу, инфинитезимальные рассуждения: „Равными я считаю не только такие величины, разность между которыми совершенно равна нулю, но и такие, разность между которыми несравненно мала (incomparabiliter parva); правда, нельзя считать эту разницу совершенно равной нулю (ea nihilo omnino dici non debeat); однако, она не является величиной, сравнимой с теми величинами, разностью между которыми она является. Так например, если к линии прибавить точку другой линии или к поверхности линию, то величина не возрастет. То же будет если к линии прибавить другую линию, несравненно меньшую, чем она... Столь малое приращение не может быть изображено ни на каком чертеже... Это и есть то, что называется разницей, меньшей, чем любая заданная величина (differentiam data quavis minorem)“. В письме к Вариньону от 2 февраля 1702 г. мы читаем: „Несравненно меньшее бесполезно принимать в расчет по сравнению с несравненно большим: так частица магнитной жидкости, проходящая через стекло, несравнима с песчинкой, песчинка с земным шаром, земной шар с мирозданием“. В письме к Турнемиру от 20 октября 1714 г.: „Я рассматриваю бесконечно малые величины (т. е. дифференциалы) не как нуль и не как бесконечно малые в строгом смысле (т. е. не как монады, см. ниже), а как несравнимо (incomparablement) или неопределенно (indefinement, термин Кавальери) малые, меньшие, чем величины, разностью между которыми они служат, более, чем на какую-либо заданную или предуказанную величину. В результате ошибка будет меньше любой предуказанной и, следовательно, она будет равна нулю“.[1]

---

[1] Впрочем в письме к Гранди от 6 сент. 1713 г. Лейбниц уже склонен отрицать протяженность и у дифференциалов, но сохраняет за ними особый, отличный от нуля „характер“, т. е. повидимому, просто облекает в мистические образы точку зрения Ньютона, по которой хотя бесконечно малые и нули, но отношение между нулями может быть конечной величиной: „Бесконечно-малые мы понимаем не как просто или абсолютно нули, а как относительные нули... т. е. как величины, правда, исчезающие

Эти положения развиты и углублены в наиболее распространенном в эпоху Эйлера учебнике Хр. Вольфа: „Die Anfangs-Gründe aller mathematischen Wissenschaften“, Letzter Theil., Halle, 1710 (том IV, цитирую по четвертому изданию 1731 г., стр. 1799 и сл.); конечно, Вольф, утверждая, что целое состоит из бесконечно-малых частиц — дифференциалов, только ставит точки над i в теории Лейбница.

„1-е определение. Дифференциальное исчисление есть наука, как по данной конечной величине найти бесконечно малую так, чтобы бесконечное число таких частиц, взятых вместе, было равно этой величине.

2-е определение. Бесконечно малая величина есть такая, которая является столь малою частью другой, что она не может быть с ней сравниваема.

1-е добавление. Поэтому ее следует по сравнению с такой величиной, с которой ее нельзя сравнивать, считать за ничто (für nichts zu halten).

1-е замечание. Заметьте хорошенько, что бесконечно малая величина только по сравнению с другой может быть принимаема за нуль; сама же по себе она не равна нулю (in sich aber nicht nichts ist). В самом деле, представьте себе, что вы желаете измерить высоту горы и что во время этой работы ветер сдул песчинку с ее вершины. Итак, гора стала ниже на диаметр песчинки. Однако, так как измерение горы производится таким образом, что величина высоты окажется одной и той же, лежит ли песчинка на ее вершине или сдута ветром, то можно считать песчинку по сравнению с большой горой за ничто и таким образом считать ее величину по сравнению с высотой горы за бесконечно-малую... Так и в астрономии мы считаем диаметр земли по сравнению с расстоянием от солнца, а тем более от неподвижных звезд, за точку или за бесконечно малое, так как звезды двигались бы точно таким же образом, если бы земля была бы в самом деле неделимой точкой... Точно также и для геометрии большая выгода, когда делят мысленно величины на бесконечно малые части, т. е. на такие малые, что их можно по отношению к этим величинам считать за ничто.

2-е замечание. Вы знаете из элементарной геометрии, что точка, двигающаяся по некоторому пространству, описывает линию, линия — поверхность; поверхность — тело. Так вырастают (erwachsen) величины тем путем, что бесконечно большое количество бесконечно малых частиц вырастает одна за другой“.

Мы видим, что все те учения, против которых полемизирует Эйлер, налицо в математике Лейбница-Вольфа: здесь тела как-раз состоят из бесконечно большого числа бесконечно малых, но не равных нулю частиц, дифференциалов. Более того, в „Дифференциальном исчислении“

в ничто (evanescentia in nihilum), но тем не менее сохраняющие характер тех величин, каковыми они были до исчезновения“. Это по существу уже Ньютоновская точка зрения (см. ниже, стр. 67 и сл.), но метафизическая оболочка чрезвычайно далека от формулировок Ньютона и Эйлера, для которых дифференциал такой же нуль, как и всякий другой.

Эйлер сверх того дважды непосредственно полемизирует против указанных мест Лейбница и Вольфа, показывая неубедительность привлеченного ими для параллели сравнения земного шара с пылинкой: „Многие авторы трудов по дифференциальному исчислению держались того взгляда, что дифференциалы и абсолютный нуль не одно и то же; они признавали существование особой категории бесконечно малых количеств, не становящихся вполне равными нулю (quae non penitus evanescant), но сохраняющих некоторую величину, меньшую, однако, чем любая могущая быть заданной величина (omni assignabili minor). Этим авторам было сделано справедливое возражение, что они пренебрегают геометрической строгостью; поэтому сделанные из этих положений выводы справедливо внушали подозрение, так как авторы пренебрегали такого рода бесконечно малыми величинами. В самом деле, какими бы малыми ни признавались эти бесконечно малые, однако, при отбрасывании, не только одной такой бесконечно малой, но многих и даже неисчислимых сразу, может в результате получиться огромная ошибка. Пытаться же парализовать это возражение ссылкой на случаи, когда путем дифференциального исчисления получаются те же выводы, что и путем элементарной геометрии, прием ошибочный. В самом деле, если эти бесконечно малые, которые остаются в пренебрежении при вычислениях, не равны нулю, то неизбежно должна получиться ошибка, и тем большая, чем больше нагромождается таких величин. Если же этого, тем не менее, не получается, то в этом следует видеть скорее ошибку вычисления — ведь, иногда случается, что одна ошибка покрывает другую [аргументация, заимствованная у Беркли. *С. Л.*], чем доказательство того, что вычисление безошибочно. Если же правильный результат не получен ценой новой ошибки, то такие примеры показывают именно то, что я желаю доказать: что те величины, которые остались в пренебрежении, следует считать совершенно и абсолютно равными нулю (omnino et absolute pro nihilo esse habenda) и что бесконечно малые, о которых идет речь в дифференциальном исчислении, не могут отличаться от абсолютного нуля. Совершенно же не приводит к цели применяемый некоторыми авторами прием, когда бесконечно малые описываются как нечто вроде песчинок, сравниваемых с высокой горой или даже со всем земным шаром. Правда, если кто-нибудь предпримет вычисление величины всего земного шара, то ему, как это обыкновенно бывает, простят ошибку не только в одну, но в несколько тысяч песчинок... Нет никого, кто бы считал полученную величину неверной только потому, что она отличается от истинной на одну пылинку... Однако эта мысль дала другим основание обвинять анализ бесконечно малых в том, что он находит не истинные величины вещей, а только приближенные. Это обвинение всегда сохраняет известную силу, пока мы не считаем бесконечно малые совершенно равными нулю“. „Геометрическая строгость избегает и столь малой ошибки... Далее трудно понять, что хотят выгадать тем, что вводят различие между бесконечно малыми и нулем; очевидно, боятся, что, если количества станут вполне равными нулю, то исчезнет и [возможность] сравнения этих величин, в котором, как они это чувствуют, вся суть вопроса: они заявляют, что никак не могут понять, каким образом можно сравнивать между собою абсолютные нули. Поэтому они считают необходимым оставить этим количеством какую-либо величину, чтобы в них было что-нибудь поддающееся сравнению. Однако, они принуждены считать эту величину столь малой, что им приходится рассматривать ее как квази-нуль, которым можно без ошибки пренебречь при вычислении" (стр. XII предисловия; то же повторено на стр. 104—105).

Мне кажется, ни у кого не может возникнуть сомнения в том, что Эйлер полемизирует непосредственно с лейбницианцами. Остается объяснить, каким образом после всего сказанного Эйлер на стр. 74 своего „Дифференциального исчисления" мог ссылаться на того же Лейбница, как на сторонника абсолютной делимости до бесконечности, и как он мог в „Письмах к принцессе" указывать, что и вольфианцы делимость до бесконечности в области геометрии не оспаривают. Дело в том, что в 40-х гг. XVIII века начинается вызванная к жизни знаменитыми выпадами Беркли оппозиция против математического атомизма, одним из представителей которой был Маклорен (его „Traité des fluxions" вышел в свет в 1743 г.). В это же время и Хр. Вольф обращает внимание на то, что Лейбниц в одной из своих последних статей в „Acta Eruditorum" за 1712 г., стр. 168, переменил свой взгляд на этот вопрос. Здесь Лейбниц, как и в написанном через два года после этого письме к Турнемиру, но в довольно туманных и недостаточно вразумительных выражениях противопоставляет понятие „относительного бесконечно малого" понятию „абсолютно бесконечно малого". Для первого понятия Лейбниц прибегает к тому же, уже известному нам сравнению горы с песчинкой: „и если мы сравниваем конечное (ordinarium) и бесконечное (infinitum) и бесконечное второго порядка (infinities infinitum), то это то же, как если бы мы сравнивали в восходящем порядке (ascendendo) диаметр пылинки, диаметр земли и диаметр орбиты неподвижных звезд... в таком же смысле и в нисходящем порядке (descendendo) диаметр орбиты неподвижных звезд, диаметр земли и диаметр пылинки можно сравнить с конечным числом, бесконечно малым и бесконечно малым второго порядка (infinities infinite parvo).

Другое дело — абсолютно бесконечно малое: „Если мы говорим, что ошибка бесконечно мала, то мы говорим, что она меньше любого данного числа, т. е. в действительности нуль. И, если мы, сделав непосредственный прыжок к окончательному результату (saltu ad ultimum facto), говорим о самом... бесконечно-малом, то мы употребляем только приемлемое, а не правильное (toleranter vera) выражение; наша мысль теряет свою гибкость, благодаря тому, что ее приходится выразить словами (quae explicatione rigidatur)".

Из этих туманных фраз видно, что дифференциал и неделимое для Лейбница не одно и то же: бесконечно малое первого порядка (dx) распадается на бесконечно малые второго порядка (d^2x) те, в свою очередь, на бесконечно малые третьего порядка (d^3x) и т. д., и только бесконечно малые бесконечно большого порядка ($d^{\infty}x$) равны нулю, да и то только в смысле протяжения, так как эти последние неделимые частицы тождественные, как мы увидим ниже, с монадами, обладают зато разнообразными психическими силами. Во всяком случае, Вольф понял это место в угоду духу времени, в смысле бесконечной делимости и в 1743 г. в I томе своих „Elementa matheseos universae“, стр. 417—418, он вносит в уже цитированное на стр. 60 место его учебника, излагающее основные понятия дифференциального исчисления, следующие изменения, причем непосредственно ссылается на эту статью Лейбница: он вычеркивает слова: „заметьте хорошенько, что бесконечно малая величина сама по себе не равна нулю“ и вместо этого добавляет: „Но остерегайся и не становись на точку зрения тех, которые смешивают воображаемое с реальным, ибо они, лишенные отчетливого представления о непрерывном и бесконечном, создают себе неведомо какие фантазии, считая бесконечно малые за реальные сущности, чему чужд сам изобретатель исчисления бесконечно малых знаменитый Лейбниц, см. „Acta Eruditorum“, год 1712 стр. 167“. Разумеется, от такой поправки ничего, кроме невообразимой путаницы, не получилось. В самом деле утверждение, что бесконечное множество бесконечно малых равно конечной величине, продолжало читаться в его учебнике без изменения; оставалось и сравнение дифференциала с песчинкой. Единственное, что действительно ново, это то, что дифференциал лишался протяженности и стал нереальной, идеальной сущностью. *Иными словами, Вольф поставил попросту знак равенства между дифференциалом и монадой.* Как мы видели выше, более чем сомнительно, чтобы Вольф правильно угадал смысл туманного места Лейбница. Но, с другой стороны, несомненным фактом является, во всяком случае, то, что Лейбниц обосновывал существование монад геометрически и, что он именно таким образом пытался примирить бесконечную делимость материи с существованием последних частиц. Если последние частицы протяженны, то они делимы далее, и, значит, они не последние; следовательно, думает Лейбниц, эти частицы должны быть непротяженны; тем не менее они не могут быть и нулями, ибо совокупность нулей дает нуль. Значит они духовные сущности, силовые центры. Вот соответствующие места из „Монадологии“:

„1. Монада... есть не что иное, как *простая* субстанция, входящая в сложные; простая — это значит: не имеющая частей (simple, c'est-à-dire, sans parties).

2. Неизбежно должны существовать простые субстанции, поскольку существуют сложные, ибо сложное есть не что иное, как нагромождение или *аггрегат* простых вещей.

3. Но там, где нет частей, нет ни протяжения, ни фигуры, ни возможности деления: эти монады суть истинные атомы природы или, выражаясь кратко, элементы вещей.

8. Однако, необходимо, чтобы монады имели какие-либо свойства; иначе они не были бы даже сущностями (des estres). А если бы простые сущности были ничем, то и совокупности свелись бы ни к чему".

Вряд ли нужно говорить о том, что с геометрической точки зрения, т. е. с точки зрения абстрагированной формы, совершенно безразлично, имеет ли непротяженный элемент психические или динамические свойства или нет; от этого абсурдное допущение, что „конечное число, помноженное на 0, равно конечной величине" не становится менее нелепым. Этого не могли не заметить даже и наиболее вдумчивые из самых лейбницианцев. Неизвестный нам автор лучшей из работ в защиту монад, представленных на конкурс 1747 г.[1] (эта работа озаглавлена „Primariae monadologiae capita"), замечает: „Каким образом Лейбниц в своей системе примирил между собой эти две тезы, т. е. что, с одной стороны, любая частица материи может быть разделяема до бесконечности, и что, с другой стороны, тем не менее, логически необходимо, чтобы существовали монады, я установить не в состоянии так как знаменитый муж не открыл хода своих мыслей (mentem non explicuit)."

О. Шписс, автор последней работы об Эйлере,[2] вслед за рядом других исследователей видит основную ошибку Эйлера в том, что он в силу своего невежества в философии смешал гносеологическую проблему с геометрической; с точки зрения Лейбница протяженность есть, говорят эти исследователи, вообще лишь категория мира явлений, а в мире вещей в себе, к которым относится монада, о протяженности вообще нет речи; тем не менее Эйлер видит в монаде некий атом или даже точку (Шписс, стр. 117). Из сказанного я думаю достаточно ясно, что в этой путанице повинны прежде всего сам Лейбниц с Вольфом; а, поскольку эта ошибка была сделана ими, Эйлер вправе был за нее ухватиться. Учение о монадах было без всякого логического основания выдвинуто лейбницианцами как аргумент в споре о геометрической делимости; поэтому Эйлер был не только вправе, он был обязан занять положение в этом вопросе и в том, что он подходит к этому философскому вопросу не как философ, а как математик, нет ничего удивительного. В этой-то связи Эйлер и говорит о Лейбнице, как о стороннике деления до бесконечности — не как последователь, а как противник, который заметил слабое место в аргументации врага и показывает, что, сделав одну уступку, он уже должен будет пойти на все остальные: кто признает бесконечную делимость, тот уже не вправе говорить о простых первосущностях будь то атомы, или монады, или что угодно другое. „Те, которые отрицают, что материя делима до бесконечности, натыкаются на величайшие трудности, из которых они никак не могут выпутаться. Они принуждены считать,

[1] См. прим. 3 на стр. 58.
[2] См. прим. 2 на стр. 58.

что всякое тело можно делить только на определенное число частей и что если дойти до этих частей, то не может иметь места никакое дальнейшее деление. Эти последние частицы одни называют атомами, другие — монадами (прямой выпад против лейбницианцев), третьи — простыми сущностями“. (Дифференциальное исчисление, стр. 74).

Затем Эйлер разделывается с атомизмом т. е. с взглядом, по которому неделимые частицы протяженны (на этой точке зрения стояла одна из групп лейбницианцев, как мы видим из письма к Гольдбаху от 4 июля 1747 г.) и переходит к точке зрения Лейбница, по которой неделимые частицы — монады — непротяженны: „Пусть неделимые частицы лишены всякого протяжения, так что они совершенно лишены частей; при таком толковании сохраняется в наибольшей степени идея простых сущностей. Однако никак нельзя понять, каким образом тело может состоять из конечного числа таких частиц [т. е. каким образом конечное число, помноженное на нуль, может равняться конечной величине. — *С. Л.*]. На эту трудность остроумнейший Лейбниц, первый изобретатель монад, обратил надлежащее внимаиие, приняв, что материя абсолютно делима до бесконечности. В самом деле (по его учению) переход к монадам возможен не ранее, чем тело уже разделено до бесконечности. Но в силу этого самого заявления он отрицает существование простых сущностей, из коих состоят тела: ведь тот, кто считает тела делимыми до бесконечности, и тот кто отрицает, что тело состоит из простых сущностей, говорят одно и то же“.[1]

---

[1] Пока Эйлер отражает вторжение лейбницианцев в область математики, пока он борется с их попыткой доказать, исходя из геометрии, необходимость учения о монадах, он на высоте положения. На стр. 237 II тома „Писем к принцессе“ он метко и язвительно замечает: исходя из факта протяженности, лейбницианцы доказывают, что существуют непротяженные элементы-монады. А поскольку каждый элемент непротяженный — и целое лишено протяженности. Итак, протяженность только видимость. „Иными словами, — говорит он на стр. 239, — отправляясь от предпосылки, что тела протяженны, приходят к выводу, что тела непротяженны“. Если бы мы в геометрии, исходя из положения, что сумма углов треугольника равна двум прямым, в результате ряда манипуляций получили бы что эта сумма равиа, скажем, трем прямым, то это означало бы только, что в наши выкладки вкралась ошибка: в таком же положении находятся и лейбницианцы. На вопрос: „Pourquoi les corps sont étendus?“, они отвечают: „Puisqu ils ne sont pas étendus“. „В начале рассуждения, — говорит Эйлер в письме к Гольдбаху от 4 июля 1747 г., — они рассматривают тсла, как реальные; значит если бы вывод (что тел не существует) оказался верным, то предпосылки неизбежно надо признать ложными, и все рассуждение рушится“.

Мы видели уже, что Лейбниц рассуждал так: абсолютные нули не могут, взятые в совокупности, составить тела. Но монады не имеют протяжения и тем не менее составляют тела. Значит, они не абсолютные нули и отсутствие протяженности возмещается у них наличием сил и представлений.

Эйлер однако (стр. 228) справедливо думает, что Евклидов закон, в силу которого „точка, сколько бы раз мы ее ни взяли, не составляет линии, а подавно объема тела, одинаково относится и к мыслящим и не мыслящим точкам. Пусть монады — духи. Несколько духов, вместе взятых, могут составить компанию, ассамблею, совет, сенат, но никак не протяжение“.

Перейду теперь к доказательству второй части своей тезы — что Эйлер в своей полемике с лейбницианцами в ряде основных положений примыкал к Ньютону.

Прежде всего, я считаю утверждение акад. А. Н. Крылова (стр. 16), что „Ньютон всегда (курсив мой) в своих утверждениях и рассуждениях был абсолютно строг в них и абсолютно точен в языке“ несколько преувеличенным и не вполне верным. Оно неверно даже и для „Quadratura curvarum“, на которую ссылается А. Н., несмотря на то, что это произведение написано в 1711 г. — в конце жизни Ньютона, когда он, как и Лейбниц, на основании всего опыта своей работы решился оконча-

---

Все это достаточно метко и убедительно. Но между лейбницианцами, наряду с такими ограниченными умами, как их глава Хр. Вольф, были и более тонкие мыслители, которые с целью сделать красивую теорию их учителя более последовательной и обезопасить ее от нападок, исправляли его теорию и вовсе отказывались от вторжения в область геометрии (как напр. автор уже указанного на стр. 64 сочинения). „Впрочем“, — говорит Эйлер на стр. 231 „Писем“ — „между монадистами нет согласия по этому вопросу. Некоторые из них утверждают, что монады это актуальные части тела и что после того, как деление продолжено достаточное время, можно фактически притти к монадам, составляющим тело. Другие видят в монадах лишь достаточное основание и т. д. Эти последние не вторгались в область геометрии, всецело относя ее к миру бывания и считая и материю и пространство лишь фантомом (für blosse phaenomena und phantasmata, письмо к Гольдбаху от 4 июля 1747 г.)“. Спор с ними выходил из компетенции Эйлера, как математика. Но в увлечении спором (а отчасти и по другим причинам, о которых будет сказано ниже), Эйлер решился перенести спор и на эту почву и здесь, конечно, потерпел решительное поражение. Напр. в „Письмах“ (стр. 207 и сл. и 214) он рассуждает, примерно так. Деревянная призма, твердая призма, красная призма — это все частные понятия, а призма сама по себе, т. е. призма как геометрическое тело, есть понятие общее. То же верно и для любой другой геометрической категории. Но, то что является свойством общего понятия в целом, является свойством и всех подчиненных ему категорий. Следовательно, если мы говорим, что геометрические тела протяженны, то, очевидно, и конкретные тела протяженны. Здесь имеется ошибка petitio principii: существование „вещей в себе“ не отрицается, но делается молчаливое предположение — что и вещи в себе, подобно вещам мира чувств, обязательно мыслятся в геометрических формах, а это именно и требовалось доказать.

Не более убедительно и другое возражение (стр. 215). Если бы вещи в себе не были протяжены, то геометрия была бы совершенно бесполезной и иллюзорной спекуляцией, и она не допускала бы никакого применения к вещам, реально существующим в мире... Но так как никто не возражает против того, что геометрия одна из наиболее полезных наук, то необходимо, чтобы ее объект не был пустой химерой“. Здесь, как и в предыдущем случае, игнорируется основная предпосылка противника о принципиальном различии двух миров. О других возражениях религиозного характера скажу ниже.

Итак, поклонник Эйлера Даламбер прав, когда он писал Лагранжу: „Что касается нашего друга Эйлера... то трудно поверить, что столь великий гений в области геометрии и анализа, в области метафизики оказывается... скажем, хуже последнего школьника, чтобы не употребить выражения: оказывается столь плоским и тупым. Вот когда подлинно уместно выражение: non omnia iidem Dii dedere (не все дают боги одному и тому же человеку)“. Но эти критики Эйлера и их последователи упускают из виду, что лейбницианцы первые повинны в смешении научной и метафизической сферы, что Эйлер только отражал их вылазку и отразил ее блестяще, и, если он в пылу борьбы, позволил себе переступить в область врага, то это вполне естественно.

тельно порвать с математическим атомизмом, характеризовавшим его ранние произведения (до 1686 г.). Поэтому ошибочно называть нынешнее определение предела и бесконечно малой без взяких оговорок Ньютоновым определением. В самом деле, с точки зрения нынешней науки достаточно констатировать, что абсолютное значение переменной, начиная с некоторого из них, становится и остается меньше любой заданной наперед величины, чтобы называть эту постоянную пределом переменной; для Ньютона это условие является лишь средством для доказательства, что переменная становится абсолютно равна постоянной, достигает ее; а постоянную, которой становится равна переменная, он называет пределом. Точно также одно дело, когда авторы XVIII в. (Ньютон в первую половину своей деятельности, Эйлер) говорят, что бесконечно малая величина равна нулю, и другое, когда мы говорим, что предел бесконечно малой величины равен нулю: под бесконечно малой величиной мы подразумеваем переменную величину, постоянным пределом которой является бесконечно малая в старом смысле, стало быть, и бесконечно малая Ньютона первого периода или Эйлера.

Подтвержу это примерами. В сочинении „De analysi per aequationes numero terminorum infinitas“, написанном в 1669 г., стр. 19 (Opuscula, т. I, изд. 1744 г.) читаем:[1] „Эта единица, которая берется в качестве момента (т. е. бесконечно-малого приращения или дифференциала), есть площадь, когда речь идет о телах, линия, когда о поверхностях, и точка, когда о линиях. Я, не смущаясь, говорю как о единице, о точке, или о бесконечно малой линии, хотя, конечно, геометры, когда пользуются методом неделимых, фактически рассматривают лишь их отношения“. Это язык Кавальери, а не язык Лагранжа, а тем более Абеля и Коши — в этом я думаю всякий со мной согласится. Не менее поучителен написанный в 1671 г. „Methodus fluxionum et serierum infinitarum“, стр. 59 того же издания: „Моменты [= дифференциалы. *С. Л.*] текущих [т. е. переменных. *С. Л.*] количеств [именно функции и независимой переменной *С. Л.*] есть их бесконечно малые части, и от присоединения их совокупности, причем каждая частица присоединяется в бесконечно-малый промежуток времени, — количества увеличиваются; эти моменты относятся друг к другу, как скорости, с которыми количества текут (т. е. измеряются) и возрастают... Момент (дифференциал) какого-либо количества, например, количества x, изображается в виде произведения его скорости x на бесконечно малое количество (т. е. xo)“. Заметим, что дифференциал здесь повидимому не случайно обозначен буквой o; при этом обозначении может быть сыграло роль сходство этой буквы с нулем. В самом деле, дальше мы читаем: „под o мы разумеем бесконечно малое количество, могущее выразить мо-

[1] Здесь Ньютон берет мерой (как он выражается, единицей) бесконечно малое приращение независимой переменной и выражает в этой мере бесконечно малое приращение функции, т. е. попросту говоря, находит производную функции, а затем интегрирует ее.

менты количеств; поэтому, члены, помноженные на это количество, могут считаться равными нулю по сравнению с другими".

Но непосредственное влияние на Эйлера оказали более популярные произведения Ньютона „Philosophiae naturalis principia mathematica", написанные в 1686 г., и позднее его произведение „De quadratura curvarum" (1711).

В лемме 1 кн. I „Principia" Ньютон доказывает, что если разность между двумя величинами, непрерывно приближающимися друг к другу на определенном промежутке времени, становится на этом промежутке меньше любой заданной величины, то она в конце концов становится абсолютно равной нулю; иными словами: бесконечно малая величина в старом смысле слова, или если угодно, и дифференциал, равны нулю. Вот это доказательство: „Допустим, что последняя разность не равна нулю; пусть тогда она равна D. Значит эти величины не могут приблизиться к равенству меньше, чем на величину D, что противоречит условию". Здесь конечно грубая логическая ошибка, quaternio terminorum: „задать" можно только к о н е ч н у ю величину D, поэтому нельзя исходить из предположения, что последняя бесконечно малая (в старом смысле слова) разность равна заданной, следовательно, конечной величине D.

Как-раз тот же подход и чрезвычайно сходное „доказательство" того, что бесконечно малая (в старом смысле слова) равна нулю, мы находим и у Эйлера в его „Дифференциальном исчислении", стр. 77: „Величина бесконечно малая есть не что иное, как величина исчезающая, т. е. в действительности она будет $=0$. Таким образом правильно то определение бесконечно малых, согласно которому они меньше любого заданного числа (omni quantitate assignabili minora), но если величина столь мала, что она меньше любого заданного числа, то она не может не быть $=0$. В с а м о м д е л е, е с л и о н а н е $=0$, т о м о ж н о з а д а т ь д р у г у ю в е л и ч и н у р а в н у ю е й, ч т о п р о т и в о р е ч и т у с л о в и ю". И здесь как-раз та же логическая ошибка: „задать" можно только конечную величину, а, следовательно, нельзя „задать" величину, равную бесконечно малой (в старом смысле слова).

На основании этой первой леммы Ньютон доказывает ряд дальнейших лемм, являющихся ядром его „теории пределов". Самые эти теоремы не новы: их можно найти для любых частных случаев у Евклида, Архимеда, Кавальери; нова только, во-первых, генерализация и, во-вторых, замена доказательства от обратного ссылкой на первую лемму, согласно которой две величины, разность между которыми делается меньше, чем любое заданное заранее количество, становятся абсолютно равными между собой. Например, возьмем лемму II, посвященную ступенчатым фигурам, вписанным и описанным вокруг кривой и имеющим эту кривую пределом. Эта лемма (для более частного случая) имеется во II книге „Геометрии" Кавальери, предложение 22, откуда, быть может, взято и доказательство. Разница лишь в одном: у Кавальери это — единственная теорема, которую он доказывает от обратного приведением к абсурду, чистосердечно сознаваясь, что для этой единственной теоремы он прямого доказательства не нашел; Ньютон же, дав совпадающее с Кавальери доказательство положения, что разность между вписанной и описанной фигурой при достаточно большом числе делений становится меньше любой, заранее заданной величины, прибавляет: „Итак, согласно лемме I, описанная и вписанная фигура, а криволинейная и подавно, в конце концов становятся равными, и т. д.“. Как ни далек был Кавальери от нынешней строгости, но нет сомнения, что, если бы ему представили это Ньютоново „доказательство“, оно не удовлетворило бы даже и его.

Среди этих-то лемм вдруг неожиданно появляется и понятие о пределе. Это следствие 4 из леммы 3: „Итак, эти последние фигуры (поскольку речь идет о периметрах), не прямолинейны; это криволинейные пределы (limites) прямолинейных фигур“. Мы видим, что предел появляется у Ньютона как эмпирический факт, без математического определения этого понятия.

Зато в схолии, где дается мотивировка и обоснование этого нового метода пределов, аргументация, все еще весьма далекая от нынешних формулировок, тем не менее является мостом к нашему пониманию бесконечно малого. „Я предпослал эти леммы, чтобы избежать скучных и сложных доказательств приведением к абсурду по способу старинных геометров. Доказательства становятся более короткими при применении метода неделимых. Но так как предпосылка о неделимых не достаточно утончена [durior, цитата из Кавальери. *С. Л.*], и, поэтому, метод этот считается не вполне геометрическим, то я предпочел все последующие доказательства сводить к последним суммам исчезающих количеств и отношений и к первым суммам — зарождающихся, т. е. к пределам (limites) сумм и отношений. Поэтому-то я и предпослал доказательства для этих пределов в возможно более краткой форме. Результат получается тот же, что и при пользовании методом неделимых, но мы сможем с большей уверенностью пользоваться полученными положениями. Вот почему, если в последующем я кое-где буду рассматривать количества как бы состоящими из частиц или если я очень короткие отрезки кривых линий буду рассматривать как прямые, то я прошу всегда подразумевать не неделимые, а исчезающие делимые, не суммы и отношения определенных частей, а пределы сумм и отношений... Мне возразят, что исчезающие величины не имеют никакого последнего отношения, так как, пока они не исчезли, это отношение не будет последним, когда же они уже исчезли, вообще не существует никакого отношения. Но, аргументируя так, можно с равным правом утверждать, что тело, достигая определенного места, не имеет никакой последней скорости:[1] ибо пока тело не достигло этого места,

---

[1] Разумеется можно, так как скорость в данный момент, взятая абсолютно, есть также понятие метафизическое; скорость в данный момент понятна только как предел скорости на определенном конечном отрезке; Ньютон неправ, возражая против этого. *С. Л.*

скорость не будет последней, а после того как оно достигнет, никакой скорости уже не будет. Ответ прост: под последней скоростью тела разумеется та, с которой тело движется не до того как оно достигает последней точки и перестает двигаться, и не после, но именно тогда, когда оно достигает ее, т. е. именно та скорость, с которой тело достигает последней точки и с которой она перестает двигаться... Точно так же и первое отношение зарождающихся величин, есть отношение, с которым они зарождаются... Существует предел (limes), которого скорость может достичь в конце движения, но не может превзойти. Это и есть последняя сморость. Поскольку этот предел точный и определенный, нахождение его есть задача чисто геометрическая... Но можно утверждать, что, поскольку будут даны последние отношения исчезающих количеств, будут даны и сами эти последние величины: таким образом получится, что всякое количество состоит из неделимых, невозможность чего доказал Евклид, говоря в книге X «Начал» о несоизмеримых величинах. Но это возражение исходит из ложной предпосылки. Те последние отношения, с которыми количества исчезают, в самом деле не являются отношениями последних количеств, но пределы, к которым непрерывно (semper) приближаются отношения беспредельно (sine limite)[1] уменьшающихся количеств; эти количества могут приблизиться к своим пределам на разность меньшую, чем любое данное число (propius quam pro data quavis differentia), но никогда не могут перейти через нее и не могут достигнуть ее прежде, чем эти количества уменьшаются до бесконечности... Поэтому в последующем, если для облегчения понимания вопроса я употребляю выражение чрезвычайно малые (quam minimas) или исчезающие количества или последние количества, то остерегайся понимать под этим количества определенные по величине, но мысли себе всегда количества беспредельно (sine limite)[2] уменьшающиеся“.

Эти последние слова, действительно напоминают уже язык XIX в. и, если бы не метафизическая, по своей сущности, формулировка „скорости в определенный момент“ и не утверждение о достижении переменной своего предела (т. е. что дифференциал равен нулю), то Ньютона, а не Лагранжа, Абеля и Коши пришлось бы уже считать родоначальником современной теории пределов.

Для иллюстрации применения этих предпосылок процитирую еще лемму II разд. 2 (стр. 224, изд. 1714 г.): „Под именем моментов [т. е. дифференциалов. *С. Л.*] я разумею моментальные приращения и убывания переменных величин (instabile...). Но остерегайся понимать под моментами конечные частицы. Конечные частицы не суть моменты, но являются лишь функциями (genitae) моментов. Понимать надо только-только заро-

---

[1] См. сл. прим.

[2] Отметим, что слово limes употреблено на этот раз не в научном, а в обывательском смысле.

ждающиеся начатки (principia iamiam nascentia) конечных величин... Рассматривается однако... не величина моментов, а первое отношение зарождающихся величин. То же получится если вместо моментов взять скорости возрастания или убывания... или какие угодно величины, пропорциональные этим скоростям...

Таков же подход и в „Quadratura curvarum“ (1711), но здесь математическому атомизму объявляется уже открытая борьба. „Математические количества“, — начинает Ньютон свой трактат, — „не состоят из чрезвычайно малых частиц, но я их рассматриваю как образованные непрерывным движением. Так линии образуются... не соединением частиц, а непрерывным движением точек и т. д. Флюксии [производные. *С. Л.*] тем ближе к отношению минимальных приращений флюент [т. е. независимой переменной и функции. *С. Л.*], имеющих место за одно и то же время, чем меньше эти частички; или, выражаясь точно (ut accurate loquar), они равны первому отношению зарождающихся приращений; изобразить же их можно какими угодно линиями пропорциональными им“.

И здесь, наряду с созвучной нашему времени попыткой заменить прежние бесконечно малые новыми конечными и пропорциональными им дифференциалами (такая же попытка была сделана и Лейбницем в 1684 г!), туманные рассуждения о „первом отношении зарождающихся приращений“, причем сам Ньютон именно этот способ выражения считает особенно точным (ut accurate loquar).

Итак, характерные черты Ньютоновой теории бесконечно малых таковы: 1) он говорит уже о пределе переменных величин, хотя еще и не обладает современными нам формулировками; 2) он стремится доказать и думает, что доказал, что переменная величина достигает своего предела, т. е. что бесконечно малая (в старом смысле слова) равна нулю; 3) он отрицает математический атомизм (тела не состоят из мельчайших частиц); 4) он заменяет его динамическими представлениями (восходящими впрочем уже к древним), и 5) он делает попытку заменить „несравнимо малые“ дифференциалы пропорциональными им конечными количествами.

Этих двух последних черт мы тщетно будем искать у Эйлера; зато мы нашли у него такое же, как и у Ньютона доказательство того, что величина меньшая, чем любая заданная, равна нулю, и знаем, что и он борется с математическим атомизмом. Далее утверждение А. Н. Крылова, что „понятия о пределе Эйлер совершенно не вводит“ (стр. 18) неверно; понятие предела появляется у Эйлера, правда, неожиданно без предварительного определения, но, как мы видели, так же обстоит дело и у Ньютона. Конечно, мне и в голову не приходит утверждать, что Эйлер по своей роли в истории учения пределах может сколько-нибудь соперничать с Ньютоном — заслуги Эйлера здесь весьма скромны; нет, я хочу только сказать, что и в этом случае Эйлер аргументирует, опираясь на Ньютона, а не на Лейбница.

Вот это место (предисл. к „Дифференциальному исчислению“, стр. XIV): „Каковы бы ни были (semper) бесконечно малые величины [т. е. дифференциал функции и дифференциал независимой переменной. *С. Л.*], если их уменьшить в два или три раза, отношение между ними не изменится. Откуда ясно, что величина сама по себе не влияет на отношение между количествами и что это отношение не исчезает даже и тогда, когда изчезает (evanescat) величина. Притом же из сказанного выше ясно, что то отношение, которое рассматривается в дифференциальном исчислении, вообще не имеет места, пока эти приращения не исчезают совершенно... Между тем можно заметить, что чем меньше это приращение, тем ближе отношение приращений [т. е. приращений функции и самого количества. *С. Л.*] подходит к указанному [т. е. к величине производной. *С. Л.*]. Следовательно, не только позволительна, но и соответствует сущности этого вопроса (naturae rei) такая процедура: первоначально рассматривать эти приращения, как конечные, и, если для наглядности потребен чертеж, то изображать их в виде конечных величин, а затем мысленно представить себе эти приращения делающимися все меньше и меньше. Таким образом мы обнаружим, что их отношение все более приближается к некоторому определенному пределу (ad certum quendam limitem), но лишь тогда достигает этого предела, когда эти приращения становятся вполне равными нулю. Вот этот-то предел (hic autem limes), составляющий как бы последнее отношение этих приращений, и есть истинный объект дифференциального исчисления, основателем которого следует считать того, кому первому пришло на ум рассматривать эти последние отношения, к которым приращения переменных количеств приближаются по мере непрерывного уменьшения и достигают этих последних отношений, лишь когда они исчезают“ [cum evanescant, tum demum attingunt, т. е. „исчезающие в пределе“. *С. Л.*]

Здесь устами Эйлера говорит Ньютон.

Необходимо еще указать на то, что на стр. 100—101 „Дифференциального исчисления“ Эйлера имеется и прямое сопоставление систем Лейбница и Ньютона. Здесь Эйлер заявляет, что он применяет значки Лейбница, а не Ньютона (dx а не $\dot{x}$ и т. д.), потому, что они удобнее, а терминологию Лейбница только потому что она уже привилась в Германии и вошла во всеобщее употребление (usu recepta atque familiaria), самое же описание инфинитезимальных процессов и терминологию он считает много более адэкватной у Ньютона (quae voces uti latino sermoni magis conveniunt, ita quoque res... satis commode exprimunt). „В самом деле, переменную величину, принимающую при непрерывном возрастании все новые и новые значения, можно рассматривать как бы текущей; отсюда — и слово «флюксия», впервые примененное Ньютоном для характеристики возрастания скорости“... „Что касается словоупотребления и определения, то было бы неправильно спорить с англичанами, и мы перед лицом судьи... наверно бы потерпели поражение...“

Но как же случилось, что ученик лейбницианца Ивана Бернулли друг Николая и Даниила Бернулли, тоже лейбницианцев, воспитанный в немецкой школе, выступил против своего великого соотечественника, исходя из предпосылок англичанина Ньютона?

Этот перелом произошел у Эйлера только в 1745—1746 гг.; поэтому не безинтересно проследить его историю.[1] В „Recherches physiques sur la nature des moindres parties de la Matière“, написанных в 1744 г., Эйлер, хотя и не проявляет большого интереса к последним частицам материи, но тем не менее еще твердо стоит на почве математического атомизма Лейбница и считает само собою подразумевающимся, что существуют такие последние частицы, далее уже не делимые (не имеющие частей). Он здесь отправляется от основного положения лейбницевской „Монадологии“ (§ 9): „Необходимо, чтобы каждая монада отличалась от каждой другой. Ибо в природе не бывает никогда двух существ, которые были бы совершенно одинаковы друг с другом и в которых нельзя было бы найти внутренней разницы“. Вполне соглашаясь с тем, что в природе нет двух одинаковых тел ни по величине, ни по весу, ни по твердости, ни по форме и что это разнообразие налицо и в самых больших и в самых малых числах, Эйлер тем не менее обращает внимание на то, что, чем больше тело, тем разнообразие это больше. Это, по мнению Эйлера, и естественно (недаром он так много занимался теорией сочетаний и теорией вероятностей!): в больших телах не только более разнообразны входящие элементы, но и больше есть различных способов их сочетания. Но, если это так, то прав ли Лейбниц, приписывая это разнообразие и простейшим телам, монадам? „Ведь даже самые маленькие из наблюдаемых нами тел уже состоят из бесконенечного числа монад — поэтому вероятность, что встретятся две одинаковые перестановки их, равна нулю. Совсем другое дело монады, не имеющие частей. „Поскольку, — говорит он, — различия, коим тела подвержены, увеличиваются пропорционально величине этих тел, правомерно сомнение, существует ли какое-либо различие в состоянии между наиболее маленькими, последними частицами материи (les plus petites, les dernières molécules de la matière). Ибо, поскольку они уже не имеют частей, из которых они были бы составлены, и та и другая причина различия должна в этом случае исчезнуть (т. е. и разнообразие самих частей и их различное взаимное положение). И в самом деле, вопрос этот чрезвычайно важен и для физики и для метафизики — вопрос о том, сходны ли между собой все мельчайшие частицы материи или нет“.

Таким образом, как самостоятельный и критически мыслящий математик, Эйлер вносит существенные исправления в учение Лейбница; но он в то же время считает еще само собою подразумевающейся основную мысль Лейбница о существовании мельчайших частиц материи, далее не делимых. Впрочем, все это сказано лишь мимоходом: Эйлера интересуют не эти последние частицы, а физические атомы, т. е. мельчайшие непроницаемые частицы материи, отделенные друг от друга эфиром; он стремится здесь, далеко не убедительным путем, доказать, что все атомы имеют одинаковую плотность, — „но не элементы тел, а все вообще мельчайшие частицы самой материи, от которых еще весьма далеко до этих элементов“.

Лекция Эйлера „О неделимых“, обнаруженная мною среди его рукописей, хранящихся в архиве Академии Наук,[1] и до сих пор еще нигде не опубликованная, чрезвычайно близка по всей своей структуре к только-что разобранному трактату. И здесь и там автор отправляется или, как теперь говорят, отталкивается от Лейбница; и здесь и там исследование посвящено физическим атомам, а о последних частицах речь идет только в виде введения. Но, с другой стороны, хотя Эйлер в этом сочинении отрицает уже существование последних частиц материи, здесь еще нет той полемической горячности, которой характеризуются выступления Эйлера в 1746—1748 гг., и не проводится ни один их тех доводов, которые в это время выдвигались им на первый план. Поэтому, я думаю, что вновь найденное произведение следует отнести к 1745 г.

Поскольку это сочинение нигде не опубликовано, я позволю себе процитировать интересующую нас часть полностью (фотографический снимок с рукописи прилагается в конце этой статьи).

„Между философами ведется всечасно спор: каковы последние частицы всех тел, или, как их называют, „элементы“? Спор этот до сих пор не приведен к концу, так что он не может служить источником для почерпания из него какой-либо помощи в деле познания явлений природы. Если мы будем называть элементами только те мельчайшие тельца, которые сами уже не делимы и далее не состоят уже из частей, то чрезвычайно трудно сказать, можно ли постичь такие частички хотя бы даже только разумом. Как бы мала ни была песчинка, которую мы рассматриваем, вполне вероятно или (что достаточно для нашей цели) не противоречит всемогуществу божию, что существуют столь малые создания, которым эта песчинка кажется столь большой, какой нам кажется вся земля. Какой же грубой должна показаться наша философия этим созданиям, если мы считаем то, что для них служит всей землей, за неделимый атом? Эти предположения могут показаться, пожалуй, легкомысленными и праздными, но для нас не важно, так ли обстоит дело или не так; достаточно, если дело может обстоять так, а в этом сомневаться невозможно. Некоторые продолжили такие сравнения еще дальше, считая, что атом, ничтожный по величине с нашей точки зрения, не только имеет своих обитателей (suas alere creaturas), но и представляет собой целый бесконечный мир, включающий чуть ли не бесконечное число неподвижных звезд, причем каждая из них имеет свои планеты, наполненные как наша земля, различного рода созданиями. Я не буду уже говорить о том, что и в том мире есть атомы и что и в том мире могут считать их, в свою очередь, включающими целый

[1] Разряд III, опись I, № 66, в конце тома (в отделе „Philosophia“).

мир. Но, если перейти от мельчайших предметов к величайшим, то не будет никакой нелепости, если другие огромнейшие живые существа (incolae) будут считать весь мир, в котором мы живем, за атом. Из всего этого видно, что мельчайшую песчинку столь же мало можно причислять к элементам, как и всю землю. Несомненно, что тот, кто примет во внимание, что величины, изучаемые в себе, имеют место только в нашем разуме (in sola mente) и возникли из сравнения тел, легко поймет, что в мельчайшем зернышке может находиться столько же различных вещей, сколько в целом мире. В самом деле, один круг подобен во всем другому следовательно, он может быть рассечен на такое же число частей.

Далее те, кто при разделении тел приходят в конце концов к подлинно наименьшим и неделимым в себе частицам, те признают вместе с Лейбницем, что все эти последние частицы различны между собой и что во всем мире не найти двух одинаковых. Эти соображения не только совершенно уничтожают все учение об элементах,[1] но и заставляют полагать, что элементы вообще не могут существовать в мире, поскольку под элементами подразумевают совокупность некоторого числа атомов (plurium, т. е. более, чем одного), подобных и равных друг другу. Ведь, при таких условиях (sic) надлежит признавать столько элементов, сколько есть атомов в природе. Поэтому мы не сможем принять ни учение Аристотеля, признающее четыре элемента, ни учение Декарта, признающего их три. Итак, оставим в покое те [частицы], которые могут по истине называться элементами тел; нам кажется наиболее удобным и подходящим для изучения природы подход (institutum) химиков, которые не ломая себе голову над неделимыми в себе частицами тел, называют элементами частицы, правда, более крупные, но лишь такие, какие никакими ухищрениями не могут быть далее разложены.

Итак, элементы философов и элементы химиков различаются между собой тем, что первые стремятся отыскать частицы тел неделимые в себе, тогда как вторые ищут лишь такие, которые не могут быть разложены на более мелкие части химическими операциями“.

После этого Эйлер переходит к химическим элементам (эта часть его рукописи нас здесь не интересует) и кончает так: „Вот все, что мы считали необходимым сказать о химических началах и каким образом приходят к признанию их путем разложения тел, — то, что мы нашли нужным изложить вам в ответ на вопрос нашего почтеннейшего (clarissimi) коллеги, как для более глубокого освещения предмета, так и в качестве ответа на вопрос. Ваше многолюдство и проявленный Вами интерес служат, желаннейшие слушатели, ярким доказательством вашего расположения и симпатии; поэтому мы признаем себя в высшей степени обязанными и поскольку это в наших силах, приложим все старание и усердие, чтобы и со своей

---

[1] Здесь речь идет об элементах не в смысле неделимых частиц, а в смысле химически простых тел, которые никаким образом не могут быть разложены на другие тела, как, например, земля, вода, воздух и огонь в учении древних философов.

стороны быть во всеоружии для выполнения всего того, что является нашим долгом".

Перед нами, как мы видим лекция, произнесенная перед многолюдным собранием; в обсуждении вопроса принимает участие какой-то весьма авторитетный коллега. У меня, к сожалению нет данных для того, чтобы судить, где именно эта лекция была прочтена, но во всяком случае мы видим, что отход Эйлера от лейбницианства прогрессирует: здесь Эйлер уже отрицает существование мельчайших частиц. Повидимому перед нами первое открытое выступление Эйлера против лейбницианской теории бесконечно малых. Первоначально он повидимому принимал концепцию Лейбница, как привычную; но уже в 1744 г. он убедился, что логической необходимости в том, чтобы считать, что каждая непротяженная монада отлична от другой, нет, а, следовательно, нет логической необходимости и в том, чтобы приписывать монаде психические свойства. А если это так, то оказалось, что у Лейбница в результате бесконечного деления получается нуль, т. е. что конечное число, помноженное на нуль, равно конечной величине. Чтобы спасти математику не оставалось ничего иного, как вернуться к освященным школьной традицией взглядам Аристотеля, Евклида и Архимеда и принять, что бесконечная делимость есть не что иное, как абсолютная невозможность довести деление до конца. Для обоснования этого взгляда Эйлер использовал лейбницево сравнение бесконечно малых разных порядков с вселенной и песчинкой. Ясно, что этот ряд можно продолжать беспредельно в обе стороны и поэтому нельзя себе представить, что этот ряд будет иметь какой-либо конец. Для большей убедительности Эйлер поэтически расцвечивает эту старую, восходящую еще к Анаксагору, мысль Лейбница, рисуя ряд вселенных, из которых каждая является атомом в соседней системе, и приводя рассуждение обитателей этих вселенных. В результате дифференциал и „последняя частица" у Эйлера поменялись местами: у Лейбница математически бесконечно малое — дифференциал — был просто весьма малой величиной, а последняя частица, получающаяся в результате деления материи пространственно, по протяжению, равнялась нулю: у Эйлера физический элемент — атом — был просто весьма малой величиной, а дифференциал равнялся нулю.

Таким образом уже внутреннее развитие научной мысли Эйлера толкнуло его в лагерь противников Лейбница. Но этому, быть может, в известной мере содействовали и случайные побочные причины.

Такой причиной могли явиться прежде всего религиозные убеждения Эйлера. Существуют, как известно, две логически безупречные возможности решения проблемы о бесконечно малых: допущение бесконечной делимости, т. е. отрицание каких бы то ни было последних частиц, с одной стороны (точка зрения Аристотеля, Евклида и Архимеда), и с другой, математический атомизм Демокрита и Эпикура, т. е. допущение последних частиц, далее неделимых и не имеющих частей, но тем не менее протяженных. Но принимать, что последние частицы непротяженны нельзя, не нарушая аксиомы ex nihilo nihil fit. Эйлер уже очень скоро убедился, что приписывание монадам психических сил не изменяет вопроса, — геометрически они остаются нулями. Вдобавок Эйлер в религиозных вопросах придерживался той же точки зрения, что некогда Кавальери: он был религиозен на старинный лад (как раз в 1747 г. он выпустил брошюру „Спасение божественного откровения против упреков свободомыслящих") и полагал, что чем меньше вмешивать бога и божественные силы в светские дела, в том числе и в науку, тем лучше и для науки и для авторитета бога. По старинке, в согласии со священным писанием и отцами церкви, он верил в два абсолютных резко противопоставленных друг другу мира: в низший мир греха, в мир материальный, и в высший божественный духовный мир. Между тем теория Лейбница именно в силу принципа „ex nihilo nihil fit" вела к крайней форме идеализма: к отрицанию реального существования материи и пространства. Приходилось говорить о квази-материи и квази-протяженности (quasi-ètendue), а бог (horribile dictu!) оказывался одной из монад, только более смышленной, чем другие. „Il ne rougissent pas de donner à Dieu le nom de monade" („они не краснеют, именуя бога монадой"), заявляет Эйлер. Не менее опасно с религиозной точки зрения и самое допущение последней границы бесконечного деления (конечно, чисто мысленного, а не физического: в том, что человеческим силам и возможностям поставлена богом грань, нет ничего удивительного). „Это означает не более и не менее, как ставить предел всемогуществу божию!" („Письма к принцессе", т. II, стр. 216). Бесконечная делимость „не противоречит могуществу божию, и этого достаточно для нашей цели", говорит Эйлер в публикуемом мною здесь (стр. 74) трактате, а на стр. 218 „Писем" он, приведя факты превосходящей наше воображение делимости мельчайших тел, замечает: „Эти факты заставляют нас признать всемогущество творца в такой же степени, как и огромная величина божьих творений; мне кажется, что рассмотрение всех этих малостей, за каждой из которых следует другая еще несравненно меньшая, должно производить самое глубокое впечатление на наши души и наводить его на самые возвышенные мысли о творениях всемогущего, мощь которого и в малом так же безгранична, как в большом".

В этой связи не могу не указать на одну любопытную историческую параллель к Эйлеру — на Кавальери. И у того и у другого позиция была в значительной мере обусловлена религиозным правоверием, и тот и другой считают дифференциал равным нулю. Наконец, и тот и другой видят, что оба взгляда — и допущение и отрицание последних частиц — приводят к неразрешимым трудностям. („Письма к принцессе", см. выше, стр. 215). „Наша наука, — говорит Эйлер во введении к „Дифференциальному исчислению, — развивалась постепенно... и до сих пор в ней больше нераскрытого, чем ясного (in ea multo plura adhuc sint occulta quam in lucem protracta)". Подробнее он останавливается на этом вопросе в вышедшем в 1747 г. и написанном под влиянием Беркли трактате: „Спасение божественного откровения от нападок свободомыслящих". (Один из трактатов Беркли был озаглавлен: „Защита свободомыслия в математике"). Эйлер хочет здесь, между прочим доказать, что в математике не меньше противоречий, чем в священном писании; например, самое допущение существования тел ведет к противоречиям. Поскольку, однако, в существовании тел никто не сомневается, нет основания сомневаться и в правдивости священного писания, тем более, что мы имеем здесь дело с менее доступною пониманию областью богооткровения. Эйлер пишет (§ XLII, стр. 22 изд. Гагенбаха):[1] „Никто не сомневается, что в мире существуют тела, несомненно также, что либо они состоят из простых элементов, либо нет. На каком бы из этих мнений мы ни остановились, мы наталкиваемся на трудности, которые невозможно устранить таким образом, чтобы те, которые стоят на противоположной точке зрения, остались довольными. Если же сделать отсюда вывод, что ни то, ни другое мнение не верно, то неизбежно придется совершенно отрицать существование тел. Так действительно поступают некоторые авторы, но разумный человек не легко согласится с ними".

По контексту видно, что в первую голову имеется в виду Зенон Элейский, и самое заключение почти дословно восходит к Аристотелю. Но может ли быть сомнение в том, что актуально стрела была направлена против чистых идеалистов-лейбницианцев с их „квази-телами" и что таким образом их позиция сопоставлялась с отрицанием авторитета священного писания, основанным на вере в непререкаемый авторитет чистого разума?

Но если теория монад неприемлема, то еще менее приемлем математический атомизм, т. е. допущение, что мельчайшие частицы (элементы) протяженны, но лишены частей. Говоря об этом учении, Эйлер конечно имеет в виду не Демокрита и Эпикура, а одну из групп лейбницианцев. Но Эйлер не только не соглашается с ними; но просто не понимает, как можно признавать протяженность неделимых, отрицая наличие в них частей. Вдобавок, математический атомизм был отвергнут церковными авторитетами, начиная с Фомы Аквинского, почему он и был неприемлемым уже для Кавальери. В самом деле, подобно тому, как отрицание протяженности у первотел с логической неизбежностью вело к чистому идеализму, так приписывание материальности неделимым первосущностям вело к чистому материализму, еще более отвратительному с точки зрения Эйлера. Недаром на стр. 207 „Писем" он называет лейбницианцев эпикурейцами наизнанку. Так, в письме к Гольдбаху от 4 июля 1747 г., написанном по поводу присуждения премий за сочинения о монадах, Эйлер говорит: „Сторонники монад делятся, в свою очередь, на две партии: одна совершенно отрицает протяженность монад, другие считают что монады протяженны, но не имеют частей и, следовательно, неделимы. Эту точку зрения, помоему, легче всего опровергнуть..." Это „те, которые считают душу за особую субстанцию, но при том считают ее материальной; я имел в виду

[1] K. R. Hagenbach. Leonard Euler als Apologet des Christentums, Basel, 1851.

особенно некоторых известных мне вольфианцев, которые думали, что нематериальность души доказана их учителем недостаточно убедительно“.[1]

Итак, атомистического выхода для Эйлера не существовало: поэтому он в „Письмах к принцессе“ трижды (на стр. 224, 237, и 241—242) подчеркивает это tertium non datur: „Стоит допустить, — говорит он, — что все тела состоят из простых сущностей, и мы неизбежно придем к монадам“. „Или надо признать, что тела делимы до бесконечности, или нужно допустить систему монад со всеми вытекающими из нее экстравагантностями“.

Этот логический вывод Эйлера совпал с общим настроением в кругах математиков его времени. Из исторических обзоров в его „Дифференциальном исчислении“ (стр. XIV введения и стр. 100—101) мы видели, какую важную роль приписывает Эйлер Ньютону в истории математики: Эйлеру конечно было известно, что Ньютон в 1711 г. начисто отказался от математического атомизма своих ранних произведений, причем этот поворот был подготовлен той позицией, которую Ньютон занял в своих „Principia“ в 1686 г., где Ньютон уже доказывал, что бесконечномалая равна нулю. Ту же реакцию против математического атомизма можно наблюдать и в вышедшей в 1743 г. книге Маклорена, не говоря уже о знаменитом выступлении Беркли. Но зачем говорить о Ньютоне, Беркли и Маклорене, когда даже сам Вольф принужден был в издании своего учебника, вышедшем в том же году, вычеркнуть утверждение, что бесконечно малая не есть нуль, причем он для примирения нового взгляда со старыми лейбницианскими традициями лепетал что-то бесвязное, понапрасну тревожа тень Евклида и вкривь и вкось перетолковывая его доказательства.

Пожалуй, будет клеветой на Эйлера, если как на существенный импульс, мы укажем еще на то, что лейбницианство не было в фаворе при берлинском дворе, что сам секретарь Академии Мопертюи был противником этого учения и что, наконец, Эйлер всегда инстинктивно стремился жить в ладу с власть имущими...

Итак, мы попытались выяснить причины, которые побудили в 1745 г. ученика Бернулли, воспитанного на учении Лейбница, вооружиться аргументацией Ньютона и перейти в лагерь противников своего великого соотечественника. Вряд ли нужно прибавлять, что у такого крупного и самостоятельного исследователя, как Эйлер, ни религиозные ни придворные соображения сколько-нибудь значительной роли играть не могли: поскольку научное развитие подготовило этот неизбежный поворот, религиозные опасения и придворная обстановка могли лишь ускорить этот процесс.

---

[1] Не поняв сущности этого учения Эйлер (стр. 74 „Дифференциального исчисления“) думает, что эти атомисты останавливаются на частицах, неделимых физически (вследствие твердости и непроницаемости), и некритически аргументируют ими в области математики; уже Демокрит (resp. Аристотель) указал в свое время на недопустимость такого приема.

Б. А. ВЕНКОВ

О РАБОТАХ ЛЕОНАРДА ЭЙЛЕРА ПО ТЕОРИИ ЧИСЕЛ

Из предыдущих докладов мы видели, какова роль Л. Эйлера в истории развития анализа бесконечно-малых, астрономии и механики. Еще большие заслуги принадлежат Эйлеру в теории чисел, т. е. той части математики, которая занимается свойствами целых чисел. До Эйлера теории чисел, как науки, не существовало; был только ряд предложений (частью даже ошибочных), открытых гениальным предшественником Эйлера — Ферматом. Но Ферматне опубликовал своих исследований и поэтому как пути, которыми он пришел к познанию своих теорем, так и методы его доказательств остались неизвестными. Эйлер не только доказал почти все теоремы Ферматa, но и приложил их к решению труднейшего вопроса теории чисел — к разложению больших чисел на простые множители. Кроме того, он открыл множество новых фактов и указал пути, следуя по которым, Лагранж, Гаусс и позднейшие ученые создали то стройное целое, каким является в настоящее время классическая теория чисел.

Почти все арифметические работы Эйлера собраны в двух томах „Commentationes Arithmeticae Collectae", изданных в 1849 г. Академией Наук; в первом томе этого издания находится подробный систематический указатель, составленный П. Л. Чебышевым и В. Я. Буняковским, облегчающий изучение этих работ. Кроме того, арифметические вопросы трактуются в некоторых параграфах „Introductio in analysin infinitorum" и „Алгебры" (Elements d'Algebre par Léonard Euler, T. I и II, Paris 1807; имеется в русском переводе 1768 г. и 1812 г.).

Описание работ Эйлера мы начнем с тех из них, которые имеют прямое или косвенное отношение к вопросу о разложении больших чисел на простые множители — вопросу, интересовавшему Эйлера всю жизнь. Из арифметики известно, что наименьший простой делитель составного числа N не превышает $\sqrt{N}$. Поэтому, когда дано число N и требуется узнать, простое оно или составное, нужно делить его на все простые числа до $\sqrt{N}$ и при большом N количество этих делений может быть значительным. Но если данное число N имеет специальную форму (например: $a^n \pm b^n$ или $x^2 + my^2$), то можно указать a priori вид его простых делителей и тем значительно уменьшить количество делений. Таковы, например, числа вида $2^{2^n}+1$ и 2^m-1, служащие предметом первой печатной работы Эйлера: „Observationes de theoremate quodam Fermatiano, aliisque ad numeros primos spectantibus“ 1732 г., (Comm. ar. coll., t. I. p. 1). Ферма высказал предложение, что все числа $2^{2^n}+1$ $(n=0, 1, 2\ldots)$ простые; это верно для $n=0,1, 2, 3, 4$, но для числа $2^{2^5}+1$ Эйлер нашел делителя 641. Числа вида 2^m-1 интересовали Эйлера по связи их со старым вопросом о совершенных числах, т. е. таких, которые равны сумме своих правильных делителей, например, $6=1+2+3$. К этому виду принадлежит наибольшее простое число, известное Эйлеру, именно $2^{31}-1=$ $=2\,147\,483\,647$ (см. „Extrait d'une lettre à M. Bernouili, concernant le mémoire imprimè parmi ceux de 1771“, Comm. ar. coll., t. 1, p. 584). Для установления формы простых делителей чисел $a^n \pm b^n$, служит так называемая малая теорема Ферма, по которой разность a^p-a всегда делится на простое число p. Эта теорема, доказанная Эйлером несколькими способами (см. мемуары IV и XIX в I томе Comm. ar. coll.), представляет и по настоящее время важнейшее орудие исследования в теории чисел.

Малая теорема Ферма служит центральным пунктом важной теории, созданной Эйлером, так называемой теории степенных вычетов. Число r называется вычетом степени k для простого числа p, если существует целое число a, для которого разность a^k-r делится на p, или, по терминологии Гаусса, a^k сравнимо с r по модулю p (в знаках $a^k \equiv r$ (Mod p)).

Число r, не являющееся вычетом степени k, называется невычетом степени k; при $k=2$, вычеты и невычеты называются квадратичными. Основные понятия теории степенных вычетов, именно понятия о первообразном корне и индексе даны Эйлером в мемуаре „Demonstrationes circa residua ex divisione potestatum per numeros primos resultantia“, 1772 г. (Comm. ar. coll., t. I, p. 516). Число g называется первообразным корнем простого числа p, если $p-1$ степеней $1, g, g^2 \ldots g^{p-2}$ при делении на p, воспроизводят в остатках все числа $1, 2, 3, \ldots, p-1$. Эйлеру не удалось, впрочем, доказать существование первообразного корня для всякого простого числа p; это было сделано позднее Гауссом („Disquisitiones arithmeticae,“ art. 54).

Следует упомянуть также об обобщении малой теоремы Ферма, сделанном Эйлером, на случай составного числа n; согласно обобщенной теореме, для всякого числа a, взаимно-простого, справедливо сравнение

$$a^{\varphi(n)} \equiv 1 \text{ (Mod n)}, \tag{1}$$

где $\varphi(n)$ изображает количество целых положительных чисел, меньших n и с ним взаимно-простых (см. „Theoremata arithmetica nova methodo demonstrata“, 1753 г. Comm. ar. coll. t. 1, p. 274). Знак $\varphi(n)$, называемый теперь функцией Эйлера, обладает, кроме сравнения (1), и другими интересными свойствами (мемуар LII во II т. Comm. ar. coll.).

Важнейшему частному случаю степенных вычетов — квадратичным вычетам посвящено несколько мемуаров Эйлера, из которых особенно замечателен XXXIV: „Observationes circa divisionem quadratorum per numeros primos“, 1772 г. (Comm. ar. coll., t. I, p. 477). В этом мемуаре Эйлер на многих численных примерах устанавливает глубочайшее свойство квадратичных вычетов (формулировано на стр. 486). Доказательство этого свойства, называемого теперь законом взаимности квадратичных вычетов, было, однако, не под силу науке во времена Эйлера; оно было доказано лишь позднее Гауссом („Disqusitiones arithmeticae“, art. 135 и сл.).

Возвратимся к задаче об определении того, является ли данное большое число N простым или составным. Другим важным методом для решение этой задачи послужила Эйлеру доказанная им другая теорема Ферма, по которой каждое простое число вида $4n+1$ представляется, и притом одним только способом, в виде суммы двух квадратов, т. е. в виде x^2+y^2 (напр. $5=1^2+2^2$). В мемуарах XII и XV (I т. Comm. ar. coll.), посвященных этому вопросу, Эйлер доказывает и обратную теорему; если число $N=4n+1$ представляется только одним способом в форме x^2+y^2, то это число простое. Поэтому для исследования простоты или сложности числа N нужно узнать, для скольких значений x из ряда 1, 2, 3 ... $\sqrt{\frac{1}{2}N}$ разность $N-x^2$ равна точному квадрату. Таким способом Эйлер узнает, например, что число $1\,000\,009=1000^2+3^2$ есть число составное, так как оно равно также 235^2+972^2. Можно еще уменьшить количество испытаний, если найти подобные же теоремы о представлении чисел в форме x^2+2y^2 или x^2+3y^2. Это сделано Эйлером в мемуарах VI, XIII, XXI, LIV, LV и LXVII (Comm. Arithm. collect. I и II). Идя в этом направлении дальше, Эйлер подбирает и более общие формы $\alpha x^2+\beta y^2$, служащие для той же цели. Для того, чтобы форма $\alpha x^2+\beta y^2$ могла служить для испытания простоты или сложности данного числа N, нужно, чтобы она имела такое свойство: каждое простое число должно представляться этой формою не более одного раза, а каждое составное — или не представляться вовсе, или представляться не менее двух раз. Те значения произведения $k=\alpha\beta$, при которых форма $\alpha x^2+\beta y^2$ обладает этим свойством, Эйлер назвал **удобными** числами (numeri idonei) и потратил не мало труда для их нахождения (см. мемуары LIX, LXI; LXIII; LXIV; LXVI во II т. Comm. ar. coll.). Для нахождения удобных чисел k Эйлер дает такое правило: число k будет удобным, если для каждого целого x, меньшего $\sqrt{3k}$ и взаимно простого с k, сумма $k+x^2$ будет или простое число, или удвоенное простое, или квадрат простого числа или, наконец, степень числа 2 (см. мемуар LIX, а также „Extrait d'une lettre à M. Béguelin“, Comm. ar. coll., t. II, p. 270). Пользуясь этим правилом, Эйлер нашел 65 удобных чисел, таблица которых дана в мемуаре LIX. Наибольшее из этих чисел 1848. Других удобных чисел найти не удалось, несмотря на то, что Эйлер проверил с этой целью все числа до 10 000 и даже далее. Поэтому Эйлер высказал предположение, что удобных чисел, больших 1848, вообще не существует. В позднейшее время обширные вычисления

Гаусса (Werke, B. II, p. 450 и сл., 1863 г.) подтвердили вероятность этого предположения Эйлера, но точного доказательства его до сих пор не дано. Исследования Эйлера, о которых мы говорили в этом абзаце, положили начало созданной отчасти Лагранжем, а главным образом Гауссом, теории бинарных квадратичных форм.

В другой обширной группе работ Эйлер занимается вопросами так называемого анализа Диофанта, т. е. решением в целых числах неопределенных уравнений. Этим вопросам посвящены около 50 мемуаров в Comm. ar. coll. и многие места „Алгебры". Мы перечислим главнейшие из них. В мемуаре „De usu novi algorithmi in problemate Pelliano solvendo", 1759 г. (Comm. ar. coll. т. I, p. 316) Эйлер занимается решением в целых числах x, y важнейшего уравнения $x^2 - ay^2 = 1$, названного им уравнением Пелля (a — данное число, не равное квадрату). В этом мемуаре на численных примерах обнаружена периодичность непрерывной дроби, в которую разлагается a, указана связь этой непрерывной дроби с решением уравнения $x^2 - ay^2 = 1$ и дана таблица наименьших решений уравнения $x^2 - ay^2 = 1$ для всех значений a до 100. Эйлеру не удалось строго доказать периодичность непрерывной дроби для всякого $\sqrt{a}$; это было сделано Лагражем („Addition a la théorie de la résolution des équations numériques", Oeuvres, II, 1768), закончившим, таким образом, проблему решения уравнения Пелля. В мемуаре „De resolutione irrationalium per fractiones continuas, ubi simul nova quaedam et singularis species minimi exponitur", 1772 г. (Comm. ar. coll., t. I. p. 570) Эйлер занимается решением в целых числах общего уравнения с двумя неизвестными $Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$.

К анализу Диофанта следует отнести также работы Эйлера, связанные с так называемой великой теоремой Фермата, состоящей в том, что уравнение $x^n + y^n = z^n$ не имеет решений в целых числах x, y, z, когда показатель n больше 2. Эйлер доказал эту теорему для частных случаев $n = 3$ и $n = 4$. Для $n = 3$ доказательство изложено им в „Алгебре" („Elements d'algebre" vol. II, sec. III), для $n = 4$ в мемуаре „Theorematum quorundam arithmeticorum demonstrationes", 1738 г. (Comm. ar. coll, t. I, p. 24). Эти доказательства Эйлера замечательны по методу, который в них употребляется. Этот метод, называемый методом неопределенного спуска, состоит в следующем: предполагая существование некоторого решения x, y, z данного уравнения, путем различных преобразований приходим к другому решению x^1, y^1, z^1 того же уравнения с меньшими числами x^1, y^1, z^1. Очевидно, что уравнение, для которого возможно сделать такое преобразование, не может иметь вовсе решений в целых числах. Этот метод с успехом применялся позднейшими учеными как для самой теоремы Фермата (Куммер), так и для других уравнений. Что касается самой теоремы Фермата, то несмотря на замечательные исследования Куммера (в 60-х гг. XIX в.), доказавшего эту теорему для всех значений показателя до 100, полного ее доказательства никем до сих пор не дано.

Из других уравнений, рассмотренных Эйлером, укажем еще на уравнение $x^3+1=y^2$, невозможность которого даже в **рациональных** числах x, y, кроме $x=0$ или 2, доказана Эйлером в мемуаре V (Comm. ar. coll., t. I, p. 24) для задачи, найти прямоугольный треугольник, стороны которого выражались бы целыми числами, причем гипотенуза и сумма катетов должны быть квадратами, что приводится к решению системы уравнений $x+y=v^2$, $x^2+y^2=u^4$ (Miscellanea analytica § 4, Comm. ar. coll., t. II. p. 44). Последней задачей (поставленной Ферматом) занимался также Лагранж, она интересна по большой величине катетов x и y искомого прямоугольного треугольника. Именно, в наименьшем решении, $x=1\,061\,652\,293\,520$ и $y=4\,565\,486\,027\,761$.

Все теоремы, о которых мы говорили выше, доказаны Эйлером чисто арифметическим путем, именно различными преобразаваниями данных чисел или уравнений и рассуждениями над целыми числами. В работах Эйлера положено начало и другому важнейшему методу современной теории чисел, именно, методу аналитическому. Этот метод состоит в применении аппарата анализа бесконечно-малых (бесконечных рядов, производных, интегралов) к нахождению и доказательству теорем теории чисел. Из этих работ Эйлера следует упомянуть прежде всего о данном им доказательстве классической теоремы Евклида (о существовании бесконечного множества простых чисел) („Introductio in analysin infinitorum" Cap. XV, 1748). Эйлер рассматривает произведение множителей $\frac{1}{1-\frac{1}{p^s}}$, где p — все простые числа, s — произвольное вещественное число, большее 1; разлагая каждый член этого произведения в ряд по правилу геометрической прогрессии и перемножая полученные ряды, Эйлер приходит к тождеству

$$\prod_p \frac{1}{1-\frac{1}{p^s}} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s}. \tag{2}$$

Приближая в этом тождестве s к пределу 1, видим, что правая его часть беспредельно растет, чего не могло бы быть, если бы простых чисел было ограниченное количество. Тождество Эйлера (2) и самый прием его доказательства сыграли чрезвычайно важную роль в развитии аналитической теории чисел. Развивая метод Эйлера, Дирихле доказал свою знаменитую теорему о существовании бесчисленного множества простых чисел в любой арифметической прогрессии a, $a+b$, $a+2b$, ... в которой первый член a и разность b взаимно-простые. Далее, тождество Эйлера (2) послужило исходным пунктом для замечательных исследований Чебышева и Римана о простых числах.

В мемуаре „Demonstratio theorematis ordinem in summis divisorum observatum" (Comm. ar. coll., t. I, p. 234) Эйлер занимается разложением в ряд по степеням x бесконечного произведения $(1-x)(1-x^2)(1-x^3)\dots$ и получает следующее тождество:

$$(1-x)(1-x^2)(1-x^3)\dots=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}(-1)^k x^{\frac{3k^2+k}{2}} \tag{3}$$

Числа $\omega_k=\frac{3k^2+k}{2}$ $(k=0, \pm1; \pm2, \dots)$, стоящие в показателе x в правой части, называются пентагональными. Взяв логарифмическую производную обеих сторон равенства (3), освобождая полученное равенство от знаменателя и сравнивая коэффициенты при одинаковых степенях x, Эйлер получает следующее замечательное реккурентное соотношение для числовой функции $\zeta(n)$ — суммы делителей n:

$$\zeta(n)-\zeta(n-1)-\zeta(n-2)+\zeta(n-5)+\zeta(n-7)-\dots=0$$

В левой части из n вычитаются все пентагональные числа $\omega_k=\frac{3k^2+k}{2}$ для $k=0, -1, +1, -2, +2, \dots$ и у каждого члена ставится знак $+$ или $-$ сообразно четности или нечетности значка k вычитаемого пентагонального числа ω_k; члены пишутся до тех пор, пока аргумент функции ζ остается ≥ 0, причем, если встретится аргумент 0 (что будет тогда, когда данное число n само является пентагональным числом), то знак $\zeta(0)$ следует заменить числом n.

Аналитический метод применен Эйлером также для вывода целой группы весьма оригинальных теорем, названных им partitio numerorum, т. е. разбиение чисел (см. Introductio in analysin infinitorum“, Cap. XVI, а также мемуары IX, XXVII, XLIII, XLVIII в Comm. ar. coll.). Простыми преобразованиями доказывается, например, тождество:

$$(1+x)(1+x^2)(1+x^3)\dots=\frac{1}{(1-x)(1-x^3)(1-x^5)},\dots$$

из которого сравнением коэффициентов при x^n получается теорема: всякое число n представляется в виде суммы различных целых слагаемых столькими же способами, сколькими то же число n представляется суммою равных или различных нечетных слагаемых. Пусть, например, $n=6$. Тогда $6=1+2+3$; $6=1+5$; $6=2+4$; $6=6$, т. е. число 6 представляется 4 способами в виде суммы нескольких различных целых слагаемых. С другой стороны, $6=1+1+1+1+1+1$; $6=1+1+1+3$; $6=1+5$, $6=3+3$, т. е. число 6 представляется также 4 способами, как сумма одинаковых или различных нечетных слагаемых. Приведем еще одну теорему о разбиениях: пусть m данное целое число, а n — любое целое число, бо́льшее m. Тогда число n может быть составлено из m равных или неравных слагаемых столькими же способами, сколькими число $n-m$ может быть составлено из равных или различных слагаемых, взятых из ряда чисел $1, 2, 3, \dots m$. Нужно отметить, что ближайшие последователи Эйлера не интересовались теоремами о разбиениях и потому эти теоремы остались в стороне от того пути, по которому направили теорию чисел Гаусс и Лагранж. Лишь во второй половине XIX столетия, в связи с так называемыми методами Лиувилля, возник интерес к этим теоремам, но и тогда было сделано сравнительно немного: 1) достигнуто было чисто арифметическое доказательство этих теорем (сам Эйлер, как уже указано выше, доказывал их аналитически) и 2) прибавлено было небольшое количество новых результатов, аналогичных теоремам Эйлера. Теоремы, о которых идет речь, являются лишь началом новой обширной части теории чисел, которую можно назвать аддитивной теорией чисел, в отличие от классической Гауссовой (мультипликативной).

Кроме перечисленных вопросов, ставших впоследствии классическими, Эйлер занимался разнообразными задачами, хотя и относящимися по существу к теории чисел, но стоящими в стороне от обычных методов этой науки. Из этих задач упомянем о дружественных числах (numeri amicabilis (мемуар X в I т. Comm. ar. coll., а также приложения в конце II т.), о магических квадратах (мемуары LXX, XCII) и о ходе коня по шахматной доске (XXIV).

Из нашего краткого очерка видно, как разнообразны и богаты методы Эйлера, предложенные им для решения арифметических задач. Изучая Эйлера, мы видим строгие доказательства теорем, познаем пути, которыми он пришел к открытию тех или других фактов, и учимся самой технике арифметического исследования. Изложение его отличается чрезвычайной простотой и ясностью благодаря обилию таблиц и численных примеров, поясняющих каждый шаг рассуждения. Поэтому изучение творений этого гениального математика является весьма интересным и поучительным и в наше время, особенно для молодых исследователей.

Ю. А. КРУТКОВ

ИЗ ЭЙЛЕРОВОЙ THEORIA MOTUS[1]

Заслуги Леонарда Эйлера перед механикой столь огромны, что уже простое их перечисление, по всей вероятности, превзошло бы размеры этой скромной статьи. Эйлеру принадлежат существенные результаты и в механике точки и в механике системы точек (например, решение задачи о притяжении к двум неподвижным центрам; участие в постулировании общего начала момента количеств движения); механика твердого тела, можно сказать, вся создана им — и кинематика и динамика; более того, Эйлер всецело владел и несвободным твердым телом — звеном в системе твердых тел; для механики сплошной среды достаточно напомнить, что ему принадлежат не только те уравнения гидродинамики, которые носят его имя, но и те, которые обычно называются лагранжевыми, и что начала, так сказать, технического направления в теории упругости даны Эйлером; наконец, и в области общих начал механики он первый дал пригодную формулировку началу наименьшего действия. Чтобы показать, далее, в каком роде был бы список Эйлеровых достижений в механике, посмотрим, например, что он сделал для начал механики.

Столь привычное нам разложение движения — скоростей, ускорений, сил — по трем взаимно перпендикулярным направлениям впервые появляется у Эйлера, а именно в его первой „Механике" 1736 г. Весьма примечательно, что эти направления не неподвижны, а составляют естественную систему координат: касательная, главная нормаль, бинормаль к траектории. Разложение ускорения на ускорения касательное и нормальное принадлежит Эйлеру, „естественные" дифференциальные уравнения движения точки — ему же. Всем известное написание векторов скорости и ускорения в полярных (плоских) координатах также впервые дано Эйлером. Неподвижные оси — неподвижную прямоугольную систему координат — ввел в 1742 г. Mac Laurin и формулы для прямоугольных составляющих — resolutio motus, как говорит Эйлер — появляются в первой части его второй „Механики" 1765 г. (ранее в 1753 г. в его первой теории луны): „благодаря этому способу мы избавляемся от достаточно

[1] Доклад, прочитанный на торжественном заседании в Академии Наук СССР 5 октября 1933 г.

неприятных (taediosis) исследований о кривизне траектории, которая ведь будет двоякой, если только движение не происходит в плоскости. Если заменить скорость точки тремя скоростями, мысленно приписав их точке, то задача чрезвычайно упрощается; так как я не пользовался этим средством в прежних работах по механике, то впал в чрезмерно сложные выкладки“. Обычные уравнения движения точки

$$m\ddot{x}=X,\ m\ddot{y}=Y,\ m\ddot{z}=Z$$

впервые написаны Эйлером, они у него имеют вид

$$\frac{ddx}{dt^2}=\frac{\lambda p}{A},\ \frac{ddy}{dt^2}=\frac{\lambda q}{A},\ \frac{ddz}{dt^2}=\frac{\lambda r}{A},$$

где A — масса точки и λ — множитель пропорциональности. Механика несвободной точки, точки, подчиненной связям, можно сказать, создана Эйлером.

О начале возможных перемещений ему принадлежат важные исследования. Закон сохранения момента количеств движения был получен в работах Даниила Бернулли, Эйлера и графа d'Arcy. Эйлеру принадлежит важное продвижение к понятию потенциала. Он первый заметил, что в задаче о притяжении к неподвижному центру скорость точки зависит только от расстояния до центра.

Наконец, как мы уже заметили, начало наименьшего действия у него впервые приобретает разумный вид, так как им, а не Maupertuis, дано точное определение действия:

$$\int\limits_a^b v\,ds,\quad \text{где } v \text{ — скорость и } s \text{ — путь.}$$

Если мы захотели бы продолжить это перечисление для механики твердого тела, то вскоре увидели бы, что пишем оглавление довольно большого современного учебника механики твердого тела и были бы поражены, как мало прибавлено тут со времени Эйлера. Следует, конечно, оговориться, что направление этого воображаемого учебника было бы векторным, скаларные методы Лагранжа в нем бы отсутствовали.

В силу сказанного я рассмотрю здесь лишь специальный вопрос, а именно то, что сказано в Эйлеровой второй механике — „Теория движения тел твердых или жестких“ — об относительном и абсолютном движениях, тем более, что, как мне кажется, все те, кто писали об этом, отнеслись к Эйлеру по меньшей мере несправедливо. Затем я сделаю замечание о еще более специальном вопросе: в каком виде впервые появляются у Эйлера его знаменитые уравнения вращения твердого тела.

Эйлер об относительном и абсолютном движениях

В главе „Рассмотрение движения вообще“ с самого начала Эйлер вводит координатную систему и движение, и покой по отношению к ней: „так как мы отвергаем сомнительные отвлеченности, то мы должны это дело рассудить так, как оно непосредственно воспринимается чувствами“.

Поэтому для определения положения точки нам нужно отнести ее к другим точкам, причем достаточно их взять четыре. Вместо этого можно взять твердое тело. О покое и движении мы теперь можем говорить, это будут „респективные" покой и движение, ибо „неясно, что такое так называемый абсолютный покой" и „движение отличается от покоя не более, чем одно движение от другого".

Таким образом относительны и положение, и покой, и движение, причем эта относительность, говоря современным языком, общая: допустимы все координатные системы, движущиеся как угодно по отношению друг к другу.

Движение и покой, говорит далее Эйлер, совсем не состояния тела. Так как они относительны, то они не свойства, а принадлежат к классу отношений. Далее Эйлер замечает, что уже понятие покоя, как постоянного пребывания на том же месте, требует понятия времени. Это время — строго по Ньютону — течет независимо от какого-либо движения.

Таким образом в этой главе совершенно отчетливо высказана о б щ а я относительность движения.

В следующей главе „О внутренних началах движения" говорится „о всем том, что находится в самих телах и в чем нужно искать причину их покоя или движения". Пусть нет ничего, кроме одного тела. Если нам откажут в разрешении пользоваться этим предположением, то скажем так: пусть между нашим телом и всем остальным миром нет взаимодействия.

Выскажем аксиому: „тело и без отношения к другим телам находится в покое или движении, т. е. покоится или движется абсолютно" и к ней дадим толкование первое: „До сих пор мы в силу чувственного восприятия не признавали иных движения или покоя, как по отношению к другим телам, почему и назвали их относительными. Если мы теперь мысленно уничтожим все тела кроме одного, то отпадает отношение к ним, благодаря коему мы до сих пор судили о покое или движении. Мы должны, следовательно, спросить: может ли наше суждение о покое или движении еще иметь место или же нет? Именно: если мы это суждение можем получить только из сравнения положения рассматриваемого тела с другими, то, если эти тела будут удалены, наше суждение необходимо уничтожится. Если мы, однако, покой или движение тела наблюдаем только по его отношению к другим, то отсюда еще нельзя заключить, что вещи эти сами по себе не иное что, как мысленно составленное отношение..."

И далее Эйлер ссылается на в е л и ч и н у тела, которая требует также сравнения с другим телом, но, если мол убрать это другое тело, то первое, так сказать, сохраняет фундамент своей величины.

Этот пример интересно сопоставить с общеизвестными соображениями Пуанкарэ об относительности величины предметов. Далее идет еще одно толкование, затем примечание, и все это нужно для введения абсолютного пространства. В этом абсолютном пространстве тело, если на него нет действия извне, покоится или движется равномерно и прямолинейно. В пользу этого Эйлер приводит соображения, основанные на законе достаточного основания.

Если координатное тело (абсолютно) движется равномерно и прямолинейно, то вышеуказанное справедливо и для относительного движения (начало относительности классической механики).

Наконец, свойство тела, которое есть причина пребывания его в том же состоянии, называется его инерцией.

Все авторы, которым пришлось высказываться об этих эйлеровых соображениях, о которых я знаю (Mach, Streintz), утверждают, что Эйлер не дошел здесь до ясности. Попытаемся однако посмотреть, нет ли здесь прогресса по сравнению с более ранними механиками, например, по сравнению с Ньютоном.

Я думаю, что прогресс есть и вот именно какой. Говоря современным языком, Эйлер весьма ясно высказал общую относительность движения для кинематики и перенес рассуждения об абсолютном движении в динамику. В первой части его соображений весьма убедительно изложена общая относительность всех движений, во второй части чрезвычайно насильственно вводится абсолютное движение. Последнее было для него необходимо, так как иначе в его время нельзя было строить Ньютоновой механики.

Первоначальный вид Эйлеровых уравнений вращения твердого тела

„Theoria motus corporum solidorum seu rigidorum" первым изданием вышла в 1765 г., вторым после смерти Эйлера в 1790 г. Знаменитые уравнения, о которых идет здесь речь, появляются в первом издании в конце книги как добавление к § 761, во втором издании это добавление помещено сейчас же после этого параграфа. У Эйлера эти уравнения пишутся так (случай вращения по инерции):

$$\text{I} \qquad dx = \frac{b^2 - c^2}{a^2}\, yzdt,$$

$$\text{II} \qquad dy = \frac{c^2 - a^2}{b^2}\, xzdt,$$

$$\text{III} \qquad dz = \frac{a^2 - b^2}{c^2}\, xydt.$$

Задачи о вращении по инерции тела с тремя равными главными центральными моментами инерции, с двумя равными и со всеми тремя различными в тексте книги решаются исходя из другой системы уравнений, впервые появляющейся в §§ 670 и 674, а именно:

$$(*)\begin{cases} d\Omega = \dfrac{\Omega^2 (a^2 - b^2)(a^2 - c^2)(b^2 - c^2)\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma}{a^2 b^2 c^2}, \\ a^2 b^2 c^2\, d\gamma \sin\gamma = \Omega (b^2 - a^2)\, dt \cos\alpha\cos\beta\, [a^2 b^2 - (a^2 - c^2)(b^2 - c^2)\cos^2\gamma], \\ a^2 b^2 c^2\, d\beta \sin\beta = \Omega (a^2 - c^2)\, dt \cos\gamma\cos\alpha\, [a^2 c^2 - (c^2 - b^2)(a^2 - b^2)\cos^2\beta], \\ a^2 b^2 c^2\, d\alpha \sin\alpha = \Omega (c^2 - b^2)\, dt \cos\beta\cos\gamma\, [b^2 c^2 - (b^2 - a^2)(c^2 - a^2)\cos^2\alpha]. \end{cases}$$

Здесь a^2, b^2, c^2 — квадраты главных центральных плечей инерции, Ω — величина мгновенной угловой скорости тела, $\cos\alpha$, $\cos\beta$, $\cos\gamma$ — направляющие косинусы оси вращения по отношению к главным осям.

Уравнения получаются Эйлером весьма хитрым образом с обильным применением сферической тригонометрии. Получение их он считает задачей трудной: „мы получим решение этой весьма трудной задачи... в довольно удобном виде, так как окончательные формулы, к которым мы наконец пришли, не настолько сложны, что можно было ожидать более простых“...

Уравнения I, II, III — уравнения Эйлера — Эйлер получает из последних уравнений, полагая

$$x = \Omega\cos\alpha,\ y = \Omega\cos\beta,\ z = \Omega\cos\gamma.$$

Простой кинематический смысл уравнений I, II, III, как известно, был понят довольно поздно — в средине прошлого столетия. Эйлер для получения уравнений (*) пользуется, конечно, не этими простыми кинематическими соображениями, а методом центробежных моментов.

Нам нет надобности итти здесь за ним. Покажем только, что необычные уравнения (*) легко получаются из эйлеровых уравнений вращения твердого тела.

Обозначая вектор угловой скорости через $\mathfrak{u}$ и тензор инерции через I, можно написать эти последние уравнения так:

$$\dot{\mathfrak{u}}\,\mathrm{I} = -\mathfrak{u} \times \mathfrak{u}\,\mathrm{I}, \tag{1}$$

где $\dot{\mathfrak{u}}$ — производная $\mathfrak{u}$ по времени и $\times$ знак векторного произведения. Полагаем теперь по Эйлеру

$$\mathfrak{u} = \Omega\mathfrak{a}, \tag{2}$$

где Ω — величина угловой скорости и $\mathfrak{a}$ — единичный вектор по оси вращения, его составляющие по главным осям равны $\cos\alpha$, $\cos\beta$, $\cos\gamma$. Итак имеем:

$$(\dot{\Omega}\mathfrak{a} + \Omega\dot{\mathfrak{a}})\,\mathrm{I} = -\Omega^2\,\mathfrak{a} \times \mathfrak{a}\,\mathrm{I}. \tag{3}$$

Так как $\mathfrak{a}^2 = 1$, $\mathfrak{a}\cdot\dot{\mathfrak{a}} = 0$, где точка знак скаларного умножения, то умножая (3) скаларно на $\mathfrak{a}$ получим

$$\dot{\Omega} = -\Omega^2\,\mathfrak{a}\cdot[(\mathfrak{a} \times \mathfrak{a}\,\mathrm{I})\,\mathrm{I}^{-1}], \tag{4}$$

где I^{-1} — тензор обратный I. Подставляя (4) в (3), получаем

$$\dot{\mathfrak{a}} = -\Omega(\mathfrak{a} \times \mathfrak{a}\,\mathrm{I})\,\mathrm{I}^{-1} + \Omega\mathfrak{a}\,\{\,\mathfrak{a}\cdot[(\mathfrak{a} \times \mathfrak{a}\,\mathrm{I})\,\mathrm{I}^{-1}]\,\}. \tag{5}$$

(4) и (5) и есть уравнения (*) для произвольных осей, неизменно связанных с телом. Вводя главные оси, имеем (в понятной символике):

$$\left.\begin{aligned} \mathrm{I} &= (Ma^2,\ Mb^2,\ Mc^2) \\ \mathrm{I}^{-1} &= (M^{-1}a^{-2},\ M^{-1}b^{-2},\ M^{-1}c^{-2}) \end{aligned}\right\}. \tag{6}$$

Отсюда получаем, полагая для краткости

$$
\begin{gathered}
\cos\alpha=\lambda,\ \cos\beta=\mu,\ \cos\gamma=\nu,\\
\mathfrak{a}\times\mathfrak{a}\,\mathrm{I}=(\mu\nu M(c^2-b^2),\ \nu\lambda M(a^2-c^2),\ \lambda\mu M(b^2-a^2)),\\
(\mathfrak{a}\times\mathfrak{a}\,\mathrm{I})\,\mathrm{I}^{-1}=\left(\mu\nu\frac{c^2-b^2}{a^2},\ \nu\lambda\frac{a^2-c^2}{b^2},\ \lambda\mu\frac{b^2-a^2}{c^2}\right),\\
\mathfrak{a}\cdot[(\mathfrak{a}\times\mathfrak{a}\,\mathrm{I})\,\mathrm{I}^{-1}]=\lambda\mu\nu\left(\frac{c^2-b^2}{a^2}+\frac{a^2-c^2}{b^2}+\frac{b^2-a^2}{c^2}\right)
\end{gathered}
\tag{7}
$$

или

$$
=\lambda\mu\nu\frac{(a^2-b^2)(a^2-c^2)(c^2-b^2)}{a^2b^2c^2}.
$$

Подставляя последнее выражение в (4), получаем первое из уравнений (*). Подставляя второе и последнее выражения в (5), получаем для первой составляющей

$$
\dot\lambda=-\sin\alpha\cdot\dot\alpha=-\Omega\mu\nu\,\frac{c^2-b^2}{a^2}+\Omega\lambda^2\mu\nu\,\frac{(a^2-b^2)(a^2-c^2)(c^2-b^2)}{a^2b^2c^2}
$$

или

$$
a^2b^2c^2\sin\alpha\,\dot\alpha=\Omega(c^2-b^2)\cos\beta\cos\gamma\,[b^2c^2-(b^2-a^2)(c^2-a^2)\cos^2\alpha],
$$

что совпадает с последним уравнением (*).

Насколько я вижу, уравнения (*) имеют перед обычными уравнениями Эйлера одно только преимущество: из первого из них следует сразу, что при равенстве двух плечей инерции (или всех трех)

$$
\Omega=\mathrm{const}.
$$

В этих случаях три остальных уравнения (*) не хуже и не лучше обычных. Для общего случая трех неравных плеч инерции следует предпочесть уравнения I, II, III. Для случая, когда главный момент сил, приложенных к твердому телу, не равен нулю, Эйлер также пишет уравнения типа (*), которые здесь получают значительно более сложный вид, и параллельно „настоящие“ уравнения Эйлера.

Все изложенное еще раз показывает, что очень редко новый результат получается простейшим образом. Этому правилу повиновался и великий Эйлер. Думаю, что это даже характерно для его аналитического гения и чудовищной, сверхчеловеческой продуктивности.

Ю. А. КРУТКОВ

ОБ ОДНОЙ НЕРЕШЕННОЙ ЗАДАЧЕ ЭЙЛЕРОВОЙ THEORIA MOTUS

В главе второй Прибавления к „Theoria motus corporum solidorum seu rigidorum“ Эйлер развивает „Новую методу для определения движения твердых тел“. В ней положение твердого тела определяется тремя координатами произвольной точки тела относительно неподвижной системы координат и девятью направляющими косинусами осей произвольно-направленной системы координат, скрепленной с телом, по отношению к неподвижным осям (в самой Theoria motus выбранная точка всегда — центр инерции и вторые оси — главные оси). Шесть дифференциальных уравнений движения твердого тела получаются в очень сложном виде: первые три уравнения содержат каждое 5 членов, три остальные — каждое 33 члена. Взяв за точку твердого тела центр инерции и за оси второй координатной системы главные оси, получаем в первом случае 2 члена, во втором — 9 членов. Пользуясь этими последними уравнениями, Эйлер пытается рассмотреть решенный им ранее случай движения твердого тела по инерции. Однако это ему не удается даже для простейшего случая равенства всех трех главных моментов инерции. Мы ставим себе целью рассмотреть этот случай согласно этой „новой Эйлеровой методе“ и довести решение до конца.

§ 1. Дифференциальные уравнения движения. Пусть $\mathfrak{R}$ — координатный вектор произвольной точки твердого тела относительно начала неподвижной системы координат, $\mathfrak{F}$ и $\mathfrak{M}_1$ — главный вектор сил и главный момент их относительно начала неподвижной системы.

Законы движения центра инерции и изменения момента количеств движения дают нам:

$$\sum m\ddot{\mathfrak{R}} = \mathfrak{F}, \qquad \sum m\mathfrak{R} \times \ddot{\mathfrak{R}} = \mathfrak{M}_1. \tag{1}$$

Пусть $\mathfrak{a}$ — координатный вектор начала координат, связанных с телом, и $\mathfrak{r}$ — координатный вектор произвольной точки тела относительно этого последнего начала; пусть, наконец, Π — матрица преобразования:

$$\Pi = \begin{Vmatrix} \cos(\xi, x) & \cos(\eta, x) & \cos(\zeta, x) \\ \cos(\xi, y) & \cos(\eta, y) & \cos(\zeta, y) \\ \cos(\xi, z) & \cos(\eta, z) & \cos(\zeta, z) \end{Vmatrix}, \tag{2}$$

где ξ, η, ζ — оси неподвижные, x, y, z — оси, связанные с телом. Тогда имеем:

$$\mathfrak{R} = \mathfrak{a} + \mathfrak{r}\Pi, \qquad \ddot{\mathfrak{R}} = \ddot{\mathfrak{a}} + \mathfrak{r}\ddot{\Pi}, \tag{3}$$

где $\mathfrak{r}\Pi$, очевидно, — вектор с составляющими

$$x\cos(\xi, x) + y\cos(\xi, y) + z\cos(\xi, z) \text{ и т. д.}$$

Итак имеем, подставляя (3) в (1):

$$\left.\begin{aligned} \ddot{\mathfrak{a}}\sum m + \sum m\mathfrak{r}\ddot{\Pi} = \mathfrak{F}, \\ \mathfrak{a}\times\ddot{\mathfrak{a}}\sum m + \mathfrak{a}\times\sum m\mathfrak{r}\ddot{\Pi} + \sum m\mathfrak{r}\Pi\times\ddot{\mathfrak{a}} + \sum m\mathfrak{r}\Pi\times\mathfrak{r}\ddot{\Pi} = \mathfrak{M}_1. \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

Это и есть шесть уравнений движения твердого тела Эйлерова Прибавления. Если $\mathfrak{f}$ — силы, приложенные к точкам тела, и $\mathfrak{M}$ — главный момент относительно осей, связанных с телом, то

$$\mathfrak{M}_1 = \sum \mathfrak{R}\times\mathfrak{f} = \mathfrak{a}\times\sum\mathfrak{f} + \sum\mathfrak{r}\Pi\times\mathfrak{f} = \mathfrak{a}\times\mathfrak{F} + \mathfrak{M}. \tag{5}$$

Подставляя это выражение во второе уравнение (4), видим, что в силу первого уравнения первые два члена слева сокращаются с первым членом справа и получаем

$$\sum m\mathfrak{r}\Pi\times\ddot{\mathfrak{a}} + \sum m\mathfrak{r}\Pi\times\mathfrak{r}\ddot{\Pi} = \mathfrak{M}. \tag{6}$$

Обозначим косинус таблицы (2), стоящий на пересечении i-ой строки и k-ого столбца через a_{ik}. Тогда второй член слева имеет составляющие

$$\sum_{i,\,k}(a_{i\alpha}\ddot{a}_{k\beta} - a_{i\beta}\ddot{a}_{k\alpha})\sum mx_i x_k; \tag{7}$$

здесь суммирование по i и по k идет от 1 до 3 и α, β нужно давать значения 2, 3; 3, 1; 1, 2 соответственно; вторая сумма распространена на все элементы тела. Пусть

$$\sum mx_i x_k = \Theta_{ik} = \Theta_{ki}, \tag{8}$$

где x_1, x_2, x_3 написаны, как и выше, вместо x, y, z; пусть далее $\mathfrak{r}_i$ обозначает вектор с составляющими a_{i1}, a_{i2}, a_{i3}; $\mathfrak{r}_i$, очевидно, единичный вектор по i-ой оси системы координат, связанной с телом. Тогда второй член слева в уравнении (6) можно записать в виде:

$$\sum_{i,\,k}(\mathfrak{r}_i\times\ddot{\mathfrak{r}}_k)\,\Theta_{ik}. \tag{9}$$

Итак уравнение (6) можем переписать так:

$$\sum m\mathfrak{r}\Pi\times\ddot{\mathfrak{a}} + \sum_{i,\,k}(\mathfrak{r}_i\times\ddot{\mathfrak{r}}_k)\,\Theta_{ik} = \mathfrak{M}. \tag{10}$$

Прибавляя еще первое уравнение (4)

$$\ddot{\mathfrak{a}} \sum m + \sum m\mathfrak{r}\,\ddot{\Pi} = \mathfrak{F}, \tag{11}$$

получаем шесть уравнений движения твердого тела. Если оси x_i главные, то все $\Theta_{ik}=0$ для $i \neq k$ и вместо (10) получаем:

$$\sum m\mathfrak{r}\,\Pi \times \ddot{\mathfrak{a}} + \sum_{i=1}^{3} (\mathfrak{r}_i \times \ddot{\mathfrak{r}}_i)\,\Theta_{ii} = \mathfrak{M}. \tag{12}$$

Наконец, если за начало осей, связанных с телом, взят центр инерции, то

$$\sum m\mathfrak{r} = 0,$$

в (11) исчезает второй член, в (12) — первый член:

$$\ddot{\mathfrak{a}} \sum m = \mathfrak{F}, \qquad \sum_{i=1}^{3} (\mathfrak{r}_i \times \ddot{\mathfrak{r}}_i)\,\Theta_{ii} = \mathfrak{M}^* \tag{13}$$

§ 2. Вращение по инерции тела с полной кинетической симметрией. Непосредственное рассмотрение. Положим, что за начало осей, связанных с телом, взят центр инерции и что все три главных момента инерции равны. Согласно (8) тогда имеем

$$\Theta_{11} = \Theta_{22} = \Theta_{33} = \Theta \tag{14}$$

и второе уравнение (13) приобретает вид, если еще $\mathfrak{M}$ положить равным нулю:

$$\Theta(\mathfrak{r}_1 \times \ddot{\mathfrak{r}}_1 + \mathfrak{r}_2 \times \ddot{\mathfrak{r}}_2 + \mathfrak{r}_3 \times \ddot{\mathfrak{r}}_3) = 0, \tag{15}$$

откуда

$$\mathfrak{r}_1 \times \dot{\mathfrak{r}}_1 + \mathfrak{r}_2 \times \dot{\mathfrak{r}}_2 + \mathfrak{r}_3 \times \dot{\mathfrak{r}}_3 = \mathfrak{c}, \tag{16}$$

где $\mathfrak{c}$ — постоянный вектор. Но

$$\dot{\mathfrak{r}}_i = \mathfrak{u} \times \mathfrak{r}_i \tag{17}$$

где $\mathfrak{u}$ вектор угловой скорости, отсюда

$$\mathfrak{r}_i \times \dot{\mathfrak{r}}_i = \mathfrak{r}_i \times (\mathfrak{u} \times \mathfrak{r}_i) = \mathfrak{u} - (\mathfrak{u} \cdot \mathfrak{r}_i)\,\mathfrak{r}_i \tag{18}$$

и

$$\sum_{i=1}^{3} \mathfrak{r}_i \times \dot{\mathfrak{r}}_i = 3\mathfrak{u} - \sum_{i=1}^{3} (\mathfrak{u} \cdot \mathfrak{r}_i)\,\mathfrak{r}_i = 3\mathfrak{u} - \mathfrak{u} = 2\mathfrak{u}. \tag{19}$$

Таким образом имеем вместо (16)

$$2\mathfrak{u} = \mathfrak{c}, \tag{20}$$

т. е. движение есть вращение вокруг постоянной оси с постоянной угловой скоростью. Так как момент инерции A, очевидно, равен 2Θ, то (15) приобретает обычный вид

$$A\dot{\mathfrak{u}} = 0.$$

---

* См. к § 1 статью автора ИМЕН, 1932, № 4, стр. 490, где уравнение (12) применяется к случаю тела с осью кинетической симметрии.

§ 3. Рассмотрение по Эйлеру. Эйлер поступает иначе. Вместо девяти косинусов — у нас трех векторов $\mathfrak{r}_1$, $\mathfrak{r}_2$, $\mathfrak{r}_3$ — он вводит Эйлеровы симметричные параметры, обычно приписываемые O. Rodrigues'у, а именно: φ — угол поворота вокруг оси вращения и a, b, c — направляющие косинусы оси вращения (у Эйлера p, q, r). Косинусы таблицы (2) через φ, a, b, c выражаются так

$$\left.\begin{aligned}
a_{11} &= \cos(\xi, x) = a^2(1-\cos\varphi) + \cos\varphi,\\
a_{12} &= \cos(\eta, x) = ab(1-\cos\varphi) + c\sin\varphi,\\
a_{13} &= \cos(\zeta, x) = ac(1-\cos\varphi) - b\sin\varphi,\\
a_{21} &= \cos(\xi, y) = ab(1-\cos\varphi) - c\sin\varphi,\\
a_{22} &= \cos(\eta, y) = b^2(1-\cos\varphi) + \cos\varphi,\\
a_{23} &= \cos(\zeta, y) = bc(1-\cos\varphi) + a\sin\varphi,\\
a_{31} &= \cos(\xi, z) = ac(1-\cos\varphi) + b\sin\varphi,\\
a_{32} &= \cos(\eta, z) = bc(1-\cos\varphi) - a\sin\varphi,\\
a_{33} &= \cos(\zeta, z) = c^2(1-\cos\varphi) + \cos\varphi.
\end{aligned}\right\} \tag{21}$$

Припоминая, что

$$\mathfrak{r}_1 = (a_{11}, a_{12}, a_{13}), \quad \mathfrak{r}_2 = (a_{21}, a_{22}, a_{23}), \quad \mathfrak{r}_3 = (a_{31}, a_{32}, a_{33}),$$

остается вычислить по (21) $\dot{\mathfrak{r}}_1$, $\dot{\mathfrak{r}}_2$, $\dot{\mathfrak{r}}_3$ и составить левую часть (16). Эйлер производит эту утомительную выкладку и получает три уравнения, которые мы можем написать так:

$$2\sin\varphi\,\dot{\mathfrak{g}} + 2(1-\cos\varphi)\,\mathfrak{g}\times\dot{\mathfrak{g}} + 2\dot{\varphi}\,\mathfrak{g} = \mathfrak{c}, \tag{22}$$

где $\mathfrak{g}$ единичный вектор по оси вращения:

$$\mathfrak{g} = (a, b, c).^* \tag{23}$$

Получив (22), Эйлер замечает, что решение здесь хорошо известно: тело может свободно вращаться вокруг произвольной оси, следовательно должно быть

$$a = \text{const.}, \quad b = \text{const.}, \quad c = \text{const.}, \quad \dot{\varphi} = \text{const.} \tag{24}$$

---

* Вводя так называемые кватернионные величины

$$A = \sin\frac{\varphi}{2}\cdot a, \quad B = \sin\frac{\varphi}{2}\cdot b, \quad C = \sin\frac{\varphi}{2}\cdot c, \quad D = \cos\frac{\varphi}{2},$$

легко проверить, что Эйлеровы выражения совпадают с обычными выражениями a_{ik} через A, B, C, D (см. Klein и Sommerfeld. Theorie d. Kreisels, Heft 1, p. 22). Я проверил выкладку Эйлера, дающую (22), так как переводчик Эйлеровых Механик на немецкий язык Wolfers вносит в примечании поправку в первый член: он получил $2\sin\varphi(1-\cos\varphi)\,\dot{\mathfrak{g}}$. *Прав Эйлер.* Единственно, чем (22) отличается от трех формул Эйлера, это знаком, что, конечно, не имеет значения, так как справа стоит постоянный произвольный вектор. Различие знаков связано с определением момента силы (у нас $\mathfrak{R}\times\mathfrak{f}$).

Очевидно — продолжает Эйлер — что эти значения удовлетворяют (22), но неясно, что нет других решений. „Отсюда возникает превосходная аналитическая задача, каким образом это решение из тех формул [именно уравнений (22)] может быть получено; она заслуживает в особенности быть рекомендованной геометрам“.

Легко, как это делает и Эйлер, исключить из (22) $\dot{\varphi}$. Для этого множим (22) векторно на $\mathfrak{g}$. Тогда член, содержащий $\dot{\varphi}$, изчезнет, и мы получим:

$$2\sin\varphi\, \mathfrak{g} \times \dot{\mathfrak{g}} + 2(1-\cos\varphi)\, \mathfrak{g} \times (\mathfrak{g} \times \dot{\mathfrak{g}}) = \mathfrak{g} \times \mathfrak{c} \tag{25}$$

или

$$2\sin\varphi\, \mathfrak{g} \times \dot{\mathfrak{g}} - 2(1-\cos\varphi)\, \dot{\mathfrak{g}} = \mathfrak{g} \times \mathfrak{c}, \tag{26}$$

так как

$$\mathfrak{g} \times (\mathfrak{g} \times \dot{\mathfrak{g}}) = \mathfrak{g}(\mathfrak{g} \cdot \dot{\mathfrak{g}}) - \dot{\mathfrak{g}}\mathfrak{g}^2 \quad \text{и} \quad \mathfrak{g}^2 = 1, \mathfrak{g} \cdot \dot{\mathfrak{g}} = 0.$$

Снова видим, что $\mathfrak{g} =$ постоянному вектору удовлетворяет (26), причем должно быть

$$\mathfrak{g} \times \mathfrak{c} = 0, \quad \text{т. е.} \quad \mathfrak{g} \parallel \mathfrak{c},$$

но не видно, что нет других решений. Поэтому вернемся к (22), переписав его так:

$$\sin\varphi\, \dot{\mathfrak{g}} + (1-\cos\varphi)\, \mathfrak{g} \times \dot{\ } + \dot{\varphi}\, \mathfrak{g} = \mathfrak{c}, \tag{27}$$

где $\mathfrak{c}$ имеет теперь новое значение, а именно, равно половине прежнего. Так как $\mathfrak{g}^2 = 1$, $\mathfrak{g} \cdot \dot{\mathfrak{g}} = 0$, то три вектора $\mathfrak{g}$, $\dot{\mathfrak{g}}$, $\mathfrak{g} \times \dot{\mathfrak{g}}$ взаимно перпендикулярны. Заметим, кроме того, что в силу $|\mathfrak{g}| = 1$, $\mathfrak{g} \perp \dot{\mathfrak{g}}$ длина вектора $\mathfrak{g} \times \dot{\mathfrak{g}}$ равна длине $\dot{\ }$:

$$|\mathfrak{g} \times \dot{\mathfrak{g}}| = |\dot{\mathfrak{g}}|. \tag{28}$$

Таким образом, возводя (27) в квадрат, получим:

$$\sin^2\varphi\, \dot{\mathfrak{g}}^2 + (1-\cos\varphi)^2 (\mathfrak{g} \times \dot{\mathfrak{g}})^2 + \dot{\varphi}^2 = \mathfrak{c}^2$$

или в силу (28):

$$2(1-\cos\varphi)\, \dot{\mathfrak{g}}^2 + \dot{\varphi}^2 = \mathfrak{c}^2. \tag{29}$$

Множим (27) скаларно на $\dot{\mathfrak{g}}$. Тогда, так как $\mathfrak{g}$ и $\mathfrak{g} \times \dot{\mathfrak{g}}$ перпендикулярны к $\dot{\mathfrak{g}}$, получим:

$$\sin\varphi\, \dot{\mathfrak{g}}^2 = \mathfrak{c} \cdot \dot{\mathfrak{g}}. \tag{30}$$

С другой стороны, умножая (27) скаларно на $\mathfrak{g}$, получим

$$\dot{\varphi} = \mathfrak{c} \cdot \mathfrak{g}. \tag{31}$$

Так как $\mathfrak{c}$ постоянный вектор, то

$$\mathfrak{c}\cdot\dot{\mathfrak{g}} = \frac{d}{dt}\,\mathfrak{c}\cdot\mathfrak{g} = \ddot{\varphi} \tag{32}$$

и (30) принимает вид

$$\sin\varphi\,\dot{\mathfrak{g}}^2 = \ddot{\varphi}, \qquad \dot{\mathfrak{g}}^2 = \frac{\ddot{\varphi}}{\sin\varphi}; \tag{30'}$$

подставляя это в (29), получаем уравнение для φ:

$$\frac{2(1-\cos\varphi)}{\sin\varphi}\,\ddot{\varphi} + \dot{\varphi}^2 = \mathfrak{c}^2$$

или

$$2\sin\frac{\varphi}{2}\cdot\ddot{\varphi} + \cos\frac{\varphi}{2}\cdot\dot{\varphi}^2 = \mathfrak{c}^2\cos\frac{\varphi}{2}. \tag{33}$$

Полагаем $y = \cos\frac{\varphi}{2}$. Тогда имеем

$$\dot{y} = -\frac{1}{2}\sin\frac{\varphi}{2}\cdot\dot{\varphi},$$

$$\ddot{y} = -\frac{1}{4}\cos\frac{\varphi}{2}\cdot\dot{\varphi}^2 - \frac{1}{2}\sin\frac{\varphi}{2}\cdot\ddot{\varphi};$$

таким образом

$$\ddot{y} + \left(\frac{\mathfrak{c}}{2}\right)^2 y = 0 \tag{34}$$

Решение, пригодное для $y = \cos\frac{\varphi}{2}$, очевидно, будет

$$y = \cos\left(\frac{c}{2}t + \frac{\varepsilon}{2}\right),$$

где c длина вектора $\mathfrak{c}$, след.

$$\varphi = ct + \varepsilon_1. \tag{35}$$

Далее $\ddot{\varphi} = 0$ и (30') дает

$$\sin\varphi\dot{\mathfrak{g}}^2 = 0,$$

т. е.

$$\dot{\mathfrak{g}} = 0, \qquad \mathfrak{g} = \text{пост. вектор}. \tag{36}$$

Задача Эйлера решена.

§ 4. Механический смысл члена $\sin\varphi\,\mathfrak{g} + (1-\cos\varphi)\,\mathfrak{g}\times\dot{\mathfrak{g}}$. Значение трех членов, стоящих слева в уравнении (27), угловая скорость $\mathfrak{u}$, как показано в § 2. Оказалось, что два первых члена совместно равны нулю; нам остается выяснить значение этих двух членов. Для этого пользуемся связью между производными по времени величин:

$$A = \sin\frac{\varphi}{2}a, \quad B = \sin\frac{\varphi}{2}b, \quad C = \sin\frac{\varphi}{2}c, \quad D = \cos\frac{\varphi}{2}$$

и самими этими величинами. Пусть p, q, r — проекции угловой скорости $\mathfrak{u}$ на оси системы координат, связанной с телом. Тогда эта связь следующая:

$$\left.\begin{aligned} \frac{d}{dt}\left(\sin\frac{\varphi}{2}\,\mathfrak{g}\right) &= \frac{1}{2}\left(\cos\frac{\varphi}{2}\,\mathfrak{u} + \mathfrak{u}\times\sin\frac{\varphi}{2}\,\mathfrak{g}\right), \\ \frac{d}{dt}\cos\frac{\varphi}{2} &= -\frac{1}{2}\sin\frac{\varphi}{2}\,\mathfrak{g}\cdot\mathfrak{u} \end{aligned}\right\} \tag{37}$$

Формулы эти легко получаются, если в известных формулах, выражающих параметры A, B, C, D для поворота, получающегося из двух последовательных поворотов, через параметры этих последних,* положить второй поворот бесконечно малым. Его параметры будут

$$\frac{d\varphi}{2}a,\quad \frac{d\varphi}{2}b,\quad \frac{d\varphi}{2}c,\ 1,$$

кроме того, $d\varphi = \dot\varphi\, dt$, следовательно, параметры будут

$$\frac{1}{2}p\,dt,\quad \frac{1}{2}q\,dt.\quad \frac{1}{2}r\,dt,\ 1.$$

Из (37) имеем

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{2}\cos\frac{\varphi}{2}\dot\varphi\,\mathfrak{g} + \sin\frac{\varphi}{2}\dot{\mathfrak{g}} &= \frac{1}{2}\left(\cos\frac{\varphi}{2}\,\mathfrak{u} + \sin\frac{\varphi}{2}\,\mathfrak{u}\times\mathfrak{g}\right), \\ -\frac{1}{2}\sin\frac{\varphi}{2}\dot\varphi &= -\frac{1}{2}\sin\frac{\varphi}{2}\,\mathfrak{u}\cdot\mathfrak{g}. \end{aligned}\right\} \tag{38}$$

Отсюда

$$\dot{\mathfrak{g}} = \frac{1}{2\sin\frac{\varphi}{2}}\left(\cos\frac{\varphi}{2}\,\mathfrak{u} + \sin\frac{\varphi}{2}\,\mathfrak{u}\times\mathfrak{g}\right) - \frac{1}{2}\,\frac{\cos\frac{\varphi}{2}}{\sin\frac{\varphi}{2}}\dot\varphi\mathfrak{g}$$

и

$$\mathfrak{g}\times\dot{\mathfrak{g}} = \frac{1}{2\sin\frac{\varphi}{2}}\left(\cos\frac{\varphi}{2}\,\mathfrak{g}\times\mathfrak{u} + \sin\frac{\varphi}{2}\,\mathfrak{u} - \sin\frac{\varphi}{2}(\mathfrak{u}\cdot\mathfrak{g})\,\mathfrak{g}\right).$$

Образуем

$$\mathfrak{w} = \sin\varphi\,\dot{\mathfrak{g}} + (1-\cos\varphi)\,\mathfrak{g}\times\dot{\mathfrak{g}},$$

заменив

$$\sin\varphi \quad \text{на} \quad 2\sin\frac{\varphi}{2}\cos\frac{\varphi}{2} \quad \text{и} \quad 1-\cos\varphi \quad \text{на} \quad 2\sin^2\frac{\varphi}{2}:$$

$$\begin{aligned} \mathfrak{w} = {} & \cos^2\frac{\varphi}{2}\,\mathfrak{u} + \sin\frac{\varphi}{2}\cos\frac{\varphi}{2}\,\mathfrak{u}\times\mathfrak{g} - \cos^2\frac{\varphi}{2}\,\dot\varphi\,\mathfrak{g} + \\ & + \sin\frac{\varphi}{2}\cos\frac{\varphi}{2}\,\mathfrak{g}\times\mathfrak{u} + \sin^2\frac{\varphi}{2}\,\mathfrak{u} - \sin^2\frac{\varphi}{2}(\mathfrak{u}\cdot\mathfrak{g})\,\mathfrak{g}. \end{aligned} \tag{39}$$

* Klein и Sommerfeld, l. c., p. 33.

Здесь первый и пятый член дают $\mathfrak{u}$, второй и четвертый сокращаются; далее — согласно второму уравнению (38) — имеем $\mathfrak{u} \cdot \mathfrak{g} = \dot{\varphi}$, почему третий и последний член дают — $(\mathfrak{u} \cdot \mathfrak{g})\, \mathfrak{g}$. Итак

$$\mathfrak{w} = \mathfrak{u} - (\mathfrak{u} \cdot \mathfrak{g})\, \mathfrak{g}, \tag{40}$$

$\mathfrak{w}$ — часть угловой скорости $\mathfrak{u}$, перпендикулярная к первоначальной оси вращения. Как доказано, в нашем случае $\mathfrak{w} = 0$, благодаря чему ось вращения и остается постоянной.

В заключение заметим, что рассмотрение общего случая вращения по инерции по этой методе будет весьма сложным, почему мы и ограничиваемся случаем, изучение которого рекомендовано Эйлером.

В. В. ПАЕВСКИЙ

ДЕМОГРАФИЧЕСКИЕ РАБОТЫ ЛЕОНАРДА ЭЙЛЕРА

Изумительный гений Эйлера проявлял себя, как известно, отнюдь не только в области чистой математики. В поражающем по своей величине списке его трудов среди капитальнейших математических работ можно найти большое число сочинений по механике, некоторым отделам физики (оптика и др.), астрономии, внешней баллистике, по теории музыки, теории некоторых игр и по многим другим отраслям. Менее широко известны его работы в области математической статистики, вернее, в одной ее части — математической демографии. Между тем, в этой области Эйлер, в сущности, впервые подвел вполне отчетливый математический фундамент под целый ряд основных понятий демографии, таких, как понятие о порядке вымирания (таблицы смертности), понятие прироста населения, периода его численного удвоения и т. п. Эйлером же с максимальной ясностью были формулированы основные принципы, на которых должно строиться дело личного страхования (страхования жизни во всех его видах).

В настоящей статье мы хотим вкратце коснуться работ Эйлера в указанных областях.

Как известно, совершенно исключительная плодовитость творчества Эйлера нередко приводила к тому, что, несмотря на огромную славу Эйлера среди современников, он иногда не мог найти издателей для своих непрерывно появлявшихся новых трудов. В результате — его сочинения оказались рассеянными в весьма большом количестве различных изданий. В частности, те его работы, которые касаются демографических вопросов, впервые собранные воедино в томе VII (первой серии) полного собрания сочинений Эйлера, в свое время были напечатаны частью в мемуарах Берлинской Академии, частью в изданиях нашей Академии Наук, частью в отдельных собраниях работ Эйлера; некоторые же работы до сего времени не были напечатаны и впервые стали достоянием демографов лишь после появления указанного тома VII „Leonhardi Euleri Opera omnia“.

Из числа указанных работ наибольшего внимания заслуживают „Исследования о смертности и умножении рода человеческого“,[1] появившиеся в Записках Берлинской Академии Наук в 1767 г., и мемуар „Об умножении рода человеческого“[2] — нигде не напечатанный до выхода в свет „Opera omnia“.

В первом из указанных сочинений Эйлер прежде всего дает ясную формулировку понятия „порядок вымирания или переживания“, — понятия, которое лежит в основе всего современного учения о таблицах смертности; далее в ряде „вопросов“ (Question) и ответов на них Эйлер излагает всю методику использования таблицы смертности. В этих „вопросах“, в сущности, излагается вся основная часть математической теории смертности (так называемой „формальной“ теории смертности) и излагается с необыкновенной ясностью и логической законченностью. Здесь же Эйлером впервые вводится в употребление новое понятие — понятие о „вероятной продолжительности жизни“.

Попутно с теоретической трактовкой вопросов измерения смертности, Эйлер тут же разрешает ряд практических задач, относящихся к области страховой математики. Числовые расчеты, связанные с указанными задачами, производятся на основе пользовавшейся известностью таблицы смертности W. Kersseboom (1742 г.)[1], которая и приводится Эйлером в этом мемуаре.

Во второй части указанного сочинения Эйлер рассматривает вопрос о приросте населения. Установив точное определение прироста, Эйлер, при помощи тех же „вопросов“ и ответов на них разрешает ряд задач, относящихся к определению величины прироста, к численности населения в предстоящие годы, численности умерших и т. п. Здесь же Эйлером рассматривается проблема так называемых „законов смертности“.

Следует отметить, что если в первой части своего мемуара Эйлер дал вполне законченную теорию формального измерения повозрастной смертности, к которой вся последующая демографическая наука не прибавила ничего существенно нового, во второй части Эйлер исходит из упрощенных предпосылок о рождаемости. Не имея перед собой результатов переписей (в современном смысле этого слова), Эйлер не мог оценить всей важности вопроса о плодовитости, как функции возраста, и о громадной варьируемости повозрастных коэффициентов воспроизводства. В результате предложения, которые кладутся Эйлером в основу определения роста населения во времени, оказываются с нашей точки зрения слишком упрощенными.

Эйлер в своих расчетах полагает коэффициент рождаемости величиной постоянной, не предусматривая того факта, что даже при неизменной во времени повозрастной плодовитости, коэффициент рождаемости, вообще говоря, не может оставаться постоянным в силу неизбежного изменения

---

[1] „Recherches générales sur la mortalité et la multiplication du genre humain“. Mém. de l'Acad. d. Sc. de Berlin, t. 16 (1760), p. 144—164.

[2] „Sur la multiplication du genre humain“. Leonhardi Euleri Opera omnia. Ser. I, vol. VII, 1923.

возрастного состава, изменений, которые для будущего времени определяются событиями, имевшими место в прошлом. Тем не менее Эйлер, в результате своих исследований, приходит к знаменитому положению о росте населения во времени (в отсутствии пертурбационных факторов) соответственно членам геометрической прогрессии, положению, которое и сейчас (правда, при введении целого ряда ограничительных условий) кладется обычно в основу гипотез о приросте. Как мы уже говорили выше, Эйлер не имел возможности практически использовать результаты переписей, однако, его глубокий ум подсказывал ему важность переписных данных для задач измерения смертности.

В заключительных фразах указанного сочинения Эйлер, не употребляя слова „перепись", приходит тем не менее к вполне современной идее построения таблиц смертности на основе сведений о живущих и данных об умерших (за соответствующий год), распределенных по возрасту.

Второй из названных мемуаров „Sur la multiplication du genre humain" тесно связан с работой Эйлера по математико-статистической обработке некоторых глав известной книги пастора Зюссмильха „О божественном порядке".[1]

Леонард Эйлер, как сын своего века, к тому же выросший и воспитанный в семье пастора, не раз принимал участие в работах апологетически-христианского направления. Можно считать установленным, что в переработке 2-го издания книги Зюссмильха[2] Эйлер принимал самое деятельное участие, а глава VIII этой книги „Von der Geschwinligkeit der Vermehrung und von der Zeit der Verdoppelung" — видимо, в значительной части написана Эйлером. Мемуар же „Sur la multiplication du genre humain" (написанный частью по-французски, частью по-латыни) — представляет собою развернутую математическую обработку тех материалов, какие положены в основу главы VIII упомянутой книги Зюссмильха.

Оба эти сочинения содержат в себе целый ряд весьма интересных и глубоких положений из области математической демографии.

Основное содержание указанных работ заключается в рассмотрении вопроса о времени, потребном для удвоения численности населения (замкнутого, т. е. не подверженного миграциям), при различных гипотезах о смертности и рождаемости. Не входя здесь в подробности, укажем лишь, что Эйлер в данных работах сознательно упрощал основные предпосылки для того, чтобы сделать возможно более простыми и ясными вытекающие из них математические следствия. Эйлер не рассматривает возрастный состав населения в виде функции от двух переменных (времени-эпохи

---

[1] Голландский исследователь Wiliem Kersseboom (1691—1771 гг.) занимал финансовые должности и построил, на основе наблюдений над лицами, купившими у правительства пожизненную ренту, таблицу смертности для населения обоих полов вместе.

[2] Joh. Pet. Süssmilch. Die göttliche Ordnung in der Veränderungen des menschlichen Geschlechts aus der Geburt, dem Tode und der Fortpflanzung desselben erwiesen. Berlin, 1761—1762.

и времени-возраста), как это делается в настоящее время, и, вместо этого исходит из следующей, например, искусственно-упрощенной схемы „структуры“ населения:

1) Все браки (надо заметить, что Эйлер вообще рассматривает только брачную плодовитость) заключаются в возрасте ровно 20 лет (для обоих супругов).

2) Всякий брак приносит 6 живых детей: 3 мальчиков и 3 девочек.

3) Все рождения происходят двойнями: один мальчик и одна девочка рождаются в годы, когда родителям исполняется ровно 22, 24 и 26 лет.

4) Никто не умирает до возраста 40 лет, но в этом возрасте умирают все.

При этих условиях, начиная от момента, когда первой паре исполнилось 22 года, числа рождений, расположенные через двухлетние интервалы, образуют следующую последовательность:

2, 2, 2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 2, 4, 6, 4, 2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 2, 6, 12, 14, 12, 6, 2, 0, 0, 0, 0, 2, 8, 20, 32, 38, 32, 20, 8, 2, 0, 0, 2, 10, 30, 60, 90, 102, 90, 60, 30, 10, 2, 2, 12, 42, 100, 180, 252, 282, 252, 180, 100, 42, 14...

Эйлер говорит, что члены таких рядов являются коэффициентами разложения (делением) некоторой производящей функции и (для другого численного примера) указывает вид соответствующей производящей функции.[1] Кроме того, Эйлер замечает, что несмотря на крайнюю видимую неправильность, нерегулярность такой последовательности чисел, какая бросается в глаза, если рассматривать только первые члены, — при достаточно далеком продолжении этой последовательности она начинает „превращаться“ в геометрическую прогрессию, причем все неправильности начинают исчезать.[2]

Примерно через 160 лет после того, как Эйлером были написаны эти строки, немецким статистиком-математиком Гумбелем (E. J. Gumbel)[3] была доказана справедливость утверждения Эйлера для данного частного ряда, указана производящая функция вида:

$$2 \cdot \frac{1}{1 - x^{11} - x^{12} - x^{13}}$$

и показано, что геометрическая прогрессия, к которой стремится приведенный выше ряд, имеет знаменателем наибольший по модулю корень соответствующего уравнения

$$x^{13} - x^2 - x - 1 = 0 \text{ равный } 1.0961.$$

---

[1] Opera omnia, vol. VII, ser. I, p. 551.

[2] So unordentlich diese Progressionen auch anfänglich scheinen, so werden sie doch endlich, wenn sie stets fortgesetzt werden, in eine geometrische Progression verwandelt, daher denn die im Anfang wahrgenommene Unordnungen je länger je mehr abnehmen, bis sie endlich fast ganz verschwinden“ (§ 161, VIII Capitel „Göttliche Ordnung“).

[3] E. I. Gumbel. Eine Darstellung statistischer Reihen durch Euler. Jahresbericht des deutschen Mathematikervereinigung, Bd. 25, Leipzig, 1916, H. 7—9, § 251. Множитель 2 у Гумбеля пропущен; ср. Opera omnia. Ser. I, vol. VII. Préface de l'éditeur (L. G. Du Pasquier), p. XL.

Во всех своих работах, при самых разнообразных гипотезах о рождаемости и смертности — Эйлер неизменно приходит к заключению о том, что в замкнутом населении числа родившихся (а следовательно и численность населения) должны расти в геометрической прогрессии.

Демографическая наука настоящего времени не может, конечно, целиком согласиться с подобным утверждением. Рост конкретного населения зависит от столь многих факторов (по большей части математически не поддающихся интерпретации), главным образом социального порядка, что едва ли можно надеяться отобразить его в математической формуле, в особенности столь простого вида.

Но современная математическая демография не отказывается и от рассмотрения абстрактных схем изменения численности и состава населения, правда, отнюдь не придавая им смысла предсказаний, и видя в них лишь средство к получению наиболее совершенных измерителей тех изменений, какие наблюдаются в населении. При этом и самые схемы далеко отошли от тех примитивно-простых положений, какие приходилось класть в основу Эйлеру. Это относится прежде всего к понятию возрастного состава населения, в отношении которого современные демографы сжились с мыслью о его непрерывной изменяемости в функции от времени-эпохи. Любопытно, однако, отметить, что наиболее тонкие современные методы построения абстрактных схем изменения численности населения, при условии принятия константности некоторых демографических факторов (напр., повозрастной смертности, повозрастной плодовитости) — приводят к тем же, в основном, заключениям, к каким пришел Эйлер о росте населения, в пределе приближающемся к росту по геометрической прогрессии. К такому результату пришел, например, и виднейший американский демограф A. Lotka, использовав методы интегральных уравнений[1] (типа Volterra); к этому же результату пришли и немецкие исследователи F. Bonz и F. Hilburg, рассматривая решение уравнения для прироста в конечных разностях.[2]

Помимо указанных, можно сказать, чисто демографических работ — у Эйлера имеется ряд трудов, посвященных вопросам приложения теории смертности к вопросам страховой практики. К этой группе сочинений относятся следующие мемуары Эйлера:

1. О пожизненных рентах.[3] В этом мемуаре Эйлер, определив основные понятия, лежащие в основе всякой страховой операции (смертность и величину дисконта), дает рекуррентные формулы для определения современной стоимости пожизненной (postnumerando) ренты и далее,

[1] См., напр. L. I. Dublin and A. J. Lotka. On the true rate of natural increase. Journal of the American Statistical Association. New Series, № 150. 1925 или F. R. Sharpe and A. J. Lotka. Phil. Mag. April 1911, p. 435.

[2] F. Bonz und F. Hilburg. Die voraussichtliche Bevölkerungsentwicklung in Deutschland. Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik. Bd. II, Heft 3. 1931.

[3] „Sur les rentes viagères". Mém. de l'Académie des sciences de Berlin, 16 (1760) 1767.

пользуясь таблицей смертности Kersseboom'a, приводит ряд построенных им практических таблиц для вычисления стоимости ренты.

2) „О вдовьих кассах".[1] Здесь Эйлер рассматривает вопросы, связанные со страхованием, зависящим от дожития или смерти двух лиц („на две жизни"), и вообще вопросы страхования на случай смерти.

В этом мемуаре Эйлер близко подходит к понятию „коммутационных чисел", введенных в страховую науку впоследствии Tetens'ом и играющих большую роль у современных актуариев.

3) „Об общественных установлениях для вдов и на случай смерти"[2] — наиболее обширное сочинение Эйлера в области страховой математики, состоящее из трех частей: 1) о вдовьих пенсиях, 2) о взаимном страховании на случай смерти и 3) о плане новой тонтины (особого порядка, где допускается непрерывный приток новых участников тонтины). Книга представляет собою обширный трактат по страхованию, объединяющий в себе многое из написанного Эйлером прежде, и снабжена большим количеством таблиц, не утративших интереса и в наше время.

4) „О страховании сирот".[3] В этом мемуаре Эйлер разрешает задачу определения стоимости страхования известной суммы, выплачиваемой наследникам после смерти обоих родителей. Вновь используя таблицу смертности Kersselboom'a, Эйлер разрешает при помощи одного общего уравнения ряд отдельных задач, связанных с таким страхованием.

5) К этой же группе относится мемуар (вернее, нигде до появления „Opera omnia" не напечатанный отрывок из черновых записей Эйлера) „о вычислении тонтинных рент",[4] где Эйлер рассматривает различные модификации тонтин. Отрывок, повидимому, представляет собою экспертизу проекта тонтины, произведенную по просьбе Фридриха II.

Вопросы смертности, рождаемости и прироста населения постоянно занимали Эйлера, и он неоднократно возвращался к ним не только в специальных мемуарах, но пользовался демографическими проблемами и в качестве примеров в чисто математических сочинениях. Так, например, во „Введении в анализ", в главе VI (De quantitatibus exponentiabilis ac logarithmis) Эйлер, в четырех местах заимствует чисто демографические (правда, чрезвычайно элементарные) задачи, в качестве примеров для вычисления. Характерна для эпохи Эйлера, напр., следующая задача:

„Cum post diluvium a sex hominibus genus humanum sit propagatum, si ponamus ducentis annis post numerum hominum iam ad 1 000 000 excre-

[1] „Des Herrn Leonhard Eulers nöthige Berechnung zur Einrichtung einer Witwencasse" Neues Hamburgisches Magazin, 1770.

[2] „Éclaircissements sur les établissements publics en faveur tant des veuves que des morts, avec la description d'une nouvelle espèce de tontine aussi favorable au public qu'utile à l'état, calculés sous la direction de monsieur Léonard Euler par mr. Nicolas Fuss". St.-Pétersbourg., 1776.

[3] Solutio quaestionis ad calculum probabilitatis pertinentis quantum duo conjuges persolvere debeant ut suis haeredibus post utriusque mortem certa argenti summa persolvatur. Opuscula analytica, 2, 1785.

[4] Sur le calcul des rentes tontinières. Opera omnia, ser. I, vol. VII, p. 553.

visse, quaeritur, quanta sui parte numerus hominum quotannis augeri debuerit".[1]

Можно было бы полагать, что Эйлер, как замечательный представитель чисто математического гения, в вопросах демографии ограничится чисто-математической, формальной трактовкой возникавших перед ним задач. Однако это далеко не так. Глубокий ум исследователя заставлял его проникать в самую суть исследуемых проблем. Эйлер прекрасно понимал, в каком отношении находятся конструируемые им схемы к фактам конкретной действительности. Мы встречаем у него ряд чрезвычайно интересных замечаний на эту тему. Так, например, по поводу таблиц смертности Эйлер предостерегает от стремления придать найденному порядку вымирания характер универсальности, говоря, что каждая таблица пригодна лишь для того города или провинции, для которых она построена. При этом он высказывает положение, согласно которому смертность в больших городах должна быть выше, чем в малых, а в малых выше, чем в деревнях — соображение, повидимому, справедливое для той эпохи.

Далее он говорит о том, что построенный на таблице порядок вымирания перестает быть пригодным для использования во всех случаях, когда на сцену появляются эпидемия или голод и война. Эйлер прекрасно понимает и важность учета миграционных факторов при построении таблиц смертности, отлично учитывает половые различия в смертности и неоднократно говорит о том, что пользование таблицей смертности для населения обоих полов вместе может привести к большим ошибкам (критика таблицы Kersseboom'a).

Эйлер не только неоднократно возвращается к вопросу о пониженной смертности женщин, по сравнению с мужчинами, но, что особенно замечательно, отлично разбирается в чисто демографических вопросах ранней детской смертности (на первых месяцах жизни). При этом Эйлер высказывает глубокие соображения, нередко ускользающие от внимания даже современных социал-гигиенистов, сопоставляющих смертность всего детского населения со смертностью изолированных детских групп (детские дома, ясли, консультации). Он говорит, что таблица смертности, построенная по наблюдениям над лицами, получающими ренту, не отражает действительной смертности населения, в особенности для детей моложе одного года, ибо, по его словам, несомненно, что в наблюдение попадают лишь дети, ускользнувшие от опасностей первых месяцев жизни, и, следовательно, таблица представляет смертность „отобранного коллектива детей", а не всего детского населения. „... et à cet égard on ne sauroit se servir des régistres des rentes viageres, qui commencent par des enfans au

[1] „Introductio in analysin infinitorum", t. I, cap. VI, § 110. Exemplum 3. Opera omnia, ser. I, vol. VIII. См. также exempla 2 et 4, а также § III, exemplum I.

„Когда после потопа род человеческий свелся к шести человекам, если, положим, что за двести лет число людей дошло до 1 000 000, узнать, на какую часть должно возрастать ежегодно число людей".

dessous d'un an. Car d'abord, on ne peut pas regarder ces enfans comme nouvellement nés, et la plupart est sans doute déjà échappée aux dangers des premiers mois; et ensuite, on ne s'engagera guère souvent pour des enfans d'une complexion foible, de sorte qu'on doit regarder comme choisis les enfans pour lesquels on prend des rentes viageres"...и далее, рассматривая числа доживающих по таблице Kersseboom'a,... "or, puisque cette table est dressée sur des enfans choisis et qui ont même déjà survécu quelques mois depuis leur naissance, si l'on veut l'appliquer à tous les enfans nouvellement nés dans une ville ou province, il faut diminuer tous ces nombres d'une certaine partie, pour tenir compte de la grande mortalité à laquelle les enfans sont assujettis aussitôt après leur naissance".[1]

Как эти соображия далеки от сухих формально-математических схем!

Гениальный математик Эйлер являет здесь черты подлинного демографа, глубоко проникающего в конкретное существо исследуемой проблемы.

Конечно, не все из того, что создал Эйлер в области демографии, сохранило абсолютное значение и для настоящего момента. Кое-что устарело и имеет лишь исторический интерес. Однако Эйлер по праву занимает выдающееся место в том ряду замечательных математиков, которые приложили свою руку к исследованию демографических и смежных с демографией проблем, в том ряду, который начинается именами де Муавра, Эйлера, Фурье, Лапласа, которому не чужд остался и Гаусс и который в последнее время пополнился именами Вольтерра, Мизеса, Фреше и многих других.

---

[1] Recherches générales sur la mortalité et la multiplication du genre humain. Opera omnia, ser. I, vol. VII, p. 86—87.

С. Я. ЛУРЬЕ

НЕОПУБЛИКОВАННАЯ НАУЧНАЯ ПЕРЕПИСКА ЛЕОНАРДА ЭЙЛЕРА

Архиву Академии Наук СССР принадлежит ряд конволютов, содержащих деловую переписку Российской Академии Наук. Из числа собранных здесь[1] писем около 250 написано Л. Эйлером: за исключением нескольких писем, содержащих упоминание о Ломоносове и потому опубликованных (большей частью в виде эксцерптов) в книге Билярского,[2] они до сих пор нигде не издавались.[3]

Старейшие из этих писем относятся к 9 ноября 1726 г. и 18 января 1727 г. (т. 13, ч. I, № 141; т. 13, ч. II, № 3), т. е. еще ко времени до приезда Эйлера в Россию; последнее (письмо к Лагранжу) к 80 гг. XVIII в.; но огромное большинство этих писем отправлено из Берлина и охватывает весь промежуток времени между первым и вторым приездом Эйлера в Россию.

Само собой разумеется, что письма эти имеют огромное значение не только для биографии Эйлера, но и для истории общественного и научного быта того времени. Однако расшифровка и комментирование 250 писем — дело, требующее большого труда и очень продолжительного времени. Настоящая статья ставит себе гораздо более скромную задачу: опубликование, во-первых, переписки с великими математиками (Лагранжем, Бернулли, Лапласом), поскольку она входит в собрание Академического архива, и, во-вторых, писем научного содержания с самыми краткими примечаниями историко-библиографического характера. Однако и из писем

---

[1] В томах 1, 13, 25, 31, 32, 34, 35, 37, 39, 40, 42, 44, 45, 47, 48, 53, 55, 60 фонда 1, оп. 3.

[2] Материалы к биографии Ломоносова. СПб., 1865.

[3] О существовании этих писем известно и за границей. Так Г. Энестрем в своей статье „Die Eulerschen Manuskripte der Petersburger Akademie", Jahresbericht der deutschen Mathem. Vereinigung, 22, 1914, Heft 11—12, стр. 203, под шифром H 97 указывает: „Briefe von und an Euler 1741—1777, Petersb. Verzeichnis 209. Nicht nach Zürich gesandt: es handelt sich nicht um eine besondere Handschrift, sondern um Briefe, die in den Briefbüchern der Akade mie sich befinden".

Ошибка Энестрема состоит лишь в том, что письма эти охватывают период не с 1741, а с 1726 г.; составитель описи не заметил этого, так как хронологический порядок писем при переплетении не всегда соблюден.

научного характера нам не удалось включить: а) писем астрономического содержания,[1] б) большого фрагмента из письма Эйлера Ломоносову оптического содержания от 24 августа 1748 г. (Ф. 20, оп. 1, № 3, Л. 265, см. ниже стр. 154), так как это чрезмерно увеличило бы объем нашей статьи, в) интересного письма к Bonnet, дошедшего в двух вариантах (Ф. 1, оп. 3, № 56, 3, зачитанного в Академии 27 января 1770 г., и Ф. 1, оп. 3, № 56, 13, фактически отправленного Боннэ 12/23 марта 1770 г.).[2]

Из самого существа дела ясно, что таких писем Эйлера в архиве Академии не может быть много. Из указанных писем Эйлера пять адресованы академику Крафту, три — Гейнсиусу, два — Винсгейму, два — Делилю, одно — Кратценштейну, два — Лагранжу. Остальные в подавляющем большинстве адресованы Шумахеру, лицу, совершенно чуждому науке и лишь немногие — другим представителям академической администрации. Ясно, что научные вопросы в этих письмах могли затрагиваться только бегло, по мере практической надобности, и самое изложение было приспособлено к пониманию адресата. Так, например, главным занятием Эйлера, как члена-корреспондента Российской Академии в Берлине, была рекомендация кандидатов на освобождающиеся должности академиков. Эта рекомендация сопровождалась кратким отзывом о научных заслугах кандидата, обычно не представляющим большого интереса. Другою обязанностью Эйлера было приобретение различных инструментов и книг для Академии — сплошь и рядом волшебных фонарей и фейерверков для торжественных иллюминаций, составляющих одну из важных сторон деятельности Академии. Наконец, Эйлер вел переписку о живших и столовавшихся у него его учениках — присланных к нему аспирантах Академии, на которых расточительное русское правительство почему-то сугубо экономило; и в этих письмах мы читаем очень мало о научной работе аспирантов и очень много о их быте и необходимости высылки денег.

Ясно, что наше собрание не может дать много в области восстановления **научной** биографии Эйлера. Тем не менее они представляют немалый интерес, охватывая чуть ли не все отрасли науки XVIII в.

Укажу попутно на несколько писем, характеризующих полное научное беспристрастие Эйлера и отсутствие шовинизма. Как известно, в интересующую нас эпоху в Академии шла ожесточенная борьба между русской партией, возглавляемой Ломоносовым, и немецкой. Эйлер считал назначение Котельникова на кафедру математики преждевременным и настаивал, чтобы тот еще доучился. Ломоносов обвинял Эйлера в отсутствии беспристра-

---

[1] №№ 42, 54—55; 42, 61; 42, 74; 42, 79; 42, 80; 42, 83; 42, 85; 32, 167; 45, 44; 37, II, 68; 35, 35; 37, 71; 39, 84; 39, II, 46; 39, II, 48; 35, 8; 35, 7; 39, II 60 (18 писем).

[2] Боннэ прислал Эйлеру 30 августа 1769 г. свою книгу La palingénesie, где стремился дать рационалистическое „научное" объяснение воскресению, существованию души, чудесам и т. д., привлекая теорию света, биологию, психологию и т. д. Эйлер возражает, против ряда „научных" утверждений Бонне, резонно заявляя: если бы фарисеи после воскресения Лазаря стали доказывать Христу, что воскресение вовсе не чудо, а произошло в силу законов природы, предопределенных божественным устройством вселенной, то вряд ли бы это удовлетворило Христа.

стия (см. письмо Ломоносова к Миллеру от 7 мая 1754 г., Билярский стр. 266): „В рассуждении Котельникова нет ли полно пристрастия? Господин Эйлер сам не такой великий был математик, когда здесь произведен был в профессоры. Все со временем“. Лучшим ответом на обвинения могут служить несколько цитат из писем Эйлера. В письме к непременному секретарю от 27 августа 1754 г. (т. 40, ч. V, № 60), Эйлер дает такой отзыв о немцах-кандидатах на эту кафедру: „Господина Клемма из Вюртемберга я знаю очень хорошо, так как он жил некоторое время здесь и столовался у меня, но мне никогда не пришло бы в голову предложить его в преподаватели высшей математики, так как я мог бы предложить на эту должность с равным правом любого начинающего. Его основное занятие богословие, и благодаря выгодному браку он получил уже доходное место по этой специальности в Штуттгардте. О г-не Рюге я уже раньше сказал свое мнение: в его произведениях чувствуется туго-мыслящий ум, который, благодаря своим ложным предпосылкам настолько заблуждается во всех важнейших вопросах, что только с величайшим трудом можно убедить его в наличии у него ошибок. Наиболее ярким свидетельством этого является его безвкусное и изобилующее грубейшими ошибками сочинение, помещенное в Commentarii. Кто так превратно рассуждает в области математики, от того наверное мало оснований ждать чего либо толкового в других науках. Что касается г-на Ганау, то из его произведений я не видел ничего, кроме нелепого исследования о квадратуре круга, превосходящего по своей абсурдности даже все то, что до сих пор появилось по этому вопросу. Эти субъекты, как мне кажется, из-за своего необыкновенного трудолюбия потеряли здравый человеческий смысл. По сравнению с ними я могу с полным правом считать Котельникова Архимедом или Ньютоном. В самом деле, во всяком случае несомненно, что во всей Германии не найти более трех человек, которые в математике заслуживали бы предпочтения перед Котельниковым, но я надеюсь, что в течение года я добьюсь с ним того, что он превзойдет и этих людей“. А вот и отзыв о первой работе Котельникова в письме к Шумахеру от 9 марта 1751 г.: „Работа, которую ваше высокоблагородие были добры прислать мне с прошлой почтой и которую я имею честь при сем отослать назад, свидетельствует о чрезвычайно тонком и весьма предрасположенном к математическим занятиям уме, тем более, что автор этой работы по всем видимостям имел мало руководства в математике. Исследование же, не касаясь его автора, таково, что оно никак не посрамит Commentarii. Так как автор достиг таких результатов только благодаря собственному труду, он может быть вполне уверен, что он при некотором руководстве в короткое время достигнет вершин этой науки, и императорской Академии Наук со временем не придется уже беспокоиться о замещении профессуры высшей геометрии. В самом деле, можно с полным правом предположить, что тот, кто собственным трудом достиг таких успехов, через короткое время и под хорошим руководством сравнится с величайшими геометрами. Итак, этого требует не только мой долг, но для меня будет величайшим удовлетворением сделать для этой цели все, что только будет в моих силах“. Может ли после этого быть речь о пристрастно недоброжелательном отношении Эйлера к Котельникову и можно ли сомневаться в том, что отклоняя в 1754 г. немедленное избрание Котельникова в академики, Эйлер желал лишь одного: чтобы Котельников довел до конца свою научную подготовку?

Приведу еще отзывы Эйлера о другом русском математике и астрономе — о Никите Попове по поводу присланного Эйлеру его сочинения „Methodus observandi eclipses luminarium“, впоследствии напечатанного в Novi Commentarii Academiae, т. II (стр. 423—471)

„Сочинение г-на Попова я прочел с величайшим удовольствием и весьма изумлялся его остроумию. В самом деле, из этого сочинения ясно, что Попов не только вполне владеет всеми до сих пор употреблявшимися способами наблюдать затмения и вполне отчетливо сознает все недостатки этих способов, но, что он хорошо разбирается и в теории астрономии. В частности предложенные им методы не только новы, но очень хороши и удачно придуманы, и не может быть сомнения в том, что их одобрят величайшие астрономы и решительно предпочтут их тем, которые употреблялись до сих пор“ (письмо к Шумахеру от 19 апреля 1749 г., ч. II., т. № 37, № 68; т. 35, № 35). Об этом Никите Попове мы читаем в „Русском биографическом словаре“ следующее (статья „Попов Никита“, стр. 554): „Как профессор при Университете, Попов, будучи незначительным ученым, не был в состоянии возбудить в ком-либо из своих слушателей любовь к преподаваемой им науке, и желание посвятить себя ей. В 1750 г. 26 октября Попов представил в нашу Академию „специмент" под заглавием: «Methodus observandi culminationes et azymutha». Проф. Кратценштейн, Рихман и Гришов нашли его довольно слабым; однако, Попов был назначен 1 марта 1751 г. профессором; это было делом влиятельного в то время Ломоносова, который был в течение всей своей жизни покровителем" ... и т. д. „Наблюдения Попова остались без результатов для науки и доказали всем неспособность его для астрономических исследований ... После смерти Ломоносова 5-го августа 1768 г. он приказом президента графа Орлова был уволен из Академии". Что касается сочинения, удостоившегося похвалы Эйлера, то о нем мы здесь читаем: „Это сочинение — первый единственный сколько-нибудь самостоятельный труд Попова по предмету его специальности; оно не удостоилось внимания современных астрономов". Прибавим к этому, что Попов был скандалистом и имел постоянные столкновения со своими коллегами; поэтому расхваливание Попова не могло представлять никакого практического расчета для Эйлера.

За отсутствием данных я не берусь судить, кто был более прав в оценке Попова — Эйлер и Ломоносов или остальные академики и составитель биографического словаря. Если ни Котельников, ни Попов не произвели переворота в науке, то это может объясняться не только отсутствием у них дарований, но и тяжелыми невыносимыми условиями научной работы в России. Во всяком случае из приведенных примеров ясно, что говорить о пристрастии Эйлера в научных вопросах нет никаких оснований. Ломоносов был неправ в этом случае.

I. ПЕРЕПИСКА С ВЕЛИКИМИ МАТЕМАТИКАМИ[1]

1

ЛАГРАНЖ (1765—1773 г.)[2]

Первое упоминание о Лагранже в разбираемых нами памятниках находим в копии письма Эйлера из Берлина к академику Штелину в Петербург от 4 мая 1765 г. (Ф. 1, оп. 3, № 48, 21), где Эйлер рекомендует Лагранжа на освобождающуюся вакансию академика по математике:

> Zu den bey der Akademie erledigten Stellen wüste ich erstlich für die höhere Mathematic keinen geschicktern Mann vorzuschlagen, als den Hr. La Grange von Turin, welcher es in dieser Wissenschaft gewiss weit höher als jemand anders gebracht.

Все остальные письма относятся уже ко времени пребывания Эйлера в Петербурге, когда его сын И. А. Эйлер был непременным секретарем Академии, а Лагранж редактором Memoires de l'Académie de Berlin.

Письмо Лагранжа к И. А. Эйлеру от 19 ноября 1770 г. (Ф. 1, оп. 3, № 51, III, 50) содержит обвинение Кондорсэ в плагиате у Леонарда Эй-

---

[1] Все печатаемые здесь французские и немецкие письма даны без всяких изменений, с сохранением всех орфографических особенностей подлинника.

[2] 18 писем Эйлера к Лагранжу за 1750—1765 гг. изданы Фуссами (Opera postuma 1, 55—588); письма Лагранжа к Эйлеру за 1754—1762 г. опубликованы в литографированном издании B. Boncompagni, „Lettres inédites de Joseph Louis Lagrange à Leonard Euler", S.-Pét. 1877; письма за 1765 и последующие годы публикуются здесь впервые.

лера. Лагранж считает, как мы видим, факт плагиата несомненным, приводит в свидетели Даламбера и указывает И. А. Эйлеру каким образом Л. Эйлер в своей статье в Memoires de l'Académie de Berlin мог бы публично установить факт плагиата. Однако, Эйлер, как мы видим из следующего письма Лагранжа от 30 декабря того же года, нашел более удобным, чтобы сам Лагранж выступил с соответствующим заявлением; это предложение было в вежливой форме отклонено Лагранжем, но он одобрил предположение Эйлера издать устаревшую вследствие плагиата статью в виде извлечения из старых писем. Однако ни указанной в первом письме статьи, ни извлечений из писем в Memoires не появилось; очевидно, Эйлер взял ее обратно, считая, „qu'il soit assez riche de lui même pour pouvoir sans inconvenient abandonner à d'autrui quelques unes de ses decouvertes".

> Parmi les memoires que M. Euler a envoyés a l'Académie il y en a un qui a pour titre Theorème analitique universel servant à reconnoitre si une formule differentielle quelconque est integrable ou non? et qui paroit avoir eu composé depuis longtems; on souhaiterait que M. Euler indiquat en forme d'apostille le tems dans lequel il l'a composée; en voici la raison.
>
> Etant a Paris vers la fin de l'année 1763, M. d'Alembert qui ne faisoit que d'arriver de Berlin me communiqua un theoreme qu'il avoit reçu de M. Euler mais sans demonstration; c'est celui qui fait l'objet du Memoire dont je viens de parler. Ce theoreme tomba entre les mains du Marquis de Condorcet qui se mit a en chercher la demonstration, en l'ayant trouvée il la communiqua d'abord à l'Académie des Sciences ensuite il en fit la matière de l'ouvrage qu'il publia en 1765 sous le titre de Calcul integrale. Comme dans cet ouvrage le Marquis de Condorcet ne fait aucune mention du fait que je viens de rapporter, et qu'il ne cite pas meme M. Euler comme auteur du Theoreme dont il s'agit, il est juste que ce dernier prenne les mesures necessaires pour se conserver la possession de ce qui lui est du. Cette precaution me paroit meme d'autant plus necessaire que sans elle la Memoire de M. Euler n'avoit presque aucun merite et ne seroit plus que de la moutarde après diné. Si la reponse de M. Euler vient a tems, on inserera le Memoire en question dans le volume qui est actuellement sous presse. Voila mon cher Confrere l'eclaircissement que je souhaiterais que vous demandassiez a M. Euler. Le Marquis de Condorcet est mon ami, mais j'aime par dessus toutes choses la justice et l'ordre, et quoique M. Euler soit assez riche de lui meme pour pouvoir sans inconvenient abbandonner a d'autruy quelques unes de ses decouvertes, cependant il est bon de prevenir a tems les disputes qui pourroient s'elever dans la suite.

Этому же вопросу, как я говорил уже, посвящено в своей последней части и письмо Лагранжа уже к самому Л. Эйлеру от 30 декабря 1770 г.

(Ф. 1, оп. 3, № 58, 3.) В первой части письма речь идет о полученной Лагранжем в подарок от Эйлера книге: „Vollständige Anleitung zur Algebra. Zweyter Theil. Von Auflösung algebraischer Gleichungen und der unbestimmten Analytic“. St. Petersburg, gedruckt bey der Kays. Acad. der Wiss. 1770. Немецкий язык не имел тогда широкого распространения вне пределов Германии; поэтому Лагранж, получив эту книгу, касавшуюся тех вопросов, которые были ему ближе всего (неопределенные уравнения высших степеней) решил перевести ее на французский язык со своими дополнениями, о чем он и пишет Эйлеру. Книга появилась под названием „Éléments d'algèbre par M. Leonard Euler, traduits de l'Allemand, avec des notes et des additions“. Tome second. De l'analyse indéterminée. A Lyon, chez J. M. Bruyset etc. Avec approbation et privilege du roi. Из 664 страниц этой книги почти 300 (369—664) принадлежат Лагранжу. Книга помечена 1774 годом, но как мы видим из следующего письма Лагранжа, она была уже напечатана в 1773 г. По этому поводу Лагранж сообщает о найденном им очень простом решении уравнения Пелля: $ax^2+b=y^2$. Вторую часть письма составляет решение предложенной Эйлером задачи из области неопределенного анализа: найти такие x и y, чтобы $xy \pm x \pm y$ и $xy \pm x \mp y$ были целыми квадратами; Лагранж решает ее путем остроумных подстановок вспомогательных неизвестных.

A Berlin ce 30 Decembre.

Monsieur mon tres illustre Confrere.

Je commence par vous demander mille pardons d'avoir été si longtems sans avoir l'honneur de repondre a votre derniere lettre; je vous supplie surtout de n'attribuer mon silence a aucune sorte d'alteration dans les sentimens que je vous dois, mais plutot a une espece de paresse qui fait que je remets souvent de jour en jour a m'acquitter de ces sortes de devoirs. D'ailleurs comme les problemes que vous m'aviez proposés avoient excité ma curiosité et m'avoient donné une grande envie de m'y exercer aussi, je pensois de differer ma reponse jusqu'a ce que mes autres occupations m'eussent laissé le loisir de m'y appliquer; mais enfin je ne veux pas tarder davantage a vous ecrire d'autant que j'ai encore bien des remerciemens a vous faire du beau present dont vous avez bien voulu m'honorer. Quoique je ne sois pas encore trop au fait de la langue allemande, je n'ai pas laissé de lire votre Algebre avec beaucoup de satisfaction: j'ai surtout été enchanté de la partie qui traite des problemes indeterminés: je la trouve d'autant plus precieuse qu'il n'existe encore, que je sache aucun livre, ou cette branche de l'analise soit traitée d'une manière tant soit peu satisfaisante. Cette raison m'a engagé a procurer au public une edition françoise de votre ouvrage, qui doit paroitre a Lion dans le courant de l'année prochaine. Je me flatte que vous ne desapprouverez pas que j'y joigne à la fin quelques additions de ma façon touchant surtout la resolution des equations indeterminées du second degré, tant en nombres entiers, qu'en nombres seulement rationels; comme vous avez paru faire quelque cas des methodes que j'ai trouvées pour cet objet, j'ai taché de les perfectioner, et de les simplifier autant qu'il m'a ete possible, et je suis parvenu surtout a une methode tres simple et tres facile pour resoudre en nombres entiers les equations de la forme $ax^2+b=y^2$: elle se trouve dans l'art. 32 de mon 2-d Memoire intitulé Nouvelle methode pour etc.[1] (Mem. de Berlin année 1768) et j'en ai fait l'application dans l'art. 33 du meme Memoire a l'equation $13x^2+101=y^2$ que vous me fites l'honneur de me proposer l'année passée.

P. S. Votre probleme, dans lequel il s'agit de trouver deux nombres dont le produit augmenté ou diminué de leurs sommes et de leurs differences produise des quarrés, mm'a paruit si beau, et si curieux que je n'ai pu m'empecher d'en chercher une solution que voici: Nommant ces nombres x, et y, j'ai

$$xy+x+y=p^2,\quad xy-y-x=q^2,\quad xy+x-y=v^2,\quad xy-x+y=s^2.$$

Donc

$$1^\circ.\ 2(x+y)=p^2-q^2,\quad 2(x-y)=v^2-s^2,$$

d'où

$$x=\frac{p^2-pq^2+v^2-s^2}{4}\qquad y=\frac{p^2-q^2-v^2+s^2}{4}.$$

$$2^\circ.\ 2xy=p^2+q^2,\quad \text{et}\quad 2xy=v_2+s^2.$$

Il soit

$$p=a+b,\quad q=a-b,\quad v=c+d,\quad s=c-d$$

ce qui me donne

$$x=ab+cd,\ y=ab-cd,\quad \text{et}\quad xy=a^2+b^2=c^2+d^2,$$

c'est pourquoi je fais

$$x=m(\alpha^2+\beta^2),\quad y=m(\gamma^2+\delta^2)$$

d'ou je trouve

$$a=m(\alpha\gamma+\beta\delta),\quad b=m(\alpha\delta-\beta\gamma),$$
$$c=m(\alpha\gamma-\beta\delta),\quad d=m(\alpha\delta+\beta\gamma)$$

donc

$$x=2m^2(\alpha^2-\beta^2)\gamma\delta,\quad \text{et}\quad y=2m^2(\delta^2-\gamma^2)\alpha\beta,$$

par consequent

$$2m^2(\alpha^2-\beta^2)\gamma\delta=m(\alpha^2+\beta^2),\quad 2m^2(\delta^2-\gamma^2)\alpha\beta=m(\gamma^2+\delta^2)$$

d'ou

$$m=\frac{\alpha^2+\beta^2}{2(\alpha^2-\beta^2)\gamma\delta}=\frac{\gamma^2+\delta^2}{2(\delta^2-\gamma^2)\alpha\beta}$$

[1] Nouvelle methode pour la resolution des equations literales.

De sorte que la difficulté est reduite a resoudre cette derniere equation savoir

$$\frac{(\alpha^2+\beta^2)\,\alpha\beta}{\alpha^2-\beta^2}=\frac{(\delta^2+\gamma^2)\,\delta\gamma}{\delta^2-\gamma^2}$$

Or faisant

$$\alpha=As,\quad \beta=Bs,\quad \delta=Dt,\quad \gamma=Ct,$$

on aura

$$\frac{(A^2+B^2)AB}{A^2-B^2}\,s^2=\frac{(D^2+C^2)DC}{D^2-C^2}\,t^2;$$

d'où

$$\frac{s^2}{t^2}=\frac{(D^2+C^2)DC}{D^2-C^2}:\frac{(A^2+B^2)AB}{A^2-B^2}$$

ce qui revient a votre solution.

Tout se reduit donc a rendre $(A^4-B^4)(D^4-C^4)ABDC=1$, ce qui me paroit meriter d'autant plus d'attention que ni A^4-B^4, ni D^4-C^4 ne peuvent jamais devenir carrés.

Oserais-je, Monsieur, vous prier d'une grace. Si l'occasion se presentoit de nommer des membres etrangers de votre Academie, et que vous ne me jugeussiez pas tout a fait indigne d'en etre, voudriez vous me faire l'honneur de me mettre du nombre. Je n'ai jamais à la verité fort ambitionné les titres literaires, et j'ai meme neglige de me procurer l'entrée dans d'autres Academies, ou l'on ne paraissoit pas éloigné de me l'accorder; mais je me tiendrais infiniment honoré de devenir votre confrere dans une Academie aussi florissante que la votre, et de resserrer encore par la les noeuds de confraternité par lesquels j'ai deja depuis longtems l'honneur d'etre lié avec vous. Je sens de nouveau.

Comme je ne doute pas que vous n'ayez deja reçu ce volume de nos Memoires je serais charmé que vous voulussiez bien me dire votre avis sur les matieres que j'y ai traitées, et surtout sur ma nouvelle methode pour la resolution des equations literales. Ce theoreme de l'art. 13 me paroit bien remarquable par sa simplicité, et sa généralité, et encore plus par la manière dont j'y suis parvenu; j'en attends votre jugement avec beaucoup d'impatience, toute mon ambition etant de pouvoir meriter en quelque façon votre sufrage. J'avois prié M. Formey de vous demander de ma part quelques eclaircissemens touchant un Memoire qui se trouve parmi ceux que vous avez bien voulu me faire remettre pour qu'ils soient placés successivement dans nos volumes. M. Formey a eu la bonté de me communiquer la reponse que vous avez faite a mon billet; je vous remercie de tout mon coeur de la manière obligeante dont vous vous exprimez a mon egard; et si des considerations d'amitié et de menagement ne me retenoient, je ne manquerais pas de faire moi meme la declaration dont il s'agit; mais on pourroit peut etre trouver mauvais que je voulusse me meler dans une affaire ou je suis tout a fait etranger; c'est pourquoi je vous prie de vouloir bien m'en dispenser. Deux mots de votre part suffiroient; vous n'aviez qu'a ajouter une espece de postscriptum, dans lequel vous declaririez que le Memoire a été composé en tel tems, ou au moins que le theoreme qui en fait l'objet a été trouvé depuis longtems et communiqué sans demonstration a M. d'Alembert en 1763. Quant à ce qui regarde les extraits de vos lettres que vous paraissez désirer que j'insere dans mes Memoires comme j'ai fait ceux de M. d'Alembert, je dois vous dire que ces dernieres m'ont eté envoyés par l'auteur sous la meme forme sous laquelle ils ont eté imprimés; ce sont moins des extraits de lettres que des Memoires particuliers, auxquels l'auteur a bien voulu donner le titre d'extraits de lettres, je ne sais pourquoi, comme il l'a deja fait dans le 3-me volume de Turin, et dans les derniers volumes de ses Opuscules. Si vous vouliez en faire de meme, vous devez etre persuadé que je serai toujours charmé de pouvoir me faire honneur publiquement de votre correspondance; j'ai maintenant celui de vous renouveller les assurances de mes sentimens remplis de respect et d'admiration, Monsieur.

Votre tres humble et tres obeissant serviteur

de la Grange.

Следующее письмо Лагранж шлет Эйлеру из Берлина 13 июля 1773 г. (Ф. 1, оп. 3, № 60, 37.)

Французский перевод алгебры, как было уже сказано, появился в 1773 г. (помечен 1774 г.), причем первую часть („Определенный анализ") перевел Иван (III) Бернулли, а вторую — Лагранж. Одновременно с этим письмом Лагранж и шлет свой перевод, чему и посвящена первая часть письма. Далее речь идет о новой книге Эйлера „Theoria motus lunae", о статье Лагранжа, посвященной движению трех тел, — о работе Эйлера, трактующей о поверхностях, которые могут быть развернуты в плоскость. Конец письма фактически адресован не Л. Эйлеру, а И. А. Эйлеру, Лекселю и Крафту, поэтому мы его здесь опускаем:

Monsieur et tres honoré Confrere.

Je viens de remettre a M. Formey un paquet a votre adresse contenant deux exemplaires de la traduction francoise de votre Algebre; je compte que vous la veurrez dans deux mois au plutard; et j'espere que vous ne serez pas moins content de la traduction qui a ete faite par M. Bernoulli, que de l'edition elle meme qui me paroit tres belle et passablement correcte. Vous trouverez dans le second volume a la suite de votre excellent traité de l' Analise indeterminée, des Additions de ma façon contenant un precis des recherches que j'ai données dans le Memoires de notre Academie sur la resolution des équations indeterminées; comme vous avez deja daigné honorer ces recherches de votre approbation, je me flatte que vous voudrez bien ne pas me savoir mauvais gré que j'ai osé associer mes foibles travaux aux votres; j'a cru rendre service aux amateurs de cette espece d'Analise en leur presentant dans un seul volume les principales methodes qu'on a trouvées jusqu'a présent pour la solution des problemes indéterminés. J'avois bien souhaité pouvoir y joindre aussi un extrait des belles solutions que vous avez données dans le tome XV des vos Commentaires, et que j'ai extremement admirées; mais lorsque je reçus ce volume je n'etois plus à tems de faire aucune changement à mon manuscrit. Je vous remercie de tout mon coeur du beau présent dont vous venez de m'honorer, je n'ai pu lire sans un grand etonnement votre ouvrage sur la théorie de la lune; et j'ai été pour ansi dire effrayé de l'immensité des calculs qu'il a demandés, et que vous avez eu la courage et la constance d'executer. Toute la posterité vous saura gré d'avoir achevé une pareille entreprise, et vous pouvez dire avec raison, en egard à l'importance de la matiere et à la grandeur du travail exegi monumentum etc. Votre maniere de representer le mouvement de la lune par le moyen de trois coordonnées qui n'expriment que la difference entre le mouvement vrai et le mouvement moyen me plait beaucoup et me paroit tres naturelle et tres elegante, quoiqu'il me semble que le calcul soit par ce moyen un peu plus long que suivant la methode ordinaire où l'on cherche directement le rayon vecteur et l'angle parcourru par ce rayon. Quoiqu'il en soit je trouve qu'il y a toujours beaucoup de merite a se frayer des routes nouvelles dans les matieres qui ont été aussi rebattues que celle-ci. Dans la piece que j'ai envoyée à Paris à l'occasion du dernier concours j'ai reduit la solution generale du probleme des trois corps a trois equations uniques entre les trois distances, c'est a dire les trois cotés du triangle formé a chaque instant par les trois corps, et le tems; et j'ai fait voir comment ces distances etant connues pour un tems quelconque on peut determiner immediatement toutes les autres circonstances du mouvement des trois corps, c'est a dire leurs courbes etc. Je ne puis assès admirer, Monsieur, la fecondité de votre veine geometrique; il me semble que le dernier volume de vos Commentaires est encore plus riche que les precedens en decouvertes; parmi les Memoires dont il est composé, celui qui a le plus excité mon admiration est celui qui regarde les solides dont la surface peut se deployer en un plan; j'y ai trouvé tant et de si beaux artifices de calcul que j'en ai ete veritablement enchanté; au reste je n'ai pas encore eu le tems d'etudier tous les Memoires dont vous avez enrichi ce volume; il me reste surtout encore à lire celui qui traite du mouvement de l'air, ou je ne doute pas que je n'y trouve aussi bien des choses nouvelles et importantes.

Следующее письмо представляет собою ответ Эйлера на приведенное письмо Лагранжа. (Ф. I, оп. 3, № 60, 6.) Эйлер благодарит за выполненный Лагранжем и Бернулли перевод алгебры. Но основное содержание письма (так же как и разобранного выше письма Лагранжа) математическое: Эйлер дает новое доказательство теоремы Варинга (теория чисел) его выкладки проливают свет на закономерность распределения этих чисел; поэтому „la consideration de ces circonstances pourra conduire à des decouvertes très importants“. Далее следует задача Озанама: найти такие четыре целых числа, чтобы при прибавлении единицы к произведению каждой пары получился полный квадрат. Эйлер указывает, что эти числа должны иметь вид

$$m;\ n;\ m+n+2l;\quad 4l(l+m)(l+n).$$

При этом он указывает, что такая же задача может быть решена и для 5 чисел и дает пример таких чисел: 1; 3; 8; 120; $\frac{777\,480}{(2879)^2}$. К этому Эйлер делает замечательное добавление: „Исходя из этого [т. е. из этого частного случая. С. Л.] я пришел, *но крайне косвенным путем, который я не смог бы даже вразумительно объяснить*, к общему решению“. Это место чрезвычайно поучительно для методологии творчества гениального математика: он отправляется от частного случая, от опыта и чисто интуитивным путем (повидимому, путем рассуждений по аналогии и симметрии, логически не убедительных и не вполне ясных самому автору) приходит к общему решению. Почти то же мы читаем и относительно первой содержащейся в этом письме проблемы: „очень простое правило я нашел *случайно*; оно заслуживает тем более внимания, что я не в состоянии дать строгое доказательство его“.

Это письмо было уже опубликовано Фусами в Opera postuma, II, стр. 583—585, но так как в первой его части в издании Фусов содержатся пропуск и искажение, затрудняющие понимание текста, то я позволю себе привести здесь еще раз первую часть этого письма:

Monsieur, très honoré frere,

Ayant enfin reçu la traduction française de mon Algebre, j'ai l'honneur de vous temoigner ma très parfaite reconnoissance de la peine que vous vous etez donné d'y ajouter vos très profondes recherches sur l'Analyse indetermineé (*sic*!) et je vous prie de vouloir bien presenter tant à Mr. Bernoulli qu'aux Libraires mes très humblens remercimens. J'ai lu avec la plus grande satisfaction les excellens Memoires dont vous venez d'enrichir les Memoires de l'Academie Royale de Berlin. Les belles demonstrations que vous y donnez du Theoreme de Mr. Waring m'ont causé un très grand plaisir et j'en ai aussi trouvé une demonstration fondée sur des principes tout à fait differens, Soit $2p+1$ le nombre premier, dont il s'agit et il est certain qu'il y a toujours une infinité de nombres a, tels que les puissances:

$$1,\ a,\ a^2,\ a^3, \ldots,\ \text{jusqu'à}\ a^{2p-1}$$

étant divises par $2p-1$ produisent des restes tout differents entre eux de sorte, que a^{2p} soit la premiere puissance après l'unité qui reproduise le reste 1, d'ou il s'ensuit que la puissance a^p donne -1 pour reste; comme donc touts les restes mentionés sont inégaux entre eux, leurs nombre étant $=2p$, touts les nombres

1, 2, 3, 4, 5 jusqu'à $2p$ y seront compris.

Soit maintenant M le produit de tous ces nombres

$$1, 2, 3, 4, \ldots 2p$$

et il est clair que ce produit M étant divisé par $2p+1$, laissera le même reste, que le produit de toutes les puissances rapportées. Or ce produit est ouvertement $=a^{p(2p-1)}$, que je represente par ce produit $a^{2p(p-1)} \cdot a^p$, dont le premier facteur $a^{2p(p-1)}$ étant une puissance de a^{2p} laissera l'unité pour reste, mais l'autre facteur a^p donnera le reste -1, d'ou il est clair que le reste, qui resulte de cette puissance entiere sera $=-1$, de sorte qu'aussi le produit M doit donner le même reste, d'ou il s'ensuit que la formule $M+1$ sera divisible par le nombre proposé $2p+1$.

Or pour ce qui regarde le nombre a, il faut qu'il soit tel, que la formule $xx-a$ ne puisse jamais devenir divisible par le nombre premier $2p+1$, ainsi par rapport à chaque nombre premier $2p+1$, touts les nombres se partagent en deux classes, la premiere de ceux, que je nommerai b, d'ou la formule $xx-b$ peut devenir divisible par $2p+1$ et l'autre classe comprend les autres nombres a dont je viens de parler. Pour trouver dans chaque cas ces deux classes de nombres indiqués par les lettres b et a j'ai trouvé par hazard une Regle très facile, qui merite d'autant plus d'attention, que je ne suis pas en état d'en donner une demonstration rigoureuse. Pour cet effet il faut diviser les nombres premiers en deux classes, l'une de la forme $4n-1$ et l'autre de la forme $4n+1$. Soit donc premierement le nombre premier proposé de la forme $4n+1$ et j'en forme une progression contenue, dans ce terme general

$$n+zz+z$$

la quelle sera par consequent

$$n,\ n+2,\ n+6,\ n+12,\ n+20,\ n+30,\ n+42,\ n+56,\ n+72$$

etc. et je puis demonstrer, que tous les termes de cette serie sont compris dans la classe des nombres marqués par b, de sorite qu'une formule $xx-b$ puisse devenir divisible par $4n-1$, ou bien tous ces nombres sont aussi tels que la formule $b^{2n-1}-1$ soient toujours divisibles par $4n-1$; d'ou il faut pourtant excepter les cas ou b seroit $=$ $= 4n-1$ ou un multiple. Mais pour ce que je ne puis pas encore demontrer, c'est que non seulement tous les termes de cette progression; mais aussi tous les diviseurs de chacune appartiennent à la classe des nombres b et en effet on observera toujours, que si d est une diviseur de quelqu'uns de ces termes, on rencontrera toujours dans la meme progression un terme de cette forme dKK qui est equivalent au nombre d. Soit par ex. le nombre premier proposé $4n-1=71$ et partant $n=18=2 \cdot 3^2$ et la progression sera

$$18, 20, 24, 30, 38, 48, 60, 74, 90, 108 \text{ etc.}$$

d'ou l'on voit d'abord que les nombres de la Classe b sont 2, 3, 5, 19, 37, 87.

Pour le nombre 2 la chosse est claire, puisque il se trouve déjà dans le premier terme multiplié par le quarré 9, et le nombre 3 se trouve multiplié par le quarré 16, dans le terme 48. Ensuite le second terme 20 renferme le nombre 5 multiplié par le quarré 4.

Pour un autre exemple, soit $4n-1=43$, et partant $n=11$, et notre progression sera

$$11, 13, 17, 23, 31, 41, 53, 67, 83, 101, 121, 143 \text{ etc.}$$

Cette serie est remarquable à cause de tant de nombres premiers qui s'y trouvent. Or les termes suivans ne sçauroient avoir d'autres diviseurs que compris dans la même serie. Quand les termes de cette progression deviennent plus grands que les termes $4n-1$, on en peut retrancher ce même nombre autant de fois, qu'il se peut, et les restes appartiendront également à la classe des nombres b, à la quelle on doit outre cela rapporter, tous les nombres quarrés.

Pour les nombres premiers de la forme $4n+1$, je forme d'abord la progression de cette formule:

$$n-x-xx,$$

qui sera

$$n,\ n-2,\ n-6,\ n-12,\ n-20,\ n-30,\ n-42,\ n-56,\ n-72 \text{ etc.}$$

et lorsque ces termes deviennent negativs, on n'a qu'à les traiter comme positivs, puisque si b est un tel nombre, non seulement la formule $xx-b$, mais aussi $xx+b$ pourra devenir divisible par $4n+1$. Ici la même proprieté a lieu, que non seulement tous les termes de cette progression, mais aussi tous leurs diviseurs, fournissent des nombres de la classe b, et tous les nombres qui ne s'y trouvent pas, sont ceux qui constituent la classe a, ainsi par exemple prenant $4n+1=89$ ou bien $n=22$, notre progression sera 22, 20, 16, 10, 2, 8, 20, 34, 50, 68, 88, 110, 134, 160 etc. d'ou l'on voit d'abord, que la classe des nombre b contient les nombres

$$2, 11, 5, 17, 67, \ldots, \text{ etc.}$$

Ici on voit que le nombre 2 se recontre lui même dans cette serie et pour le nombre 11 en prenant $x=33$ le terme de la progression sera

$1100 = 11.10^2$. Mais il est ici très remarquable, que cette belle proprieté, n'a lieu que si le nombre $4n-1$ ou $4n+1$ est premier, car prenant par exemple $4n-1=35$ ou $n=9$ la progression sera,

9, 11, 15, 21, 29, 39, 51, 65, 81, 99, 117, 141, 165 etc.

Ici quoique 3 divise plusieurs de ces termes, cependant il ne s'y trouvera aucun, qui aye la forme $3KK$ et il en est de même des nombres 5, et 7 et d'autres qui sont multipliés par trois. Je suis fort assuré, que la consideration de ces circonstances, pourra conduire à des decouvertes très importantes.

2

ЛАПЛАС

Вслед за перепиской с Лагранжем приводим трогательное письмо молодого Лапласа, написанное Эйлеру из Парижа (Ф. I, оп. 3, № 58, 99). Он здесь еще начинающий математик, протеже де-Лаланда и Даламбера; он хочет напечатать первые свои научные работы, но в мемуарах Парижской Академии слишком большая очередь для статей; поэтому он обращается к Эйлеру с просьбой посодействовать напечатанию его статей в публикациях С. Петербургской Академии Наук. Письмо это приложено к письму де-Лаланда от 12 июня 1772 г., где последний рекомендует Лапласа и пишет: „vous ferez plaisir a M. Alembert et a Moi".

Monsieur, Monsieur de la Lande m'a fait esperer que vous voudrez bien faire imprimer dans les memoires de Petersbourg, quelques unes de mes foibles productions qui destinéés par l'academie des sciences de France a paroistre dans le recüeil des sçavants etrangers, ne peuvent estre publiéés que fort tard. par cette voye j'ai accepté avec d'autant plus d'empressement son offre obligeante, qu'elle me donne le moyen de vous faire parvenir mon admiration pour vostre genie, vos ouvrages. je n'entreprendrai point ici de tracer vostre eloge; il est trop au dessus de mes forces. d'ailleurs ma foible voix ne seroit point entendüe au milieu des acclamation de toute l'europe sçavante: mais j'ose me flatter. Monsieur, que vou voudrez bien reçevoir les assurances de mon estime de ma reconnoissance, sentiments qui me sont communs avec tous ceux qui sont a portée de connoistre les grandes obligations que les sciences vous ont dans presque tous les genres. les deux memoires que j'ai l'honneur de vous presenter sont en quelque sorte mes premiers essais dans les mathematiques, je dois a un homme du plus profond genie, non moins estimable par les qualités de son coeur, a Monsieur d'alambert, l'heureux loisir qui me permet livrer a mon gout pour elles; l'amitié dont il m'honore me soutient et m'anime dans la cariere. quel bonheur ne sera ce pour moy, si comme lui vous daignéz encourager mes efforts?

3

Д. БЕРНУЛЛИ

Присоединяю сюда еще переписку с Бернулли. Чрезвычайно любопытна переписка Д. Бернулли с И. А. Эйлером по вопросу о взглядах Л. Эйлера на загробную жизнь. Как мы знаем из трактата Эйлера „Rettung der göttlichen Offenbarung gegen die Einwürfe der Freygeister“ (Berlin 1747), Эйлер как убежденный рационалист, видит счастье не только в совершенстве воли, но и в совершенстве разума. Совершенство же разума состоит в познании бога и законов, управляющих его творениями. Чем лучше человек постигает эти законы, тем он счастливее. Влюбленный в свою науку математик не мог представить себе более богоугодного дела, чем вычислять и открывать математические законы. И, конечно, он не мог представлять себе рай ни в виде бесконечных молений и восторженного созерцания, ни в виде разгула чревоугодия. Всякое существование, даже наиболее блаженное, но связанное с прекращением вычислений должно было представляться Эйлеру как тягчайшие адские муки.

Неудивительно, что по его представлениям, обитатели рая занимаются научной работой, но работа эта облегчается тем, что все, что было выведено и доказано смертными в этой жизни, становится аксиомой в загробной жизни, благодаря чему рамки научной работы неограниченно расширяются. Вместе с тем на том свете выдающиеся ученые образуют, повидимому, особо привилегированный класс: неученые люди, не выработавшие никаких новых аксиом в этой жизни, поставлены в особенно трудные условия работы на том свете.

Вот что пишет Д. Бернулли в письме к И. А. Эйлеру из Базеля от 13 сентября 1769 г. (Ф. I, оп. 3, № 53, 74) о его отце, Л. Эйлере:

> Je me souviens que ce cher compatriote me dit un jour à Petersbourg, dans un de ces agreables entretiens, dont je ne perdrai jamais la memoire, qu'il s'imagine que nos connoissances aquises dans ce monde nous seront des axiomes pour le sejour, que nous ferons après cette vie: jusqu'où n'ira-t-il pas avec de tels axiomes innés?

На это И. А. Эйлер ответил Бернулли в письме от 18 декабря того же года (Ф. 1, оп. 3, № 54, 107):

> Le sentiment de mon pere suivant lequel nos connoissances aquises dans ce monde nous serons des axiomes pour le sejour que nous ferons après cette vie, ne pourra que plaire à la plupart des hommes. Outre que ce-ci soit très vraisemblable il flatte l'amour propre et l'espereance de voir un jour ses traveaux récompensés de la manière la plus satisfaisante pour l'humanité. Il n'y a personne qui n'ait acquis quelques connoissances ici bas: Nous avons tous avec cela le doux espoir inné de révivre un jour et de récommencer une nouvelle carriere; quelle

consolation ne produira dont pas dans notre ame l'idée que nous ne récommencerons plus notre existence comme la premiere fois, mais que nous serons mûnis dès lors de se dégré de pérfection que nous avions en quittant le monde présent...

Другое письмо Д. Бернулли адресовано уже непосредственно Л. Эйлеру из Базеля от 23 ноября 1768 г. (Ф. I, оп. 3, № 51, II, 61). Я лишен возможности его надлежащим образом комментировать, в виду отсутствия в библиотеке Ленинграда статьи Эйлера „Sur le mouvement d'une corde", помещенной в т. XXI „Mémoires de l'Academie de Berlin" за 1767 год (стр. 335—363), на которую ссылается Бернулли в этом письме. Повидимому в этой статье Эйлер обвинял Даламбера в плагиате или в чем-либо подобном. Как известно, Эйлер в бытность его в Берлине относился враждебно к Даламберу, которого он подозревал в происках против него и в стремлении занять место президента Берлинской Академии. Но еще до приезда в Петербург Эйлер имел случай убедиться в неосновательности этих подозрений: Даламбер всегда относился с глубоким расположением и почтением к Эйлеру и сохранял это чувство в течение всей жизни, см., напр., письмо де-Лаланда к И. А. Эйлеру из Парижа от 22 февраля 1771 г. (Ф. I, оп. 3, № 59, I, 11): „M. d'Alembert me parle souvent du papa et de vous avec amitié et avec interét". Тем более непонятно указанное письмо от 23 ноября 1768 г., где мы читаем:

Je vous suis bien obligé de vos nouvelles, auxqelles j'ai pris beaucoup d'interet. Je me suis proposé depuis assez longtems, et je l'ai tenu, de ne plus rien lire qui sorte de la plume de Dalembert. Le passage de votre memoire sur les vibrations des cordes, inseré dans le dernier volume des memoires de Berlin, qui releve le mauvais procedé de M. Dalembert, m'a causé des eclats de rire; d'un trait de plume vous l'avez caracterisé au mieux. Pour s'approprier le bien d'autrui, sa grande maxime est de crier que c'est de la fausse monnoye...

И наконец письмо Д. Бернулли к И. А. Эйлеру от 8 июня 1771 г. (Ф. I, оп. 3, № 58, 29) рисует тот успех, который имели в Европе труды Эйлера. Необходимо отметить градацию, любопытную в устах „свободолюбивого" швейцарца Бернулли: сам Эйлер, его потомство, Академия весь наш век и... „(я осмеливаюсь сказать!) Екатерина великая!".

Je vous fais mille complimens et j'en fais mille fois mille à Mons. votre Pere sur le succès étonnant que cet incomparable geometre a enfin eu dans sa théorie lunaire. J'avoue qu'un succès aussi parfait m'a toujours paru impossible, parce qu'il n'y a point de parfait retour pour tout la combinaison des elemens qui determinent cette theorie. quelle gloire pour lui pour sa posterité, pour l'Academie, pour notre siecle; j'ose dire pour le Regne de Catharine la Grande.

II. МАТЕМАТИКА

1. Элементарная арифметика

Отрывок об умножении именованного числа на именованное представляет собой вторую половину письма Эйлера к петербургскому академику Винсгейму от 9 ноября 1748 г. (Ф. оп. 3, № 32, 159), первая часть которого публикуется ниже, стр. 128. Знаки, употребляемые Эйлером, есть обозначения весов и монет: 1 𝔓𝔣 (Pfund) = 32 Loth; 1 Loth = 10 𝔮𝔲𝔱𝔩 (Quint); Quint в наших мерах 3.65 𝔤𝔯. 1 ℜ𝔱𝔥𝔩 (Reichsthaler) = 24 𝔤𝔯 (Groschen); 1 𝔤𝔩 = 12 𝔭𝔤 (Pfennig).*

Was die Multiplication benannter Zahlen mit benannten Zahlen betrifft, so läuft dieser Begriff gantz und gar wieder die Natur der Multiplication, indem die Multiplication nothwending per numerum absolutum geschehen muss. Denn ein jeder begreift, was das heisse eine Quantität zweymal, dreymal oder hundertmal nehmen, ingleichen auch $^1/_2$ mal oder $^1/_8$ mal. Was es aber sagen solle, eine Quantität 4 Schilling mal nehmen, wird niemand begreifen, sondern muss als eine ungereimte Rede angesehen werden. Hiezu hat eifels ohne Anlass gegeben die Regula detri mit benannten Zahlen als

𝔓𝔣 Loth.		ℜ𝔱𝔥𝔩 𝔤𝔯. 𝔭𝔤
3. 19.1	kosten	22. 10. 5
		𝔓𝔣 Loth 𝔮𝔲𝔱𝔩
Was kosten		45. 8. 2

Da man sich einbildet man multiplicire die 45 𝔓𝔣, 8 Loth, 2 𝔮𝔲𝔱𝔩 mit 22 ℜ𝔱𝔥𝔩 10 𝔤𝔯 5 𝔭𝔤: da man doch in der That die Sätze auf numeros absolutos reducirt und mit denselben die operationes anstellt. Mann irrt sich auch wenn man glaubt 1 Schuh mit einem Schuh multiplicirt gebe einen gevierten Schuh. Denn die Geometrie leget uns nichts ... bey Benehmung des Raumes eines Rectanguli $3\,\overset{8}{\boxed{\qquad\qquad}}$, als dass, wann man die Anzahl der Schuhen (8), so die Länge ausmachen, mit der Anzahl der Schuhen (3) der Breite (nicht aber 8 Schuh mit 3 Schuh) multiplicirt, der Produkt uns anzeigen werde, wie viel die Area rectanguli gevierte Schuh austrage. Bey allen diesen Fällen multiplicirt man also immer mit numeris absolutis, und keinmal mit benannten Zahlen: dahero ist es eine ebenso ungereimte Frag, wenn man zu wissen verlangt was I Taler mit 1 Taler multiplicirt macht, als wenn man fragte was I Mensch mit 1 Menschen multiplicirt gebe.

* За отсутствием специальных типографских знаков, таковые заменены условными обозначениями.

2. Теория чисел

ПЕРВЫЕ ЧИСЛА И ПРОБЛЕМЫ ДЕЛИМОСТИ

Hiebey habe die Ehre Ewr. Hochwohlgebor. die letst überschickten Bogen ergäntzt wiederum zurück zu senden und bedaure, dass der durch den Brand verursachet Verlust derselben so viel Mühe und Nachsuchen verursachet. Unsere Astronomische Calender werden in Petersburg nunmehr angekommen seyn und Eur Hochwohlgeb. werden in dem Lateinischen manche neue Tabulas lunares antreffen.

Statt der gemeldeten Formula[2] $6^n \pm 1$ und $6^n \pm 5$ wird ohne Zweifel $6n \pm 1$ und $6n \pm 5$ müssen gelesen werden. Von welchen 4 Zahlen freylich nicht immer eine zum wenigsten ein numerus primus ist. Dann, wann für n folgende Zahlen 20, 50, 54, 89, 130, 141, 145, 149, 150, 160 etc. gesetzt werden, so gibt keine der gemeldten 4 formula einen numerum primum, so dass dieser Satz nur biss auf 1000 zehen Ausnahmen erfordert. Wann aber auch biss hieher keine Ausnahme gefunden worden wäre, so hätte man doch nothwendig die Unrichtigkeit davon einsehen müssen, da in grösseren Zahlen gantze Centuriae vorkommen, in welchen kein numerus primus anzutreffen. Also von 79700 biss 79800 sind nur 3 numeri primi, 79757, 79769 und 79777, folglich muss die vermeinte Regel in dieser Centuria sehr oft fehlen.

Von des H. Hansch Brief, so allem Ansehen nach ein blosser Rechenmeister ist, ist uns hier nichts bekannt worden. Wann ich nicht entdeckt hätte, dass $2^{73}-1$ durch 439 divisibel ist, so wäre es doch möglich die Divisores primos davon, wann solche unter 10 000 vorhanden wären (weil die Tabulae numerorum primorum nicht über 100 000 gehen) zu entdecken, dann ich kann beweisen, dass wenn 2^{73}, je einem Divisorem primum hat, derselbe entweder $2 \cdot 73 + 1$, oder $4 \cdot 73 + 1$, oder $6 \cdot 73 + 1$, oder $8\ 73 + 1$ etc. seyn müsse und von diesen Zahlen hat man nur diejenigen zu probiren nöthig, welche numer primi sind. Also wann ich wissen sollte ob 2^{31} divisores hätte, so dürfte ich nur mit $2 \cdot 31 + 1$, $4 \cdot 31 + 1$, $6 \cdot 31 + 1$ etc. im fall solche numeri primi sind, die Probe anstellen, die numeri primi aber, so darum nutzelig, sind: 311, 373, 683, 1117, 1303, 1427, 1489, 1613, 1861 biss auf 2000. Ich will die Probe mit 1303 hersetzen. Da sage ich wenn $2^{81}-1$ durch 1303 divisibel ist, so bleibt, wenn 2^{81} durch 1303 dividirt wird 1 über. Nun fange ich bey kleineren potestatibus an.

$2^{12} = 4096$ durch 1303 dividirt bleibt über 187.

allso $2^{15} = 8 \cdot 2^{12}$ durch 1300 div. lässt $8 \cdot 187 = 1496$ zurück

davon abgezogen 1303

so ist der wahre Rest........................ 193

---

[1] Письмо Эйлера академику Винсгейму от 9 ноября 1748 г. из Берлина (Ф. I, оп. 3, № 32, 159).

[2] Имеется в виду предыдущее письмо, мне недоступное.

$2^{16} = 2 \cdot 2^{15}$ gibt allso einen doppelten Rest 386. Folglich $2^{31} = 2^{15} \cdot 2^{15}$ gibt den Rest $= 193 \cdot 386 = 74498$, solcher werde ferner durch 1303 dividirt so findt sich der kleinste Rest 227. Daher erwiesen ist, wann $2^{31} - 1$ durch 1303 dividirt wird, dass 226 überbleibt und allso 1303 keine Theiler davon ist. Gleichergestalt wird gefunden, dass keine von den folgenden Zahlen angeht, woraus folgt, dass $2^{31} - 1$ sich durch keine Zahl so kleiner als 2000 theilen lasse.[1]

Ему же из Берлина от 21 декабря 1748 г. (Ф. 1, оп. 3, № 32, 167).[2]

Was Ew. Hochedelgeb. mir neulich von den eingeschickten numeris perfectis gemeldet, so glaube dass noch mehr von den selbe ausgestrichen werden müssen, weil ich seit der Zeit noch einen casus gefunden, da $2^n - 1$ kein numerus primus ist, ungeacht für n ein solcher angenommen wird. Dahero kann man meiner Meinung nach nicht mehr als 8 numeros perfectos mit Gewissheit angeben nehmlich:

$$\text{I. } 2^1(2^2-1),\ \text{II. } 2^2(2^3-1),\ \text{III. } 2^4(2^5-1),\ \text{IV. } 2^6(2^7-1),\ \text{V. } 2^{12}(2^{13}-1),$$
$$\text{VI. } 2^{16}(2^{17}-1),\ \text{VII. } 2^{18}(2^{19}-1)\ \text{ und }\ \text{VIII. } 2^{30}(2^{31}-1).$$

Denn noch von $2^{31} - 1$ kann ich beweisen, dass es ein numerus primus ist. Von solchen Potestäten biss auf 100 sind alle nachfolgenden casus von $2^n - 1$ nicht numeri primi

$2^{11}-1$	divisorem habet	23
$2^{23}-1$	„	47
$2^{29}-1$	„	233
$2^{37}-1$	„	223
$2^{43}-1$	„	431
$2^{47}-1$	„	2351
$2^{53}-1$	„	6361
$2^{73}-1$	„	439
$2^{79}-1$	„	2687
$2^{83}-1$	„	167

Von den übrigen formulae als $2^{41}-1$; $2^{59}-1$; $2^{61}-1$; $2^{67}-1$; $2^{71}-1$; $2^{89}-1$; $2^{97}-1$ kan ich biss dato mehr nicht versichern, als dass dieselben keine divisores unter 10.000 haben. Auf gleiche Weise habe ich befunden, dass $2^{31} - 1$ keinen Divisorem unter 50 000 haben und da

$$50\,000 > \sqrt{(2^{31}-1)}$$

so folgt daraus dass $2^{31} - 1$ gar keinen Divisorem habe. $2^{41} - 1$ hat auch keine divis. unter 15.000.

Wann ich mich nicht betrüge, so habe jüngstens auch eine Abhandlung de numeris amicalibus eingeschickt.[3] Dergleichen Materien sind

---

[1] Конец письма приведен выше, стр. 127

[2] Начало этого письма — астрономического содержания; мы его здесь не приводим.

[3] Напечатана в Opuscula varii argumenti, 2, 1750, стр. 23—107.

so anzüglich, dass man nicht sogleich wiederum davon kommen kan. Wie ich dann aus Eur. Hochedelgeb. Schreiben ersehe, dass Dieselben gleichfalls in solchen Zahlenforschungen kein geringes Vergnügen finden. Ich habe nunmehr 54 Paar numeros amicabiles ausfindig gemacht, wovon ich das Verzeichniss wann etwa mein Schrift über diese Materie gedruckt werden sollte, nachsenden werde.

Wie ich mich wegen dieser Materie nicht recht erinnere, so könnte es leicht geschehen, dass ich ins künftige eine Materie ausarbeitete und der Academie überschickte, welche ich schon dahin gesandt hatte. Dahero nehme die Freyheit Eur. Hochedelgeb. gehorsamst zu ersuchen, mir mit Gelegenheit eine Specification von allen Piecen, so sich von mir im Archiv befinden, aufsetzen zu lassen und mir gütigst zu zuschicken.

Следующее письмо (Ф. I, оп. 3, № 55, 30) писано И. А. Эйлером из Петербурга в Берлин к Беклену 29 мая/9 июня 1772 г. Л. Эйлер был в это время болен; из содержания письма ясно, что оно есть ответ на письмо к Л. Эйлеру и написано в результате беседы с Л. Эйлером (n o u s avons vu, n o u s avons pu comprendre и т. д.); поэтому это письмо может быть с полным правом отнесено к переписке Л. Эйлера:

Monsieur Bequelin à Berlin St. Petersbourg ce $\frac{\text{29 Mai}}{\text{9 Juin}}$ 1772

Monsieur et très honoré Confrère!

J'ai reçu dans son tems la lettre obligeante, que Vous avez bien voulu m'adresser, Monsieur, le 2^d d'Avril, et j'ai été aussi tôt chez mon pere, pour lui en faire la lecture.

Quoique nous ayons pas eu la satisfaction de comprendre parfaitement Votre formule universelle qui répresente un nombre composé impair quelconque, par ses coéfficiens reduits à l'unité et au zéro, ni l'application que Vous en faites si les deux facteurs composans sont ou pleins ou vuides, nous avons pourtant vû en géneral que la nouvelle analyse qui Vous y a conduit mérite toute l'attention imaginable, qu'elle doit être très féconde en récherches utiles, et qu'on en pourroit bien, surtout en la perfectionnant encore plus, tirer un parti considérable à l'égard de la nature des nombres. Nous souhaitons par cette raison que l'Academie Royale des Sciences ne tarde point de publier Votre mémoire, ayant une grande envie de le lire avec attention et d'y puiser une connoîssance parfaite et complette de la nouvelle méthode que Vous y enseigner.

En attendant permettez moi, Monsieur et très-honoré Confrère, de Vous entretenir d'un problème approchant à ceux que Vous traitez dans Votre mémoire, et à la solution du quel le peu de chose que nous avons pû comprendre par Votre Lettre, n'a pas peu contribué:

Le Voi-ci:

n, a, et b sont des nombres donnés, trouver l'exposant x, en sorte que $n \cdot a^x - b$ soit divisible par un nombre donné N.

Solution

Si $n \cdot a^x - b$ est divisible par N, il est clair, qu'en divisant seulement $n \cdot a^x$ par N, il doit rester un nombre de la forme $m \cdot N + b$, où m peut être ou zéro, ou d'une grandeur quelconque soit positive, soit négative, selon qu'on prend la quotient ou juste ou trop petit, ou trop grand. Prennons pour m un nombre tel que $m \cdot N + b$ devient $= a^r \cdot c$ et il est encore clair que si l'on divise $n \cdot a^{x-r}$ par N, le reste sera c ou bien en général $m' \cdot N + c$.

Qu'on prenne encore pour m' oun nombre oun positif ou négatif, en sorte que $m' \cdot N + c = a^s \cdot d$, et $n \cdot a^{x-r-s}$ divisé par N donnera pour reste d, ou si l'on prend un quotient plus ou moins grand $m'' \cdot N + d$. Ensuite soit $m'' \cdot N + d = a^t \cdot e$, et $n \cdot a^{x-r-s}$ divisé par N donnera un reste e ou $m''' \cdot N + e$.

Qu'on continue maintenant ces operations jusqu'à ce qu'on parvient à un reste égal à n, et alors, n étant egal à $n \cdot a^0$, on aura

$$n \cdot a^{x-r-s-t-\text{etc.}} = n \cdot a^0,$$

par conséquent $x - r - s - t - \text{etc.} = 0$, d'où l'on trouve l'exposant cherché $x = r + s + t + \text{etc.}$:

1-er Exemple

Chercher x en sorte que $2^x - 1$ soit divisible par 35

Dividende	Reste	Reste augmenté ou diminué selon le besoin qu'on en a.
2^x	1	$1 + 35 = 36 = 4 \,.\, 9 = 2^2.9$
2^{x-2}	9	$9 + 35 = 44 = 2^2.11$
$2^{x-2-2} = 2^{x-4}$	11	$11 - 35 = -24 = -2^3.3$
$2^{x-2-2-3} = 2^{x-7}$	-3	$-3 + 35 = 32 = -2^5.1$
$2^{x-2-2-3-5} = 2^{x-12}$	1	1 ou 2^0

ainsi $x - 2 - 2 - 3 - 5$ ou $x - 12 = 0$ et par conséquent $x = 12$ et $2^{12} - 1$ sera divisible par 35.

2-me Exemple

Trouver l'exposant x, en sorte que $5.3^x + 2$ dévienne divisible par 7

Dividende	Reste	Reste augmenté ou diminué
$5\cdot3^x$	-2	$-2 \quad -7 \quad = -3^2\cdot1$
$5\cdot3^{x-2}$	-1	$-1 \quad +4\cdot7 = 27 = 3^3\cdot1$
$5\cdot3^{x-5}$	$+1$	$+1 \quad +2\cdot7 = 15 = 3\cdot5$
$5\cdot3^{x-6}$	$+5$	$5\cdot3^0$; par conséquent $x-6=0$; $x=6$ et $5\cdot3^6+2$ divisible par 7.

3-me Exemple

Trouver l'exposant x, en sorte que $7\cdot5^x-8$ dévienne divisible par 23. Dans ces sortes d'exemples il est toujours bon d'avoir dévant les yeux les multiples du diviseur, ainsi sachant que $1\cdot23=23$; $2\cdot23=46$; $3\cdot23=69$; $4\cdot23=92$ etc. il sera aisé de procéder aux opérations suivantes

Dividende	Reste	Reste augmenté ou diminué
$7\cdot5^x$	$+8$	$92 \quad +8 = \quad 100 = \quad 5^2\cdot4$
$7\cdot5^{x-2}$	$+4$	$46 \quad +4 = \quad 50 = \quad 5^2\cdot2$
$7\cdot5^{x-4}$	$+2$	$23 \quad +2 = \quad 25 = \quad 5^2\cdot1$
$7\cdot5^{x-6}$	$+1$	$1 \quad -46 = \quad 45 = -5\cdot9$
$7\cdot5^{x-7}$	-9	$-9 \quad -46 = -\ 55 = -5\cdot11$
$7\cdot5^{x-8}$	-11	$-11 \quad +46 = +\ 35 = +5\cdot7$
$7\cdot5^{x-9}$	$+7$	$+\ 7.5^0$

par conséquent $x-9=0$; $x=9$ et 7.5^9-8 sera divisible par 23.

Cès trois exemples sont plus que suffisans pour Vous donner, Monsieur, une idée succincte de la méthode pour resoudre ces sortes des problemes.

3. Алгебра

Ряды

Относящийся сюда отрывок представляет собой извлечение из письма Эйлера к петербургскому академику Крафту от 21 марта 1744 г. (извлечение сохранено в копии Крафта, Ф. I., оп. 3, № 1, 79). Здесь интересно сопоставление двух методов суммирования: метода Якова Бернулли (замена ряда суммой нескольких вспомогательных рядов) и метода Эйлера (дифференцирование ряда путем замены единиц числителей через x^{n+1} и затем обратной замены x единицей).

Extractum ex lit. Cel. Dom. Euleri d. d. 21 Martii 1744, Berolini, ad G. W. Krafft.

Die Summa seriei reciprocae numerorum trigonalium, polygonalium und omnium figuratorum, ist nichts neues, aussgenommen die Potestates. Die leichteste Manier diese seriem

$$\frac{1}{1}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{10}+\frac{1}{15}\cdots\frac{2}{x(x+1)}$$

zu summieren, ist wohl diese, da

$$\frac{2}{x(x+1)}=\frac{2}{x}-\frac{2}{x+1},$$

dass man einen ieglichen terminum in seine partes resolvire; allso wird die vorgegebene series in diese zwey verwandelt:

$$\left.\begin{array}{l}+\frac{2}{1}+\frac{2}{2}+\frac{2}{3}+\frac{2}{4}\cdots+\frac{2}{x}\\[4pt] -\frac{2}{2}-\frac{2}{3}-\frac{2}{4}-\frac{2}{5}\cdots-\frac{2}{x+1}\end{array}\right\}=\frac{2}{1}-\frac{2}{x+1}=\frac{2x}{x+1};$$

In der serie

$$\frac{1}{1\cdot2\cdot3}+\frac{1}{2\cdot3\cdot4}+\frac{1}{3\cdot4\cdot5}+\cdots\frac{1}{x(x+1)(x+2)}$$

ist

$$\frac{1}{x\cdot\overline{x+1}\cdot\overline{x+2}}=\frac{\frac{1}{2}}{x}-\frac{1}{x+1}+\frac{\frac{1}{2}}{x+2},$$

und folglich wird die gegebene series in nachfolgende drey resolvirt

$$\left.\begin{array}{l}+\frac{1}{2\cdot1}+\frac{1}{2\cdot2}+\frac{1}{2\cdot3}+\frac{1}{2\cdot4}\cdots+\frac{1}{2x}\\[4pt] -\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}-\frac{1}{5}\cdots-\frac{1}{x+1}\\[4pt] +\frac{1}{2\cdot3}+\frac{1}{2\cdot4}+\frac{1}{2\cdot5}+\frac{1}{2\cdot6}\cdots+\frac{1}{2(x+2)}\end{array}\right\}\begin{array}{l}=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{1}{2}-\frac{1}{x+1}+\frac{1}{2(x+1)}+\\[4pt] +\frac{1}{2(x+2)}=\frac{1}{4}-\frac{1}{2\cdot\overline{x+1}}+\\[4pt] +\frac{1}{2\cdot\overline{x+2}}=\frac{x\cdot\overline{x+3}}{4\cdot\overline{x+1}\cdot\overline{x+2}}.\end{array}$$

Alle diese summas hat schon der Prof. Jac. Bernoulli gegeben, dessen Opera omnia jetzo zu Geneve heraussgekommen. Sie können aber auch durch meine methode per differentiationem gefunden werden, allso.

Man setze

$$s=\frac{x^2}{1\cdot2}+\frac{x^3}{2\cdot3}+\frac{x^4}{3\cdot4}\cdots+\frac{x^{n+1}}{n\cdot\overline{n+1}}$$

differentietur, et per ∂x dividatur, erit

$$\frac{\partial s}{\partial x}=\frac{x}{1}+\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}\cdots+\frac{x^n}{n},$$

denuo differentietur posito ∂x constanti, erit

$$\frac{\partial\partial s}{\partial x^2}=1+x+x^2\ldots+x^{n-1}=\frac{1-x^n}{1-x}\quad \text{et}\quad \partial s=\partial x\int\frac{1-x^n}{1-x}\partial x,$$

atque

$$s=\int\partial x\int\frac{1-x^n}{1-x}\partial x,$$

welche wohl generaliter anders alss per ipsam seriem nicht summirt werden kann; weilen aber nur der casus $x=1$ gesucht wird, so setze man

$$\int\frac{1-x^n}{1-x}\partial x=y,$$

et ob

$$s=\int y\partial x=yx-\int x\partial y=y-\int x\partial y=\int(1-x)\partial y,\quad \text{ob}\quad yx=y$$

posito $x=1$. Ergo, cum sit $\partial y=\frac{1-x^n}{1-x}\partial x$, erit

$$s=\int(1-x^n)\partial x=x-\frac{x^{n+1}}{n+1},$$

et facto $x=1$, erit

$$s=1-\frac{1}{n+1}=\frac{n}{n+1}=\frac{1}{1\cdot2}+\frac{1}{2\cdot3}+\frac{1}{3\cdot4}\cdots+\frac{1}{n(n+1)}.$$

Alsso wann

$$s=\frac{x^3}{1\cdot2\cdot3}+\frac{x^4}{2\cdot3\cdot4}\cdots+\frac{x^{n+2}}{n\cdot\overline{n+1}\cdot\overline{n+2}},$$

erit simili modo

$$s=\int\partial x\int\partial x\int\frac{1-x^n}{1-x}\partial x.$$

Ponatur

$$\int\frac{1-x^n}{1-x}\partial x=y,\quad \text{erit}\quad s=\int\partial x\int y\partial x=x\int y\partial x-\int yx\,dx=$$

$$=(\text{ob } x=1)\int y\partial x-\int yx\partial x=yx-\frac{1}{2}yx^2-\int x\partial y+\frac{1}{2}\int x^2\partial y=$$

$$=\frac{1}{2}\int\partial y-\int x\partial y+\frac{1}{2}\int x^2\partial y=\frac{1}{2}\int\overline{1-x}^2\partial y=$$

$$=\frac{1}{2}\int\overline{1-x}\cdot\overline{1-x^n}\cdot\partial x=\frac{1}{2}\left(x-\frac{1}{2}x^2-\frac{x^{n+1}}{n+1}+\frac{x^{n+2}}{n+2}\right)=$$

$$=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}\right)\quad \text{posito}\quad x=1,\quad \frac{n\cdot\overline{n+3}}{4\cdot\overline{n+1}\cdot\overline{n+2}},$$

ut supra.

III. МЕХАНИКА

1. Принципы механики

Осенью 1744 г. в Петербурге была получена вышедшая в Лондоне и наделавшая в свое время много шуму анонимная книга (один экземпляр хранится в Архиве Академии Наук; Р. 1, оп. 8, № 57):

„De conservatione virium vivarum dissertatio". Auctore Phileleuthero Londinensi. It fumus ad auras. Londini. Apud R. Manly et H. Schute Cox, in vico vulgo dicto Ludgate-Hill MDCCXLIV.

Эта книга была направлена против выдвинутого Бернулли вслед за Лейбницем принципа сохранения живых сил $\left(\frac{mv^2}{2}\right)$ и в защиту теории Декарта и Ньютона о сохранении суммы (т. е. количества) движения (mv). Библиотекарь Шумахер доложил Академии 21 сентября 1744 г. об этой диссертации. По вопросу об ее оценке мнения академиков Рихмана и Вейтбрехта резко разошлись. Они представили для напечатания в академических изданиях целую серию посвященных этому вопросу полемических статей, часть которых до сих пор хранится в Архиве Академии.

Вот их список:

1. Brevis recensio scripti, cui titulus est: De Conservatione virium vivarum... Aut. J. Weitbrecht. (P. 1 on 8, № 52.)
2. Quae observavi dum dissertationem perlegi cujusdam, qui sub nomine Phileleutheri Londinensis latere voluit, contra principium conservationis virium vivarum sequentibus cum societate comunicabo G. W. Richmannus. (P. 1 on 8 № 53.)
3. Nota ad observata Richmanniana in Phileleutheri Londinensis Dissertatione etc. a Josia Weitbrecht. (P. 1 on 8 № 54.)
4. Lustratio notarum Weitbrechtianarum ad observationes meas in Philel. Lond. diss. de conserv. etc. G. W Richmann. (P. 1—8 № 55.)
5. Ad Lustrationem Richmannianam brevis dilucidatio. Auct. J. Weitbrecht. Здесь Вейтбрехт приходил к выводу: „Res igitur tota ad arbitrum quendam intelligentem deferri debet, qui de demonstrationum nostrarum veritate aut falsitate indicare queat". (P. 1—8 № 56.)
6. Additamenta ad observata sua circa Phileleutheri tractatum etc. (Richmann.). (Протокол от 20 декабря 1744 г.)
7. Notae ad observata Richmanniana adiectae in Phil. etc.... a Weitbrecht. (Протокол от 4 февраля 1745 г.)
8. Refutatio notarum a Cl.-mo Weitbrechto allatarum (Richmann.). (Протокол от 8 февраля 1745 г.)

В заседании 4 марта 1745 г. противники согласились в виду бесцельности дальнейшего спора передать его на окончательное разрешение Л. Эйлера, как лучшего знатока вопроса:

Statuerunt Academici, rem totami judicio Viri in hoc studiorum genere versatissimi Celeberrimi Euleri relinquendam illique praecipua scripta... transmittenda esse, ut eo melius sententiam de iis suam exponere possit.

Ответом на это обращение и явилось письмо Л. Эйлера от 21 декабря 1745 г. (Ф. 1, оп. 3, № 35, 5), доложенное Академии 10 января 1746 г.:

Viris Excellentissimis Inclytae Academiae Scientiarum Petropolitanae Professoribus Meritissimis S. P. D. Leonhardus Euler. Nihil honorificentius mihi obtingere potuisset quam quod Illustr. Academia in controversia, quae occasione libelli a Phileleuthero Londinensi editi est nata, me potissimum arbitrum constituere voluerit. Hoc igitur officio mihi imposito ita pro viribus defungi conabor, ut neque partium studio quicquam tribuisse neque veritati vim afferre voluisse videar.

Ac primo quidem anceps haereo, utrum in libello isto Phileleutheri summa malitia cum incredibili audacia conjuncta magis sit reprehendenda, an maxima et crassissima argumenti, quod tractatur, ignorantia. Quoniam vero aculei et contumeliae, quibus ista scheda scatet, nihil momenti ad litem decidendam afferunt, iis spretis, quam tenues et frivolae sint rationes ab auctore contra principium conservationis virium vivarum adductae paucis declarabo, quo facto praecipua controversiae, quae occasione hujus scripti est orta, momenta perpendam, quae mihi quidem ita comparata videntur, ut, auctoris erroribus expositis, non difficulter diluantur. Statim ergo secunda Auctoris propositio, qua probare vult fieri posse ut summa virium vivarum augeatur est falsissima. Quanquam enim a defensoribus hujus principii facile conceditur, dari casus, quibus summa virium vivarum imminuatur, tamen nemo eorum unquam ullum virium vivarum augmentum admittet, quin potius omnes falsitatem hujus principii essent agnituri, si in unico casu ullum augmentum reperietur. Atque etiam si hujusmodi casus exhiberi posset, nihil esset facilius, quam ex eo constructionem perpetui mobilis elicere quae quidem objectio mihi omni exceptione major videtur. Verum necesse est errorem, quem Auctor in demonstratione sua istius propositionis committit, luculenter ostendere, qui tam crassus est, ut mirer eum a Cl. Richmanno non fuisse animadversum. Latet autem in his auctoris verbis. „Porro cum ab omnibus concessum sit, quantitatem motus versus easdem partes non mutari ab actione corporum inter se: hae duae quantitates motus simul sumtae essent aequales quantitati motus quae fuerat ab initio in tubo ampliore: Quam conclusionem certe nemo vel levissima attentione adhibita admittet. Argumentum autem huc redit, ut auctor statuat commume centrum gravitatis aquae, dum ex tubo ampliori in angustiorem transfluit uniformiter progredi. Hic scilicet principium certissimum perperam ad casum propositum accommodat. Est enim utique verissimum mechanicae dogma. In systemate quotcunq̃ corporum, quae mota utcunq̃ in se invicem agant commune centrum gravitatis vel quiescere vel uniformiter in directum progredi. Verum hic expresse adjicitur, haec tantum corpora, quorum centrum gravitatis assumitur in se invicem agere, neque ab aliis corporibus externis ullam impressionem pati: quamprimum enim obstaculum extremum accedit, prin ipium istud vim suam remittit. Cum igitur vi fluxu aquae ex tubo ampliori in angustiorem, particulae aquae in parietes tubi impingant aequabilis progressus centri gravitatis aquae perturbatur, atque retardatur, ita ut auctor contra hoc ipsum principium gravissime peccet, dum statuit, eandem quantitatem motus hoc casu conservari. Si quidem canalis libere esset mobilis, vere affirmari posset in transfluxu aquae centrum commune gravitatis aquae et tubi simul uniformiter in directum procedere; manifestum est ipsum tubum motum iri, quare si tubus a vi quacunq̃ immotus retineatur, evidens est motum centri gravitatis aquae ante memoratum principium sequi non posse. Praeterquam autem quod hoc modo tota auctoris demonstratio evertitur, quam absurda sit ejus propositio, clarissime apparet, quia inde sequeretur, hujus modi fluxu aquae quantumvis magnam celeritatem imprimi posse. Si enim angustioris tubi amplitudo poneretur infinite parva, aqua celeritate infinita in eum ingredi posset, sicq̃ facillimum esset ejusmodi fontes artificiales parare, e quibus aqua Celeritate quantumvis magna praerumperet, quod quum sit falsum et experientiae contrarium nemo non perspicit. Quas igitur iste Auctor anglus praedicat difficillimorum problematum hydraulicorum solutiones facillimas ab amico suo inventas, quoniam temeraria hujus principii applicatione nituntur, quis amplius dubitabit, quin sint falsissima? unde satis mirari nequeo, quanta impudentia iste auctor profundissimas Celebb. Bernoulliorum solutiones, quae non solum veris theoriae principiis sed etiam experientiae sunt consentanea erroris arguere atque exagitare ausit.

Quae deinde Auctor de motu pendulorum compositorum profert, quibus principium conservationis virium vivarum impugnare annititur, plane sunt ridicula, neque quicquam ad quaestionem attinent. Nemo enim unquam vim vivam penduli ex producto totius penduli massae in quadratum celeritatis, quae ipsius centro gravitatis inest, aestimavit, et qui hoc faceret, is recte ab auctore carperetur. Sed ad vim vivam penduli compositi inveniendam singula ejus particula per quadrata celeritatum, qiibus quaeq̃ actu moventur, multuplicari; haec omnia producta in veram summam collegi oportet. Tum vero actio gravitatis, a qua pendulo motus inducitur, hanc suppeditat regulam verissimam, ut totius penduli vis viva modo ante exposito collecta semper aequalis sit producto ex massa totius penduli in quadratum celleritatis (non centri gravitatis sed ejus celeritatis, quam grave libere cadendo ex ea altitudine, per quam centrum gravitatis actu descendit esset adepturum). Certum enim est centrum gravitatis non tantam acquirere celeritatem, quantam esset acquisiturum, si per eandem altitudinem libere esset delapsum. Quanquam igitur in his, quae auctor ex motu pendulorum compositorum colligit, nullus inest error, tamen ex iis non solum nihil contra principium conservationis virium vivarum sequitur, sed etiam iis ipsis hoc principium mirifice confirmatur.

Trivialia denique sunt nullaq̃ attentione digna, quidq̃ Auctor ex collisione corporum non elasticorũ principium conservationis virium vivarum debilitare conatur. Nemo enim unquam dubitavit, quin in collisione hujusmodi corporum quaepiam pars virium vivarum pereat, quod etiam impressiones in corporibus relictae luculenter testantur. Quas cum absurdum esset a nihilo productas affirmare, quantitas motus, quae his impressionibus non obstantibus invariata manet, inepte certe pro mensura virium vera haberetur. Ad cetera auctoris dubia ab aliis jam uberrime et solidissime esse responsum censeo.

Cum igitur ostenderim quam ineptae nulliusque ponderis sint Phileleutheri Londinensis (quem Turinum esse exploratum habeo) objectiones contra principium conservationis vivarum virium, ita ut hic auctor ne facillimo quidem problemati mechanico vel hydraulico solvendo par videatur, quantumvis de foecunditate principii sui nemini certe ignoti glorietur: pergam ad controversias hinc inter Viros Clarissimos Weitbrechtum et Richmannum ortas perpendendas.

Primum igitur Cl. Weitbrechtus in recensione hujus libelli mentem Auctoris mihi ubiq̃ scite percepisse videtur. Clariss. Richmannum autem errorem auctoris Se non satis perspexisse facile confessurum puto. Quod eo facilius evenire potuit, cum auctor propositionem suam erroneam tante fiducia enunciet, quasi ea multo minus quam ulla alia in dubium vocari queat. Quamvis enim Cl. Richmannus summo jure objiciat, fieri non posse, ut aqua, dum singulae ejus particulae secundum directionem axis constanter moveantur, ex tubo ampliori in angustiorem transeat, tamen si auctor nullum alium errorem commisisset, atq̃ in hac hypothesi quantumvis impossibili summa virium vivarum vel tantillum augere recte concluderetur, hoc ipsum sufficeret ad principium çonservationis virium vivarum funditus evertendum. Ceterum transitus aquae ex tubo ampliori in angustiorem utique fieri nequit, nisi directio motus particularum aquae saltem prope foramen, quod ex tubo ampliori in angustiorem patet, immutetur atque ut Celeb. Joh. Bernoulli statuit, quasi gurges formetur. Simul autem demonstravit gurgite hoc non obstante vim vivam aquae eandem fore atq̃ in hypothesi illa impossibili, unde admisso gurgite demonstratio auctoris, si esset bona, non minus principium conservationis virium vivantium subverteret. Interim tamen fatendum est, quaestionem de motu singularum particularum aquae dum ex tuba ampliori in angustiorem promoventur, esse longe difficillimam ejusq̃ solutionem adaequatam vix esse sperandam. Cum enim natura fluidi a plerisq̃ in motu particularum intestino constituatur, etiamsi aqua in vase stagnare videatur, ejus tamen particulae singulae minime quiescent, sed fieri potest, ut quae particula modo summum locum occupabat, eadem modo circa fundum versetur. Qui motus intestinus cum communis sit aquae stagnanti et fluenti, ad ipsius fluxum nihil confert, unde si motum aquae fluentis determinare velimus, neglecto motu ille intestino cum tantum motum, quo fluxus re ipsa efficitur, spectare debemus in quo determinando teste experientia non magnopere fallimus, si directiones singularum particularum axi tubi in quo moventur parallelas concipiamus, dummodo amplitudo tubi nusquam subito et quasi per saltum immutetur, quo casu motus aquae per gurgitem explicari debet. Ceterum itaq̃ celeritates aquae per ejusmodi tubum transfluentis utique erunt sectionibus tubi reciproce proportionales. Hypothesis vero Richmanniana, qua motum aquae ex tubo ampliori in angustiorem definit atq̃ in ampliori venam tantum amplitudini angustioiris aequalem moveri statuit, reliqua aqua circa latera quiescente, summa vero aqua ad illam venam continuo affluente, etiamsi sit possibilis, tamen experientiae aeque ac theoriae repugnat. Status enim aquae conservari nequit nisi quaelibet particula quaquaversus aequaliter premitur, pressio autem non solum ab incumbente pondere sed etiam ab ipso motu pendet, uti ex Hydrodynamica Dan. Bernoulli uberrime constat. Tale autem aequilibrium pressionum in hypothesi illa nullo modo locum invenit sed vena mota, in qua pressio fere nulla exerceretur, a pressione aquae vicinae quiescentis mox destrueretur...[1]

Berolini, d. 21. Decembr. A. 1745.

Письмо это было получено и зачитано в Академии Наук 10 января 1746 г. Так как письмо это не только принесло окончательное решение вопроса, но обнаружило недостаточную эрудицию обоих противников, то было постановлено, прекратить дискуссию и не предавать гласности полемические произведения Вейтбрехта и Рихмана, а Эйлера просить вернуть назад копии этих произведений:

Post praelectam epistolam (quoad membrum ejus primum) animi adhuc dissentientium pacati sunt, memores promissi, quod in judicio Cl. Euleri acquiescent. Cum autem praeter dissertationes ea de re concinnatas alia quaedam scripta... conventui exhibuerint, quae primus affectus dictaverat, ut in diversitate sententiarum saepe contingere solet; in pleniorem restitutae amicitiae confirmationem Cl. adversarii eo adducti sunt, ut dissidia inter se adhuc acta male se habere publice in consessu

---

[1] Дальнейшая часть письма астрономического содержания.

confiterentur et propterea testarentur, optare se ut allegata scripta codice Academico excluderentur ut (Eulerus) dissertationes... ad se missas Academiae restituat.

На эту просьбу Эйлер ответил Академии письмом от 15 февраля 1746 г. (Ф. 1, оп. 3, № 35, 6 — обращение как в предыдущем письме):

> Plurimum mihi equidem praestiisse videor, quod animadversiones meae in Phileleutheri libellum de principio conservationis virium vivarum ab Inclyta Academia non solum tam benevole sint acceptae, sed etiam quod controversiae occasione hujus libelli ortae componendae aptae sint judicatae. Scripta apographa una cum ipso Tractatu Phileleutheri simul jam cum meis animadversionibus semrisissem, nisi veritus essem, ne moles fasciculi nimium augeretur: nunc igitur aequissimae admonitioni morem gerens utrumq̃ restituo, neque hujus controversiae ullam in posterum mentionem faciam.

2. Механика материальных точек

Вопрос нахождения уравнений движения точки, равно как и тела, перемещающегося (без трения) внутри вращающейся трубки, живо интересовал в сороковых годах XVIII в. европейских математиков. Как мы узнаем из письма Ивана Бернулли к Эйлеру от 15 марта 1742 г. (P.-H. Fuss, Correspondance Mathématique, II, S. Pétersb., 1843, письмо X, стр. 67 и сл.), математик Кениг из Берна сделал Бернулли (примерно 1731 г. см. Euler, Op. post. II, стр. 85) вызов в присутствии Мопертюи и Клеро (Клеро сам занимался этим же вопросом; см. там же), предложив Бернулли такую задачу:

> „Determiner la courbe que décrit un corps renfermé dans un tuyau, pendant que le tuyau se meaut uniformément autour d'un centre sur un plan horizontal".

Сам Эйлер был поглощен этой задачей в 1742 г., когда он сделал тому же Бернулли такой вызов:

> „Sit tubus seu canalis (sive gravis sive gravitatis expers) mobilis circa axem fixum, in quo versetur globus, qui ob gravitatem in tubo sine frictione descendat, simulque tubo, motum inducat: quovis tempore determinare situm tubi et globi in tubo, itemque utriusque celeritatem"

Решению этой задачи посвящено указанное выше письмо Бернулли.

Работы Эйлера, посвященные этому вопросу, не были опубликованы при его жизни. Часть их была опубликована П. Г. и Н. Фусами в Opera posthuma, т. 2, стр. 74—124:

1. „Caput I (очевидно, начало намечавшегося большого труда): De motu corporum in tubo rectilineo mobili circa axem fixum per ipsum tubum transeuntem". (Написано около 1742 г., § 1—33.)

2. Dissertation sur le mouvement des corps enfermés dans un tube droit, mobile autour d'un axe fixe". (Написано около 1743 г.)

3. De motu corporum in tubis circa punctum fixum mobilibus.

Как мы видим, на стр. 74—84 «Opera postuma», опубликовано начало первой главы большого написанного по-латыни труда, заглавие которого примерно было: „De motu corporum in tubo mobili circa axem fixum". В Opera postuma опубликованы первые 33 §§. В Архиве Академии находятся неизвестные еще за границей и не опубликованные три конволюта рукописей Эйлера; в одном из них (дело № 66) имеем, повидимому, продолжение этого труда:

на листах 34—35: §§ 56—60 первой главы;
на листах 36—37: §§ 63—68 первой главы до ее конца; после чего начинается

Caput II. De motu corporum in tubo rectilineo mobili circa axem fixum extra tubum situm:

на листах 38—52: §§ 69—104;
на листах 53—54: §§ 111—115;
на листе 56: §§ 119—120.

Конец второй и начало третьей главы пропали; от третьей главы сохранились §§ 132—143 на листах 56—59.

С листа 64 начинается „Caput IV. Alia methodus facilior haec problemata circa motum corporis in tubis resolvendi", от которой сохранились §§ 153—154 (лист 60) и § 160 (лист 61).

В русской Академии также живо интересовались этой проблемой. В том же 1742 г. Крафт запросил по этому поводу Эйлера; ответом на этот запрос и явилось письмо Эйлера от 7 июля 1742 г., сохранившееся в извлечении, сделанном собственноручно адресатом Крафтом (Ф. 1, оп. 3, № 1, 53):

Extractum epistolae a Cel. Dom. Leonh. Eulero datae Berolini d. 7 Julii 1742 n. St. ad me Georg. Wolffg. Krafft.

Der fürtreffliche Erb-Printz von Würtemberg, dessen herrliches Ingenium ich nicht genug bewundern kann, hat vor einiger Zeit, nachdem wir die Geometrie und Trigonometrie zu Ende gebracht hatten, auss eigenem hohen Triebe die Algebram vorzunehmen verlangt, worin derselbe auch solche schöne Progressus gemacht, dass Er mit der grössten Ernst täglich mit Auflösung verschiedener problematum beschäftigt ist.

Dass das problema de motu globi in tubo in gyrum acto schon Añо 1725 in denen Actis Literariis Sueciae sich befindet, war mir völlig unbekannt. Ich hatte vor einiger Zeit dem Hr. Joh. Bernoulli dieses problema proponirt: determinare descensum globi gravis in tubo sive recto sive curvo circa datum axem fixum mobili, worüber unsere Solutiones dissentirten. In der Antwort aber meldete mir derselbe, dass ihm vor vielen Jahren (welches doch lang nach 1725 muss gewesen sein) das problema de motu globi in tubo uniformiter super plano horizontali in gyrum acto auss Paris proponirt worden. Wann der globus anfänglich ins centrum motus gesetzt wird, so hat Ew. Hochedelgeb. gefundene equation $x\partial y - y\partial x = x\partial x + y\partial y$ ihre völlige Richtigkeit, dieselben aber werden leicht finden, dass diese aquatio pro Logarithmica Spirali semirectangula sey, deren polus in centro motus stehe. Es ist aber hierbey zu mercken, das der globus demum post infinitos gyros sich de loco suo entferne, und also beständig in dem centro verbleiben müsse. Dahero, um das problema real zu machen, muss man anfänglich den globum extra centrum motus positum annehmen. Es sey OC der tubus mobilis circa O, worinn der globus anfänglich in A gewesen seyn soll. Ponatur $AO = f$, sit longitudo tubi $OC = a$, et in gyrum agatur tubus motu uniformi, ita ut eius celeritas in puncto C sit debita altitudini c. Tubo in situm OL delato, ut arcus CL sit $= s$, reperiatur globus in M, posito $OM = z$, habeatque hic celeritatem secundum tubi longitudinem ab O secedendi debitam altitudini v, et pondus globi sit $= A$. His positis (: sumto e pro numero cuius logarithmus $= 1$:) dico fore, primo

$$v = \frac{c(z^2 - f^2)}{a^2}, \quad \text{tum vero, esse} \quad z = \frac{1}{2} f \left(e^{\frac{s}{a}} + e^{-\frac{s}{a}}\right),$$

unde ad datum angulum COL locus globi in tubo M assignari poterit. Ex angulo autem $COL = \frac{s}{a}$, erit $v = \frac{cf^2}{4a^2}\left(e^{\frac{s}{a}} - e^{-\frac{s}{a}}\right)^2$, et globus tubum premet, in directione ad latera normali, vi, quae aequabitur ponderi $= \frac{2cf}{aa}\left(e^{\frac{s}{a}} - e^{-\frac{s}{a}}\right) A$. Die curva globo descripta AM kan nun leicht ex aequatione $z = \frac{1}{2} f\left(e^{\frac{s}{a}} + e^{-\frac{s}{a}}\right)$ construirt und erkannt werden. Will man aber eine aequationem inter coordinatos orthogonales $OP = x$, et $PM = y$ haben: so kommt herauss

$$\frac{y}{z} = \sin\frac{s}{a}; \quad \frac{x}{z} = \cos\frac{s}{a}$$

und, weilen ist

$$z = \frac{1}{2} f\left(e^{\frac{s}{a}} + e^{-\frac{s}{a}}\right) \quad \text{erit} \quad e^{\frac{2s}{a}} = \frac{2z}{f} e^{\frac{s}{a}} - 1,$$

folglich

$$e^{\frac{s}{a}} = \frac{z + \sqrt{(z^2 - f^2)}}{f} \quad \text{und} \quad \frac{s}{a} = l\,\frac{z + \sqrt{(z^2 - f^2)}}{f},$$

ergo

$$\frac{\partial s}{a} = \frac{\partial z}{\sqrt{(z^2 - f^2)}}. \text{ At, ob } \sin\cdot\frac{s}{a} = \frac{y}{z},$$

erit

$$\frac{\partial s}{a}\cdot\cos\frac{s}{a}=\frac{x\partial s}{az}=\partial\frac{y}{z}\quad\text{et}\quad\frac{\partial s}{a}=\frac{z}{x}\cdot\frac{z\partial y-y\partial z}{z^2}=\frac{z\partial y-y\partial z}{xz}=\frac{\partial z}{\sqrt{(z^2-f^2)}},$$

est que

$$z=\sqrt{xx+yy},\quad \partial z=\frac{x\partial x+y\partial y}{\sqrt{(x^2+y^2)}},$$

dahero wird seÿn

$$\frac{\partial y}{x}-\frac{yx\partial x-y^2\partial y}{x(x^2+y^2)}=\frac{x\partial y-y\partial x}{x^2+y^2}=\frac{x\partial x+y\partial y}{\sqrt{(x^2+y^2)(x^2+y^2-f^2)}},$$

et tandem

$$x\partial y-y\partial x=x\partial x+y\partial y\sqrt{\frac{xx+yy}{xx+yy+ff}}.$$

Diese curva ist erstlich normaliter inclinata ad rectam *OC* in *A*, hernach nimmt der angulus *OMA* immer ab, biss derselbe endlich post gyros infinitos semirectus wird, da die curva sich cum spirali logarithmica semirectangula confundirt.

3. Механика упругих тел

Как и предыдущая, и разбираемая ниже проблема занимала одновременно и Эйлера и Бернулли (в данном случае не только Ивана, но и Даниила). В 1735 г. Эйлер сообщил Д. Бернулли свои выводы относительно колеблющейся пластинки. Д. Бернулли в ответ на это сообщил Эйлеру в письме из Базеля от 26 октября 1735 г. (Correspondance mathématique et physique de quelques célèbres géometres du XVIII-ème siecle, par P.—H. Fuss, СПб., 1843, II, стр. 429), что он во всем согласен с его выводами и предложил ему со своей стороны такую задачу:

„Data longitudine laminae elasticae *AD* vel *AB*, dato ejus pondere, dataque distantia *DB* appenso ponderi debita, cujus ope elasticitas habetur invenire numerum absolutum vibrationum pro dato tempore“.

Ответ на эту задачу Эйлер немедленно же сдал в набор в „Commentationes acad. scientiarum Petropolitanae“ VII 1734—1735 (стр. 99—122+2 табл. Вышли в 1740 г.) для включения в статью: „De minimis oscillationibus corporum tam rigidorum quam flexibilium Methodus nova et facilis“. Статья эта в первоначальном виде была доложена Академии, повидимому, уже 27 октября 1735 г. Подробный ответ на это письмо найден в посмертных бумагах Эйлера (Recensio litterarum a Cl. D. Bernoullio Basilea die 26 Oct. 1735 ad me datarum una cum annotationibus meis) и опубликован Фусами в Opera postuma, II (стр. 125).[1]

Этот модный тогда вопрос заинтересовал и петербургскую Академию. Публикуемое письмо есть также ответ на запрос петербургского

[1] Позднее Эйлер трактовал тот же вопрос в статье: „Investigatio motuum quibus laminae et virgae elasticae contremiscunt“; Acta acad. sc. Petrop. 1779, I, стр. 103—161 (опубликовано в 1782 г.).

академика Крафта; сохранились две копии с него (Ф. I, оп. 3, 27, 32; Ф. I, оп. 3, № 1, 51) последняя снята для Академии Крафтом:

Um die Curvam, welche eine Lamina Elastica formirt, inter oscillandum zu bestimmen, ist das Principium, welches der H. Bernoulli annimt, zwar wahr, wann er setzet, dass die Curvatura Laminae in diversis à situ quietis distantiis, nicht anderst von einander differiren, alss dass die Applicatae allenthalben eine gleiche Verhältniss behalten, wie bey infinitis Parabolis geschieht, welche Verticem et Axem communem haben, und nur ratione Parametri von einander differiren. Ich habe aber nicht nöthig gehabt dieses als ein Principium anzunehmen, indem mir der Calculus selbst diese Proprietät gewiesen. Die Aequation, welche ich für diese Curvam gefunden, ist nun

$$Af\partial\partial u = \partial x^2 \int \partial x \int u\partial x,$$

oder

$$Af\partial^4 u = u\partial x^4.$$

posito ∂x constante. Weilen ich damals diese Aequation nicht integriren konnte, so habe dieselbe nur per series zu integriren gesucht. Zu diesem Ende habe ich für u eine seriem indefinitam angenommen, alss

$$u = a + \mathfrak{A}x + \beta x^4 + \mathfrak{B}x^5 + \gamma x^8 + \mathfrak{C}x^9 + \text{etc.},$$

da zwar viele Potestates aussgelassen sind, weilen ich vorauss sahe, dass dieselben auf den gegenwärtigen Casum keine Influenz haben. Hierauss habe ich ferner den Valorem pro $\partial^4 u$ formirt, und nach geschehener Substitution die Coefficientes dergestalt determinirt, dass aequalitas oder identitas, heraussgekommen. Ich habe aber seit der Zeit eine Methode gefunden, diese Aequation $Af\partial^4 u = u\partial x^4$ völlig zu integriren, welche ich auch schon längst dem H. Bernoulli überschrieben. Vielleicht hat er dieselbe in seiner Piece angebracht. Ich finde nehmlich

$$u = Ce^{x:\sqrt[4]{Af}} + De^{-x:\sqrt[4]{Af}} + E\sin\cdot A\frac{x}{\sqrt[4]{Af}} + F\cos\cdot A\frac{x}{\sqrt[4]{Af}}.^{1}$$

Um aber die Constantes $C, D, E, F,$ auf den gegenwärtigen Fall zu appliciren, so muss seyn $E = C - D$; $F = C + D$, und $E = 2C + 2D$. Wann man nun ferner brevitatis gratia setzt $\sqrt[4]{Af} = n$, so gibt die vierte Condition § 37 meiner Piece pag. 116 Tom. VII diese Aequation

$$2 + \left(e^{\frac{a}{n}} + e^{-\frac{a}{n}}\right)\cos\cdot A\frac{a}{n} = 0,$$

auss welcher ein gewisser Rapport zwischen a und n fliesst. Es sey derselbe $a = \mu n$ (: erit u numerus constans:) und folglich $a = \mu \sqrt[4]{Af}$, worauss dann folgt, dass longitudo penduli simplicis isochroni sey $f = \frac{a^4}{\mu^4 A}$, wie im § 39 angezeigt. Hierauss kann aber die Zahl u gefunden werden, welchen seyn muss

$$2 + (e^{\mu} + e^{-\mu})\cos\cdot A\mu = 0.$$

[1] Sin A (и соотв. cos A) означает sinus Arcus, т. е. „синус дуги".

4. Прикладная механика

В начале 1750 г. русская Академия Наук запросила отзыв Эйлера о двух изобретениях, представленных в Академию. Первым изобретением были самозаводящиеся часы (заводятся вследствие нагревания атмосферы), вторым — новый способ грести с минимальной затратой сил. Мне не удалось пока ни найти подобного описания первого изобретения, ни выяснить, кто его автор. Зато что касается второго, то вряд ли может быть сомнение, что автор его не кто иной, как Даниил Бернулли. В самом деле в своем письме в Академию от 8 июня 1771 г. (Ф. I, оп. 3, № 58, 29, доложенном 19 и зачитанном 20 июня 1771 г., см. протоколы Академии) Д. Бернулли сообщает, что им в свое время было прислано в Академию сочинение „Sur le vrai usage des rames“, которое и было затем (за 18 лет до 1771 года — следовательно, в 1753 г.) напечатано и что это сочинение изобиловало опечатками, делавшими его негодным. Он просит проверить его опыты на деле, на императорской яхте и подробно объясняет как поставить опыты. Ответ Эйлера на запрос Академии и представляет публикуемое письмо Эйлера в Академию от 25 апреля 1750 г. (Ф. I, оп. 3, № 39, 78):

Monsieur

C'est bien de l'honneur que Son Excellence Monsgr. le President me fait en me demandant mon avis sur les deux pièces que Vous aves eu la bonté de m'envoier. j'ai lu l'une et l'autre avec beucoup de plaisir et pour Vous en dire mon sentiment, je trouve que celle qui a pour objet des horloges qui se montent eux memes est bien loin preferable à l'autre où l'auteur propose une nouvelle et plus avantageuse maniere de ramer. Car pour ce qui regarde la premiere il y a long tems que j'ai eu la meme idée d'apliquer tellement un pyrometre à une pendule, que tous les changemens que les divers degrès de chaleur y produisent, puissent servir à monter la machine, desorte que par ce moyen la pendule semble se monter elle meme, quoique la force lui soit etrangere: et c'est la raison qu'une telle machine ne sauroit etre nommée un mouvement perpetuel, puisque les changemens de chaleur ne sont qu'accidentelles, car s'il arrivoit que la saison fut invariable pendant un asses long tems, la machine seroit reduite à repos. La maniere que l'Auteur emploie pour rendre les changemens des barres, lesquels sont causés par les différens degrés de chaleur, asses sensibles, me paroit très ingenieuse, et j'ai tout à fait admiré la maniere, dont il fait agir ces changemens pour faire toujours tourner la roue dans le meme sens, et cela encore sans que l'horloge s'arrête pendant cette action. Cependant je soupçonne qu'il est possible d'executer ce mechanisme plus facilement quoique je ne voye pas encore asses clairement, comment cela se pourroit faire. Mais comme il n'est pas pour la pluspart dif.icile d'encherir sur une decouverte, cette piece fera toujours bien d'honneur aux Memoires de l'Academie Imperiale. Mais pour l'autre piece, quelque ingenieuse que puisse etre la maniere, dont l'auteur fait agir les rames, je suis bien seur, que l'effet sera toujours fort au dessous de l'attente de l'Auteur, et qu'il ne surpassera peut etre pas la maniere ordinaire: le principe sur lequel l'Auteur fonde sa decouverte, me paroit très equivoque, car quoiqu'un homme puisse agir avec beaucoup plus de force en y emploiant son propre poids, il ne peut pas agir constamment de cette façon sans que son corps descende continuellement, il faut donc qu'il se leve alternativement, et qu'il se remette dans sa premiere situation, et par là tout l'avantage que l'Auteur se promet se perd necessairement. Ainsi si le merite de cette piece devoit consister dans un avantage pour la pratique, je doute fort, qu'elle pourroit faire honneur aux memoires, mais entant qu'elle contient une nouvelle constructution des rames quant meme elle ne seroit pas avantageuse, elle pourroit servir à entreprendre des recherches utiles dans un autre égard.

Дальнейшее носит личный характер.

Вопросу о наиболее выгодном способе гребли Эйлер посвятил сверх того в 1747 г. свою работу „Mémoire sur la force des rames", доложенную в Академии 23 ноября 1747 г. и напечатанную в Mémoire de l'acad. des sciences de Berlin (Histoire de l'Académie), 3, 1749 (стр. 180—213, с таблицей).

6 сентября 1751 г. академик Кратценштейн произнес в день имении императрицы Елисаветы публичную речь на торжественном общем собрании Академии. Эта речь была опубликована отдельной брошюрой („C. G. Kratzenstein, Sermo academicus de suis noviter inventis in arte nautica". Petropoli, 1751; один экзѐмпляр хранится в Архиве Академии). Рецензией на этот доклад и является письмо Эйлера Кратценштейну от 4 марта 1752 г. (Ф. I, оп. 3, № 42, 53). В письме некоторые неразборчивые слова исправлены Кратценштейном; им же на самом письме в виде примечаний, написаны возражения, печатаемые нами в конце письма.

Ewr. Hochedelgeb. wichtige Entdeckungen, welche dieselben in der letsten publique Assemblée vorgetragen, haben sich nicht nur bey mir, sondern bey jedermann einen allgemeinen Beyfall erworben und es lässt sich daraus nichts weniger schliessen, als dass Dieselben von einigen Schwehrmuth befallen seyn sollten. Zum wenigsten muss dieselbe schon meistentheils vorbey gewesen seyn, und ich wünsche von Grund meiner Seele, dass Ew. H. mit allem Vergnügen dero scharfsinnigen Speculationes obligen und der Welt durch wichtige Erfindungen noch weiter Nutzen schaffen mögen. Der Beifall die causam zu bestimmen hat mir um so viel mehr gefallen, da ich auch über diese Materie gearbeitet hatte, ohne irgendeine Möglichkeit zu sehen, wie die vorgegebene Frage ein Genügen geleistet werden könnte: und jetz bin ich auch vollkommen versichert, dass Dero Vorschlag das einzige Mittel enthält diesen Endzweck zu erreichen. Es ist nur zu bedauern, dass Ewr. Hochedelgeb, diese herrliche Erfindung der Academie zu Paris nicht haben vorlegen können: als in welchem Fall dieselben unfehlbar den Preis wurde davon getragen haben. Denn Hr. Bouguer hat mich berichtet, dass auch des Hr. Bernoullis Schrift, welche den Preis erhalten, von schlechtem Werthe sey: ungeacht die übrigen noch weniger Aufmerksamkeit verdient hatten, dahero dürfen Ew. H. nicht befürchten, dass der Hr. Bernoulli denselben diese schöne Erfindung strietig machen werde. Ich habe dieselben inzwischen dem Hr. Bouguer überschrieben und zweifle nicht, dass er dieselben nicht mit dem grössten Beyfall aufnehmen sollte. Ew. Hochedelgeb. Schiffs-Uhren scheinen auch nicht wenige Aufmerksamkeit zu verdienen, ungeacht ich den Grund derselben noch nicht völlig einsehen kan, welcher darinne bestehen soll, dass sich der Cörper, so die Unruhe vorstellt, um sein centrum gravitatis bewegt und allso in allen Lagen eine gleiche Verhältniss hat, so dass nur die vis inertiae darinn überwunden werden muss, ich kan aber nicht absehen wie die vis inertiae allein eine uniformitatem in motu hervorbringen kan weil als dann der motus hauptsächlich mit von der vi movente dependirt und diese in verschiedenen Umständen verschieden seyn kan.* Eine gleiche Schwierigkeit scheint sich mir zu finden bey dero Vorschlag die Elevationem poli zu finden: denn es steht zu befürchten, dass die Kraft der Feder in dem man aus einer latitudine in die andere fortrükt, eine grössere Andrung leiden dürfte, als die Veränderung in der Schwehre austragen kan.** Inzwischen bleibt doch dieser Einfall in der Theorie von der grösten Wichtigkeit. Die Verlängerung und Verkürzung metallener Stänge scheint die sicherste und stärkste Kraft darzureichen um eine Uhr immer aufgezogen zu erhalten, und ich zweifle nicht, Ewr. Hochedelgeb. werde diese Idee so glücklich aufgeführet haben, dass daran nichts zu verbessern seyn wird. Denn da Dieselben eine so tiefe Einsicht in die Theorie mit einer so grossen Fertigkeit in der Praxi verknüpfen, so kan man sich von Denselben allein die herrlichsten und wichtigsten Erfindungen in der Mechanic versprechen. Die Zeit welche von der hiesigen Academie bestimmt worden um Schrifte über die Preisfrage von der resistentia fluidorum anzunehmen, ist schon mit dem Anfang dieses Jahres verstrichen, dahero ich gar sehr bedaure, dass wir nichts darüber von Dero Arbeit können zu sehen bekommen, und das um so viel mehr, da nichts eingelaufen, welches der Frage ein völliges Vergnügen leisten könnte. Doch hoffe ich von Dero über diese Frage gemachte Entdeckungen privatim Nachricht zu bekommen. Ich habe bissher nichts mehr gewünscht, als dass sich jemand, der ausser der Theoria auch eine hinlängliche practische Kenntniss besässe aus meiner scientia navali einen Auszug zum Behuf der navigation machen möchte und dazu wäre unstreitig niemand geschickter als Ewr. Hochedelgeb. und ich würde mich diemselbe für eine solche

Bemühung unendlich verpflichtet seyn. Denn ungeacht ich mir nicht schmeichle, dass in meinem Werke viel nützliche auf die Praxin abzielende Entdeckungen enthalten sind, so glaube ich doch dass die darinnen erwogenen Umstände Anlass zu den schönsten Erfindungen geben können, welche Ewr. Hochedelgeb. auf das glücklichste zu bewerkstelligen im Stande sind: da dieselben schon ...mit eine so ausnehmende Fertigkeit in der navigatio und der gantzen Manoeuvre erlanget haben, und dieselben in kurzer Zeit nochweit höher treiben werden.

Ubrigens sage ich Ew. Hochedelgeb für dero mir gütigst communicirten Entdeckungen über die Kraft der Magnete allen verbindlichsten Dank; und da diese Materie in Engelland noch immer weiter getrieben wird, so ist kein Zweifel, dieselbe werde von Ewr. H. zur grösten Vollkommenheit gebracht werden.

Примечания к письму рукой Кратценштейна, относящиеся к местам, отмеченным звездочками:

1. Dieses Bedenken hat Hr. Euler gemacht, weil ihm unbekannt gewesen, dass die darauf adplicirte Spiralfeder die Fehler der vis inertiae corrigiret. 2. Dieses ist nur zu befürchten wenn die Feder keine vollkommene Härte hat.

В этом же разделе да будет мне позволено упомянуть, что в бытность Эйлера в Петербурге его чрезвычайно заинтересовала неизвестная в Европе „русская счетная машина — счеты“. Вот что он пишет в письме от 30 марта 1754 г. (Ф. 1, оп. 3, № 44, 50):

„Da nunmehr die Zeit herannahet, dass die Herren Sophronoff und Rumoffski abreisen werden, so sind mir seitdem wieder einige Sachen beygefallen, welche ich durch dieselben zu erhalten wünschte... Das erste ist eine russische Rechnungsmaschine щоты“.

IV. ФИЗИКА И ХИМИЯ

1. Элементарная физика

Поставленный Эйлеру петербургским академиком Крафтом вопрос об определении путем погружения сплава металлов в жидкость веса отдельных металлов, входящих в сплав, характерен не столько для Эйлера, давшего конечно единственный возможный ответ, сколько для поразительного невежества некоторых русских академиков того времени в области физики. Первое сообщение по этому вопросу содержится в уже приведенном письме Эйлера к Крафту от 7 июля 1742 г. (Ф. I, оп. 3, № 1, 53).

Das problema, davon Ew. Hochedelgeb. Erwähnung thun, wie man in einem auss beliebigen vielen metallen zusammen geschmoltzenen Klumpen die pondera singularum ingredientium hydrostatice bestimmen köñe, komt mir freylich auch als unmöglich und indeterminatum vor, und, wañ kein lusus darunter steckt, so wäre es eine Sache von der grössten Wichtigkeit. Dann durch die Hydrostatic kann nichts anders aussgefunden werden, alss quantum pondus sub dato volumine enthalten sey, nun aber kann auss 3 und mehr metallis auf unendlich viel arten ein datum pondus sub dato volumine herauss gebracht werden; dahero hydrostatice nicht bestimmet werden kann, welche Art bey der Mixtur statt finde.

Тому же вопросу посвящено и письмо Эйлера к тому же Крафту от 11 авг. того же 1742 г. (Ф. I., оп. 3, № 1, 55), тоже сохранившееся в копии Крафта:

Für die Communication dero Solution über das Problema de inveniendis miscibilibus in mixto conjuncto, wann die Anzahl derselben grösser ist als 2 sage schuldigsten Dank, weil mir dadurch ein wichtiges Dubium ist gehoben worden, indem ich dieses Problema hydrostatice zu solviren immer für unmöglich gehalten. Die Abwägung des mixti in verschiedenen Fluidis fiel mir gleich bey, als Ew. Hochedelgeb. dieses Problematis Erwehnung thaten; als ich aber erwog, dass die Abwägung in einem fluido nichts anders als die Gravitatem specificam anzeigen konnte, so sahe ich wohl dass die Abwägung in verschiedenen Fluidis nicht mehr zu erkennen geben könnte, als in einem einzigen, ausgenommen dass man auf diese Art die Gravitatem specificam der übrigen fluidorum bestimmen könnte, wann solche unbekannt wäre. Wañ Ew. Hochedelgeb. auch die dem Ansehen nach verschiedenen Aequationen, welche die verschiedenen fluida geben, genauer untersuchen, so werden dieselben bald finden, dass dieselbe alle coincidiren, und nicht mehr als eine einzige determiniren. Es sey das pondus totius massae ex tribus metallis compositae $=P$, ejus jactura in fluido $M=p$; in fluido $N=\pi$. Tum Metalli I pondus P perdat in fluido M pondus a in fluido N pondus α. Metalli II pondus P perdat in fluido M pondus b in fluido N pondus β. Metalli III pondus P perdat in fluido M pondus c in fluido N pondus γ. Im mixto aber sey Metalli I pondus x; Metalli II pondus y, Metalli III pondus z. So hat man erstlich

$$x+y+z=P$$

und die beyden Abwägungen geben diese zwey Aequationen

$$ax+by+cz=Pp; \quad \alpha x+\beta y+\gamma z=P\pi,$$

welche aber in der That nicht voneinander unterschieden sind, und also nicht mehr als eine einzige incognitam determiniren können, denn es seye, die gravitates specificae der beyden fluidorum M et N ut m ad n, weilen die jacturae ponderis ejusdem massae in diversis fluidis sind in ratione gravitatum specificarum fluidorum, erit

$$a:\alpha=m:n; \quad b:\beta=m:n; \quad c:\gamma=m:n, \quad \text{und} \quad p:\pi=m:‘u$$

folglich

$$\alpha = \frac{n}{m} a; \quad \beta = \frac{n}{m} b; \quad \gamma = \frac{n}{m} c; \quad \text{und} \quad \pi = \frac{n}{m} p$$

qui valores in aequatione posteriori $\alpha x + \beta y + \gamma z = P\pi$ substituti, eam in priorem $ax + by + cz = Pp$ transmutant; so dass man der Abwägung in mehr als einem Fluido ungeacht in der That nicht mehr als zwey Aequationes bekommt, und also nicht mehr als Archimedes praestiren kan. Die Sache ist auch an und für sich selbst klar, wann man betrachtet, dass die Hydrostatic nichts anderes als die gravitatem specificam eines Cörpers anzeiget, wann nun auf mehr als eine Art eben dieselbe gravitas specifica hervorgebracht werden kan, so ist nicht möglich durch die hydrostatic die rationem mixtionis zu bestimmen.

2. Оптика

a) Теория света и цветов.

Этих вопросов касается замечание Эйлера в письме от 29 декабря 1753 г. (Ф. 1, оп. 3, № 44, 49), первая часть которого напечатана уже в указанной работе Билярского (стр. 248—249). Далее следует:

„Die besonderen Regenbogen, welche Hr. Grischau... gesehen zu haben vorgibt, verdienen alle mögliche Aufmerksamkeit. Wann dieselben nur nicht die Convexität der Sonne zugelehret hätten, so könnte ich dieselben aus der ordentlichen Lehre von der Luftbrechung wohl erklären. Ich will mich aber deswegen bey unserm Hr. Kies erkundigen.

b) Оптические инструменты.

Одной из важнейших практических задач, которые ставила жизнь ученому математику и астроному в XVIII в., было дальнейшее усовершенствование оптических инструментов. Главным камнем преткновения служило то, что чем больше было увеличение, тем более мутным и расплывчатым становилось изображение, тем более ощущался также недостаток освещения. Эйлер посвятил целый ряд исследований вопросам усовершенствования оптических инструментов.[1]

Он ищет помощи в этом деле и со стороны. Так в письме к русской Академии Наук от 29 ноября 1755 г. (Ф. 1, оп. 3, № 40, VI, 114) он предлагает назначить премию за сочинение, углубляющее теорию оптических инструментов с целью их дальнейшего усовершенствования. Первая часть этого письма напечатана в указанной книге Билярского, стр. 301—302, вторую приводим здесь:

Auf beÿligendem Blatt habe die Ehre Eur. Hochedelgeb. eine Menge so wohl Physicalischer als Mathematischer Fragen, welche bey

[1] См. Eneström, Verzeichnis der Schriften L. Eulers, II, 1913, стр. 334 и сл.: Theorie der optischen Instrumente.

Gelegenheit so wohl der Kaiserl. als der hiesigen Academie aufgesetzet vorzulegen, unter denselben befinden sich aber auch viele solche, über welche man sich wenig zuverlässiges würde versprechen können. Es wäre hirbey wohl am rathsamsten zugleich mit auf die Bemühungen mit welchen die gelehrte Welt gegenwärtig insonderheit beschäftiget ist, zu sehen, um durch eine Belohnung einen wichtigen Articul zur gäntzlichen Vollkommenheit zu bringen. Eine gleichsam in der Geburth schwebende Erfindung, womit man jetzo in Engelland und Frankreich beschäftigt ist, die aus Gläsernzusammengesetzten Telescopia zu einer grösseren Vollkommenheit zu bringen, möchte wohl in dieser Absicht so wohl eine der wichtigsten Fragen als auch eine solche seÿn, über die man recht gründliche Abhandlungen erwarten könnte. Denn es hat das Ansehen, dass man durch Hülfe der Theorie der Dioptric es dahin bringen werde, dass bloss allein durch Gläser solche Telescopia verfertiget werden können, welche weit herrlichere Dienste leisten, als die bissher so hoch gerechneten Telescopia Neutoniana und Gregoriana. Diesemnach sollte ich insesonderheit zu Vorlegung diese Fragen rathen:

Theoriam Telescopiorum dioptricorum seu ex lentibus vitreis tantum compositorum perficere, indeque optimum modum hujusmodi instrumenta construendi deducere, quibus objecta non solum distincte et cum sufficienti claritate repraesententur, sed etiam secundum magnitudinem vehementer multiplicentur.

Eben diese Theorie würde auch dienen die Microscopia zu einer weit grösseren Vollkommenheit zu bringen, denn es ist gewiss dass die gewöhnlichen Microscopia mit sehr grossen Mängeln behaftet sind, welchen wahrscheinlicherweise durch die Verbesserung der Theorie glücklich abgeholfen werden könnte. Zu welchem Ende auch diese Frage und Vorschlag gebracht werden könnte:

Theoriam Microscopicorum perficere, qua constructio horum instrumentorum ad summum perfectionis gradum evehi queat.

Wenn diese Fragen auf eine gründliche Art beantwortet wurden, wozu man keine geringe Hoffnung zu haben scheint, so ergibt sich von selbsten wie grosse Vortheile so wohl die Astronomie als Physic daher ziehen und zu was für einem grossen Ruhm die Sache der Kaiserl. Academie gereichen würde.

Но европейских государей интересовали не телескопы и микроскопы, а так называемые „солнечные микроскопы“ и волшебные фонари, служившие для придворных иллюминаций и увеселений. Уже в 1750 г. Эйлеру удалось изобрести проекционный фонарь, дающий возможность проектировать на экран не только изображения на прозрачном материале (стекле) путем освещения их сзади, но и любые предметы, освещаемые спереди, притом в натуральных красках и в любом увеличении. Об этом открытии он сообщает Академии в приводимом ниже письме от 3 марта

1750 г., к которому была приложена диссертация: „Emendatio laternae magicae et microscopii solaris". Эта диссертация была одновременно доложена берлинской (19 марта 1750) и петербургской Академии (30 апреля 1750 г.) и напечатана в Novi Commentarii academiae scientiarum Petropolitanae, 3 (1750/1), 1753 (стр. 363—380, с 7 рисунками). За это открытие естественно ухватились, и в 1752 г. Эйлер по требованию из Петербурга послал Академии волшебный (т. е. проекционный) фонарь, изготовленный согласно его выкладкам.[1] Действие этого фонаря Эйлер проверил на своих детях: дети играли в войну и этот спектакль в увеличенном виде проецировался на экран. Но в Петербурге остались недовольны изобретением Эйлера: здесь для придворных нужд потребно было очень большое увеличение, а как мы уже говорили, главным недостатком оптических инструментов было то, что при очень большом увеличении изображения становились мутными и расплывчатыми. Причины этого явления были как органические, так и случайные (недостаточно тщательное изготовление фонаря); поэтому в письмах к Миллеру от 13 января и 27 апреля 1756 г. Эйлер исследует теоретические причины этого явления, а в письме к Штелину от 4 мая 1765 г. предлагает поручить изготовление фонаря более искусному мастеру, которого и рекомендует. И в Петербурге в виду огромной „практической" важности этого изобретения ломали голову над его усовершенствованием: в Novi Comm. acad. scient. Petropolitanae, 9 (1762/3), 1764, напечатано исследование F. U. T. Äpinus, «Emendatio microscopi solaris», рецензию на которое написал Эйлер в том же номере журнала, summarium (стр. 33—34). Общая оценка указанного изобретения Эйлера дана в книге: J. F. Häseler, „Betrachtungen über die Verbesserung der Zauberlaterne, des Sonnenmicroscops und der Camera obscura nach der Theorie des Herrn Euler", Braunschweig 1779 (4°, 40 стр. с 1 табл.).

Приводим перечисленные выше письма (Ф. 1, оп. 3, № 39, 74) от 3 марта 1750 г.:

> Von dem Herrn Assessor Teploff habe vor 8 Tagen ein Schreiben erhalten worin er mir meldet, dass ich mich nächstens von des Hrn Praesidenten Hochgräfl. Excellenz die Ordres wegen der Preissfrage bekommen werde. Wenn allso diese anlangen werden, so werde ich darauf mit meiner schuldigsten Antwort nicht saumseelig seyn und bey dieser Gelegenheit werde die Freyheit nehmen, eine Abhandlung von gantz neuen Dioptrischen Instrumenten, einzuschicken welche bey der Kaiserl. Academie leicht verfertiget, und so wohl zur Belustigung als zum Vortheil gebraucht werden können. Ich habe nehmlich eine merkliche Verbesserung der so genannten Magischen Laternen und Sonnenmicrosco-

[1] См. письмо к Шумахеру от 30 декабря 1752 г. (Ф. 1, оп. 2, № 42, 54): „J'ai aussi envoyé a l'Academie un Lanterne Magique de mon invention, qui m'a été demandée, qui couta 25 Ecus . . ."

pien gefunden, denn diese Instrumente praesentiren die Figuren auf der Wand nicht nur sehr undeutlich, sondern die zugleich durch die Gläser durchgehenden Licht und Sonnenstralen machen die Objecta fast gar unkenntlich. Dieser Verhindrung und Verwirrung glaube ich nun abgeholfen zu haben, indem ich Mittel gefunden, die Objecta, dsoe praesentiert werden sollen, nicht von hinten, wie sonsten in diesen Instrumenten zu geschehen pflegt, sondern von vornen zu erleuchten und solcher Anstalt können nicht nur ordentliche Mahlereÿen (denn auf Glass gemahlte habe ich nicht nöthig) auf einer weissen Wand, so gross als man will, deutlich dargestellt werden, welche zu nicht geringen Belustigungen gebraucht werden kan, sondern man kan auch lebendige Menschen, Thiere und Pflanzen mit Belieben deutlich vorstellen, und das so gross als man will, da dann ein Mahler dieselben sofort auf das genaueste abzeichnen und auch die natürlichen Farben um so viel leichter anbringen kan. Man kan die Maschine auch kleiner machen, dass nur kleine Stücke als Gesichter vorgestellet werden, und endlich auch so klein, dass nur sehr kleine Theilchen von aller Gattung Körpern 100 ja 1000 mal grösser deutlich praesentirt werden, welche Art anstatt der Sonne Microscopien, um deren Beschreibung mich der Hr. Prof. Braun vor einiger Zeit gebeten, gebraucht werden können. Sollte ein solcher bey der Academie verfertigt worden seyn, so würde man die Unvollkommenheiten desselben schon zur Genüge wahrgenommen haben und allso von der Wichtigkeit meiner Verbesserung bald um so viel leichter überzeuget werden.

Дальнейшее посвящено личным делам.

Письмо к Мюллеру от 13 января 1756 г.: (Ф. 1, оп. 3, № 45, 2.)

Ungeachtet durch die übersandte Laternam Magicam bie Bilder so gross als man will vorgestellt werden können, so werden dieselben doch immer dunkler, wenn die Erleuchtung um so viel mehr vergrössert wird. Mit Illuminationen in das grosse habe ich zwar noch keine Versuche angestellt, doch wollte ich rathen zu diesem Ende die gantze Maschine etwas noch so gross nach allen Dimensionen verfertigen zu lassen, um grössten Gemählde gebrauchen zu können, da dann die Spiegel auch muss so viel grösser und die Anzahl der Lampen von doppelt werden könnte. Auf die Spiegel aber kommt es hauptsächlich an, welche nicht von Messing, sondern von einer Composition, welche einer weit grösserer Politur fähig ist, gemacht werden müssten Nach Aufstellung einiger Proben aber wird man weit besser finden, wie das Werk anzugreifen, als durch Regeln, die bloss allein aus der Theorie hergenommen worden. Im kleinen dergleichen die überschickte Maschine ist, haben sogleich die von mir angestellten ersten Versuche ein völliges Genügen. geleistet, dahero um so viel weniger zu zweifeln, dass die Sache nicht auch im grossen sollte bewerkstelligt werden können. Eine noch bessere

Würkung würde man aber zu gewarten haben, wenn man diese Instrumenten noch mehr verkleinerten um alsdann sehr kleine Objecta nach einer sehr starken Vergrösserung vorzustellen, in welchem Falle diese Maschine statt manch (mans) herrlichen Microscopien dienen könnte. Bey den grösseren kan man auch bewegliche Figuren vorstellen und meine Kinder pflegen eine Festung zu präsentiren, aus welcher geschossen wird. Wofern der Hr. Hof Rath Stähelin, denen meine ergebenste Empfehlung zu machen bitte, der Sache nachdeken will, wird er bald Mittel finden, dergleichen Vorstellungen noch weiter zu perfectioniren.

Письмо к тому же Миллеру от 27 апреля 1756 г.: (Ф. 1, оп. 3, № 45, 25.)

Sonsten wird mir auch von daher[1] gemeldet, dass daselbst auf Ordres des Duc de Chaulnes meine neuerfundenen Perspectife mit ziemlich gutem Fortgang verfertiget wurden. Die vor einiger Zeit auf Eür. Hochedelgeb. Verlangen von mir eingesandten Fragen, die Verbesserung der Perspectiven und Microscopien betreffend, haben mich veranlasset dieser Materie, über welche schon vorher in Engelland mit grossem Eifer gearbeitet worden, weiter nachzudenken, und alle dabey vorkommenden Umstände gründlich zu erwagen, wodurch ich zwar in sehr weitläufigen Rechnungen gerathen, dieselben aber dennoch endlich nach Wunsch zu Ende gebracht, dass ich in jeglichem Fall so wohl für die Telescopia als Microscopia die vollkommenste Construction geben kan.

Из копии письма к Штелину от 4 мая 1756 г.: (Ф. 1, оп. 3, № 21, 48.)

Ein geschulter Künstler allhier nahmens Ring will sich auf die Verfertigung meiner Laternae magicae hauptsächlich legen, und ich zweifle nicht, dass er dieselbe nicht sollte zu einer grösseren Vollkommenheit bringen, da ich die erste durch Stümper habe verfertigen lassen. Er will erste einige Proben machen um zu sehen was für einen Grad der grösse sich diese Machine füglich wird bringen lassen, und alsdann wieder erst im Stande seye den Preiss davon anzuzeigen. Man könnte dieselbe auch viel kleiner machen, um microscopische Observationen damit anzustellen: und ich glaube allerdings, dass man dieselben auf vielerley Art nützlich gebrauchen könne.

Самый большой отрывок из письма оптического содержания, адресованного Эйлером Ломоносову, хранится в Архиве Академии (Ф. 20, оп. 1, № 3, Л. 265). Как правильно предположил Билярский, это ответ Эйлера Ломоносову.[2] В виду его большого объема мы не издаем этого письма здесь, но надемся, что оно заинтересует наших специалистов по оптике, которые и издадут его с комментариями и параллельными документами.

---

[1] Из Парижа.

[2] См. протоколы Академии за 1748 г. и письмо Эйлера Разумовскому от 24 августа 1748 г. (Ф. 1, оп. 3, № 37, 71), приведенное у Билярского, стр. 13.

3. Электричество и магнетизм

Письма, содержащие высказывания из этого отдела физики, мало интересны. В одном из них (1753 г.) Эйлер протестует против утверждения ак. Кратценштейна, будто смерть Рихмана последовала не в связи с электрическими явлениями; в другом (1754 г.) он сообщает о получении сочинения, представленного на премию и объясняющего электрические явления терментацией (sic!); из третьего (1755 г.) мы узнаем, что автором сочинения, представленного в петербургскую Академию Наук, получившего премию и впоследствии напечатанного под именем сына Л. Эйлера, И. А. Эйлера (Disquisitio de causa physica electricitatis, ab acad. scientiarum imperiali Petropolitana praemio coronata in publ. acad. conventu die VI sept. 1755. Petropoli) был сам Л. Эйлер; он скрыл свое имя, так как не знал, имеет ли он право участвовать в соискании премии; четвертое (1756) посвящено теме на соискание премий, предложенной петербургской Академией.

Привожу эти письма.

Письмо к Шумахеру от 4 сентября 1753 г.: (Ф. I, оп. 3, № 42, 97.)

Für die umständlichen Nachrichten über den Todesfall des sel. Hr. Prof. Richman sage Ewr. Wohlgeb. den allerverbindlichsten Dank; diese Umstände sind so merkwürdig, dass man allenthalben auf die Bekanntmachung derselben mit der grösten Begierde warten wird: der Hr. Prof. Kratzenstein will der Electricität hiebey keinen Antheil zugestehen, worüber die hiesigen Physici gantz anderer Meynung sind, denn da Hr. Pr. Grischau geschrieben, dass damals die Wetterwolken noch sehr niedrig über dem Horizont gestanden, so ist sehr wahrscheinlich, dass der Donnerschlag hauptsächlich durch die electrische Zurüstung veranlasst worden und ohne dieselbe vielleicht gäntzlich weggeblieben seyn würde. Man will auch schon im vorigen Jahr wahrgenommen haben, dass durch eine solche Machine der Straal angelocket worden; und hierüber scheint man nun so viel weniger Ursach zu zweifeln zu haben, da alle mit dem Donner verknüpfte Umstände deutlich zu erkennen geben, dass derselbe für nichts anderes als einen Ausbruch der electrischen Kraft zu halten sey.

Письмо к Миллеру от 31 декабря 1754 г.: (Ф. I, оп. 3, № 40, 79.)

Von der Erklärung der Electricität durch die Termentation (sic!) erwarte ich eben nicht viel besonderes, es ist mir aber neulich beygehende eingehändigt worden, mit Bitte dieselbe der Kaiserl. Academie für die aufgegebene Preisfrage zu überschicken, wogegen mir allso ein Recepisse gehorsamst ausbitte. Diese Dissertation ist zwar kurz doch scheint sie die fürnehmnsten Phaenomena der Electricität und insonderheit des Donners auf eine ziemlich natürliche Art zu erklären. Sollte etwa der Hr. Paulus Frisi eben diese Idee gehabt haben, übrigens ist mir nichts von den Werken dieses Mannes bekannt, wie dann die Italienischen Sachen sehr sparsam hierher kommen.

Дальнейшая часть этого письма, посвященная Ломоносову, напечатана у Билярского (указ. соч., стр. 279).

Письмо к Мюллеру от 7 октября 1755 г. (Ф. I, оп. 3, № 40, VI, 108):

Ew. Hochedelgeb. bin ich für die erfreuliche Nachricht, dass die von mir ohne Billet überschickte Abhandlung über die Elektricität den Preiss bey der Kaiserlichen Academie erhalten, gehorsamst verbunden. Die Eigenschaften der Electrischen Kraft und in sonderheit die Verwandschaft derselben mit den Würkungen des Donners hatten mich auf diese Andenken gebracht, da ich aber nicht wusste, ob es mir erlaubt wäre, für den Preiss zu arbeiten, so habe ich dieselben meinem Sohn Joh· Albrecht übergeben, und ihn die überschickte Schrift ausarbeiten lassen; welcher sich allso im höchsten Grad glücklich schätzt den hohen Beyfall der Kaiserl. Academie nebst dem ansehnlichen Preiss von 100 Ducaten erhalten zu haben. Um nun hierüber der Verordnung der Kaiserl. Academie ein völliges Genügen zu leisten, so lege hier die Abschrift von dem Anfang und Ende der überschickten Abhandlung bey...

Приложение: Копия начала и конца этого сочинения.

Из письма к Мюллеру от 16 ноября 1756 г.: (Ф. I, оп. 3, № 45, 44.)

Eur. Hochedelgeb. werden aus den Zeitungen ersehen haben, dass ich der mir jüngsthens aufgetragenen Commission ein völliges Genügen geleistet, in dem die Academischen Preissfragen allenthalben bekannt gemacht worden. Die Aufgabe über die Magneten wird die Aufmerksamkeit aller Naturforscher an sich ziehen, und da man hierüber nicht nur schon die wichtigsten Versuche angestellt, sondern auch dieselben nach Belieben zu variiren im Stande ist so muss es sehr leicht fallen alle unrichtigen Theorien aus dem Wege zu raumen, um die wahre allein übrig zu behalten.

4. Химия

Эйлер не работал научно в области химии. Единственное относящееся сюда письмо является ответом на запрос Шумахера о возможности приготовления селитры из поваренной соли. В эпоху непрекращающихся войн этот вопрос, естественно, волновал все европейские правительства. Ответ Эйлера основан на информации, полученной от берлинских химиков.

Письмо к Шумахеру от 26 февраля 1754 г.: (Ф. I, оп. 3, № 44, 43.)

Mit der gestrigen fahrenden Post werden die verlangten 2 Exemplarien von M-r de Voltaire Histoire Generale abgegangen seyn., wie mich Hr. Spener hat versichern lassen.

Von dem Geheimniss aus Küchen Salz Salpeter zu machen ist vor weniger Zeit allhier viel Wesen gemacht worden, die Proben sollen ziemlich gut ausgefallen seyn, allein es war ungewiss ob dieselben würklich gemacht worden. Viele hielten die Sache für gegründet, andere aber für lauter Wind und der Ausgang hat nur gewiesen, dass die letsteren recht gehabt, indem sich die Besitzer des Geheimnisses aus dem Staub gemacht haben sollen. Unsere Chymici zweifeln inzwischen keineswegs an der Möglichkeit, und im kleinem soll es nicht schwer seyn Proben zu machen; es kommt nur darauf an, dass das Küche Salz mit dem Sale urinoso aus dem regno animali durch eine Putrefaction verbunden werde. Hierin soll ein Hr. von Einsiedel glücklicher gewesen seyn, als welcher in Strassburg eine solche Fabrique angelegt, und darauf von König in Frankreich einen Vorschuss von 200.000 Livres bekommen hat, er soll würklich aus 100 Pf. Kochsalz 100 Pf. reinen Salpeter bekommen haben.

Ich habe nicht erfahren können, ob die erstgemeldten Salpeter Siede sich auch in Göttingen gemeldt haben weil sie aber aus dem Process ein Geheimniss machen, so ist keine Academie im Stande davon zu urtheilen, denn so schön auch der Salpeter, den sie vorweisen, auch seyn mag, so bleibt doch immer ungewiss, ob derselbe würklich aus Kochsatz gemacht worden, und ob die Arbeit und Unkosten den Vortheil nicht weit übersteigen.

V. ГЕОГРАФИЯ

Эйлер участвовал в комиссии по составлению географической карты России; он написал и две статьи по географии России,[1] из которых вторая специально посвящена географической карте России. Исправлению существующей карты России посвящено и письмо, написанное Шумахеру 12 октября 1751 г. (Ф. I, оп. 3, № 39, 49), соответствующую часть которого мы здесь публикуем.

---

[1] Extract of a letter to the rev. Mr. Cha. Wetstein concerning the discoveries of the Russians on the north-east coast of Asia. Philosophical Transactions. London 44, 2 (1747), 1748, стр. 421—423. Из письма, написанного Эйлером 10 декабря 1746 г. De projectione geographica De-Lisliana in mappa generali imperii Russici usitata. Acta acad. Petrop. 1777, I, 1778, стр. 143—153 с 2 рис.

Ewr. Wohlgeb. Ordre zufolge habe die Geographische Critic so hier wieder zu übersenden die Ehre habe, mit allem Fleiss untersuchet. Dieselbe berührt hauptsächlich drey Articul:

Der erste betrifft die Lage von Lappland, welches sich in der Carte allzu weit nach Westen erstreken soll. Die Proben welche der Autor anführt sind vollkommen gegründet, indem man von der Lage der Stadt Tomea versichert ist, welche in den Carten in das Russische Gebiet zu ligen käme. Ich erinnere mich sehr wohl der im Bureau de Geographie befindlichen Carten von Lappland, so bey dem Atlas zu Grunde gelegt worden; dieselbe ist freylich nicht nach der Longitudine und Latitudine eingerichtet, und hatte man um dieselbe brauchen zu können, vorher die Schwedischen Gräntzen festsetzen sollen, da es alsdann leicht gewesen seyn würde diese Carte zu appliciren. Auch hat der Autor darinn Recht, dass im Sinu Finnico die Inseln weggelassen worden; und die originalien von der Carte von Liefland haben mir auch immer sehr verdächtig geschienen, welche nicht anders, als mit grosser Behutsamkeit und Zurathziehung der benachbarten Länder gebraucht werden können. Da nun dieses nicht geschehen, so ist kein Wunder, dass der Theil von Polen, so auf der Liefländischen Carte vorkommt, sehr unrichtig nach der Longitudine und Latitudine zu stehen kommt. Die Haupt Quelle von diesen Versehen ist wohl, wie Ewr. Wohlgeb. genugsam bekannt, dass der sel. Hr. Kyriloff die besten Original Carten verlohren und von vielen Provinzen entweder gar keine oder sehr schlechte originalien im Bureau vorhanden gewesen. Insonderheit fand sich gar nichts von den Gegenden zwischen Moskau und Nisinovgorod, welche Gegend auch in den Carten als eine Wüsteney vorgestelet ist, ich hatte deswegen noch bey meiner Anwesenheit Vorstellungen gethan, dass diese Gegenden von neuem aufgenommen werden möchten. Mit der Ucraine hatte es eben diese Bewandtniss in Ansehung verschiedener Uyesde. Dahero der Autor wegen der Lage von Romna, Rülsk und Putivl wohl mag Recht haben.

Seine dritte Anmerkung, dann die zweyte betraf die Ucraine geht auf das Schwarze Meer: davon waren von der Armée verschiedene Risse geschickt worden, welche sehr schlecht miteinander übereinstimmten, und insonderheit in den angesetzten Distanzen sehr unrichtig schienen. Ich finde allso die Gründe für richtig die der Autor anführet um zu zeigen, dass die Distanz zwischen Perekop und Asoff in den Carten viel zu klein angesetzt worden und dass folglich die gantze Crim und die Mündung des Dniepers wird weiter gegen Westen fortgerückt worden müssen. Man darf nur die verschiedenen bey der Academie herausgegebenen Carten von der Crim ansehen, so wird man finden, dass der Lauf des Dniepers von der Porogi biss nach Oczacoff gar entsetzlich von einander differirt, welches ein Zeichen ist, dass diese Carten gleichsam nur so von freyer Hand aufgetragen worden. Um sich derselben aber doch mit einigem Nutzen bedienen zu können, hätte man fremde Carten als von Constantinopel und den Gegenden gegen Oczakoff zur Rath ziehen müssen um darnach den wahren Lauf des Dniepers zu ermessen. Dieses sind auch die Gegende, wo mir die im Bureau befindlichen Carten immer unrichtig und mangelhaft geschienen, dann von den gegen Norden und Osten gelegenen Ländern sind so vielerley Risse vorhanden, dass man davon ziemlich sicher seyn kan.

Wann inzwischen dieser Atlas nicht wäre ausgegeben worden, so würden diese Fehler niemals seyn erkannt worden; und eben diese Erkenntniss wird die Academie in Stand setzen ins künftig bessere Carten zu liefern. Hier kan Teutschland zu einem Beyspiel dienen, wovon von Zeit zu Zeit Carten heraus kommen, in welchen alte Fehler verbessert werden. doch fehlt es noch sehr weit, dass man so bald eine recht gute Carte davon hoffen könnte.

Allso würde es gut sein, dass man im Bureau der Geographie noch immer fortfahrte zu arbeiten, und erstlich diejenigen Provinzen durchnähme, von welchen viel special Carten vorhanden. diese mit aller Behutsamkeit zusammen setzte, wo man durch genaue Gegeneinanderhaltung noch immer zu verbessern finden würde. Hernach müsste der hohe Senat Anstalten machen, dass von vielen Gegenden neue Special Charten aufgenommen würden: und endlich müsste man sich auch befleissen von den angränzenden Reichen alle besten Charten anzuschaffen, woran insonderheit im Bureau ein Mangel ist. Solchergestalt müste man trachten nach meinem ersten Vorschlag erstlich gute Provinzial Carten zusammen zu setzen, und dabey alle Behutsamkeit zu gebrauchen. Welcher Umstand ohne Zweifel aus Mangel der Zeit in dem Atlas nicht allzeit wohl in Acht genommen worden. Denn darin sind verschiedene Charten, welche nur bloss nach einigen Originalien copiert worden, ohne die angränzenden Länder gehörig zu Rath gezogen zu haben. Allso könnte noch immer neue Provincial Carten mit allem Fleiss aus gearbeitet und daraus hernach Carten von gantzen Gouvernements zusammengesetzt werden. Da man dann endlich in Stand kommen wird eine General Charte daraus zu verfertigen. Und wann auch alle 10 Jahre eine neue herausgegeben würde, so würde man immer zu einer grösseren Vollkommenheit gelangen, indem man die in den vorigen angemachten Fehler verbesserte: wozu dergleichen Critiquen ungemeine Dienste leisten würden.

VI. VARIA

В заключение познакомлю читателя с несколькими отрывками, характерными для научного мировоззрения Эйлера. Эти отрывки я заимствую из писем астрономического содержания; хотя этих писем я здесь не издаю, но позволяю себе привести эти письма, так как центр их интереса отнюдь не в астрономии. В письме к Делилю (Ф. I, оп. 3, № 35, 7) от 15 февраля 1746 г. Эйлер пишет:

J'ai déja eu l'honneur de vous marquer, que j'y emploie une nouvelle equation lunaise, mais je crois y avoir decouvert une circonstance beaucoup plus importante qui est, que le tems periodique de la terre n'est pas constant, mais qu'il diminue tant fait peu. Car pour satisfaire aux observation de ce siecle tous les calculs conviennent, qu'il faut supposer l'année un peu plus courte, que selon les tables de Cassini or les observations du siecle passé et du XVI et surtout celles du XV siecle demandent absolument une plus grande durée d'un an: et les observations de Ptolemée, qui semblent renverser cette conclusion, parce qu'en les comparant avec les modernes, on trouve l'année plus courte d'une minute: ce qui est la raison que Cassini et les autres Astronomes n'ont pas voulu faire usage des observations de Ptolemée dans la determination de l'année. Or je crois d'avoir asses heureusement resolu cette difficulté: en soutenant que les Observations de Ptolemée sont assés bonnes, mais que nous nous trompons dans la reduction de tems marques par lui au Calendrier Julien. Les Chronologiens qui ont fait cette reduction se fondent sur un seul passage de Censorin d'ou l'on tire la reduction de l'Almanac Egyptien au Julien: quoiqu'il se trouve dans le même Auteur un autre passage, d'ou l'on doit conclure que les tems marqués par Ptolomée soient d'un jour plus reculé. Outre cela on trouve dans Dion et autres Auteurs que les Prêtres Romains ne suivaient pas dans ce tems-la exactement les regles et qu'ils osaient encore quelques fois de la liberté d'ajouter ou de retrancher un jour de l'année. Cette consideration jointe aux raisons que nous fournit l'Astronomie, me semble tenir lieu d'une demonstration, qu'il faut reculer les observation de Ptolemée d'un entier jour et alors on voit assés clairement que les années ont été diminuées assés regulierement ce que confirme encore d'avantage par la quantité de l'année de 365 j. 5 h. 55 m que Ptolemée a conclu de ses observations avec celles de Hipparche, quoique je ne doute nullement que cette quantité ne soit trop grande sur tout si nous entendons l'année tropique moienne. De tout cela j'ai conclu, que la quantité d'une année tropique moienne diminue chaque année de 35^{IV} et qu'elle etait

$$A - 1700 = 365\, 5^{h}_{48}\, 47^{II}\, 56^{III}\, 24^{IV}$$

Cette diminution de l'année est l'effet de la resistance de l'Ether, comme j'ai expliqué tout au long dans une piece qui paroitra dans le recueil de mes pieces[1] ou j'ai fait voir, que si l'Ether a une resistance, les tems

[1] De perturbatione notus planetarum a resistentia aetheris orta. Opuscula varii argumenti, I, 1746, pp. 246—276, с 2 рис.

periodique de planetes doivent diminuer aussi bien leurs excentricités et que cette diminution doit etre plus considerable, plus le tems periodique et l'exentricité sera grande. Dans les Comètes il faut donc que cet effet soit fort considérable et cela se trouve actuellement dans les tables de Cometes de Halley...

Этот вопрос особенно интересовал Эйлера в 1746 г., когда и появилось указанное в примеч. на стр. 160 его исследование, посвященное этой проблеме, но он не перестает интересоваться им и позже. В письме от 1 марта 1751 г. (Ф. I, оп. 3, № 39, II, 60) Эйлер предлагает Академии Наук назначить на премию сочинение, worinnen gefragt wird, ob die Jahre oder die Zeit des Herumlaufs der Erde um die Sonne noch ebenso langer Dauer sind als vor diesem oder ob dieselben einige Veränderung erlitten? „Ich von mein Theil", прибавляет он, „glaube, das letztere, nehmlich dass unser Jahr jetzt etwas kürzer sind als zu den Ptolemaei Zeiten: und da die Erörterung dieser Frage sehr wichtige Untersuchungen so wohl in der Astronomie als Chronologie erforderlich macht und die Hrn. Astronomi darauf aufmerksam sind, so kan man sich darüber schöne Pieces versprechen".

Далее в письмах к епископу К. Ветштейну от 28 июня и 20 декабря 1749 г.[1] Эйлер снова трактует вопрос, „о постепенном приближении земли к солнцу" и „о сокращении орбит планет".[2] Наконец, на 1770 год Парижская академия наук объявила тему на соискание премии:

> Meditationes in quaestionem utrum motus medius planetarum semper maneat aeque velox, an successu temporis quampiam mutationem patiatur? et quaenam sit ejus causa?

Награду за работу на эту тему получил „Carolus Euler, Leonardi filius". Надо полагать, что не только тема было предложена по внушению Эйлера, но что (как справедливо предполагает Энестрем, Verzeichnis, стр. 121) и автором этого сочинения фактически был Л. Эйлер (ср. выше, стр. 155).

Почему же эта тема так интересовала Эйлера? В том же 1746 г., когда Эйлер впервые поднял этот астрономический вопрос в письме к Делилю, он написал брошюру: „Rettung der Göttlichen Offenbarung gegen die Einwürfe der Freygeister", напечатанную в 1747 г. (см. выше стр. 125). Главным выигрышным местом этой брошюры и является теория постепенного приближения земли к солнцу, которой посвящены последние заключительные параграфы (§§ 48—52) этой брошюры. Если земля постепенно приближается к солнцу, то некогда она была столь далека от него, что

---

[1] Опубликованы в Philosophical transactions, London, 46 (1749—1750), 1752, стр. 203–205; 356—359.

[2] Доложено в Royal Society 2 ноября 1749 и 1 марта 1750 г.

люди не могли на ней жить; точно так же, когда земля чересчур приблизится к солнцу, люди должны будут погибнуть.

> „Wenn nun also die heilige Schrift von einem bevorstehenden Ende der Erde und der jetzigen Verfassung der gantzen Welt spricht, so streitet dasselbe nicht nur nicht mit der Vernunft, wie die Freygeister vorgeben, sondern stimmen auch mit demjenigen, was wir aus den natürlichen Ursachen zu erkennen im Stande sind, auf das genaueste überein...“ „Dieses ist ein unumstösslicher Beweiss, dass die gegenwärtige Verfassung der Welt unmöglich von Ewigkeit her seyn könne, sondern dass dieselbe zu einer bestimmten Zeit durch eine unmittelbare Würckung Gottes müsse hervorgebracht worden seyn“.[1]

Итак эта (неверная) теория удовлетворяла Эйлера в силу богословских соображений, которые особенно занимали его в 1746 г.

[1] Сохраняем характерное для Эйлера выделение „божественных“ слов.

11

Quae sint omnium corporum ultimae particu
lae sive elementa, quaestio est inter Philosophos
quovis tempore agitata, neque tamen ad hunc
usq. diem sufficienter explicata. Si elemento
rum nomen iis tantum corpusculis minimis
tribuere velimus, quae in se sunt indivisa
nec ulterius ex partibus composita, difficil
limum est dictu, an tantillas particulas men
te saltem concipere possimus. Contemplemur
minimum pulvisculum, ~~cuit~~ credibile est, aut
saltem, quod nobis hic sufficit, omnipotentiae
Divinae non repugnat, esse tam exiguas etiam
creaturas, quibus iste pulvisculus tantus, quan + esse philosophantem
tus nobis globus terraqueus ~~qui~~ videatur,
Quam igitur + ~~hae creaturae nos viderent~~, si
~~totae~~ eam terra a nobis pro particula ulte
riores partes non habente haberetur. Lev
ia haec forte et inania figmenta videbuntur
sed utrum res ipsa ita se habeat an vero
secus hic non curamus, sufficit nobis si
esse ~~potest~~, ~~id~~ quod in dubium vocari
nequit. Sunt qui hujusmodi comparatio
nibus ulterius sunt progressi, statuentes
~~omnino~~ minimam nostri respectu atomum,
non solum suas alere creaturas, sed esse
universum mundum, infinitum fere stella
rum fixarum numerum continentem, quarum
unaquaeque suos habeat planetas vari generis
ris creaturis ut nostra terra repletos.
Nihil dicam de atomis, quae in isto mundo
~~no~~ talibus habentur quae denuo universum
mundum complecti ~~pos~~ possint. Sed a mini
mis ad maxima transiendo, itidem non repugnat
totum in quo versamur mundum, ab alius multo

Первоначальный текст — начало.

maximi mundi incolis ~~pro~~ tanquam atomum
spectari. Ex his omnibus conficitur, quod
minimus pulvisculus aeque partium elementis
annumerari possit ~~quam~~ atque integra tellus.
Et certe qui consideraverit magnitudinem tan-
tum in comparatione corporum locum habere, in se
vero nihil esse prorsus facile perspiciet in
minimo corpusculo tot res diversas inesse pos-
se quot in ~~maximo~~ universo mundo. Cum
minimus, quia maximo in omni-
bus est similis, etiam in totidem partes po-
test dissecari. Qui porro si unquam divi-
dendis corporibus ad particulas vere minimas
et in se indivisas perveniret, cum Leib-
nitio cognosceret, omnes has ultimas particu-
las inter se esse dissimiles ita ut in univer-
so mundo ne duae quidem pares reperiri
queant, praeter incomprehensibilem elemen-
torum paritatem numerum eorum in infinitum
extendere cogitur. Si quidem elementi nomi-
ne congeriem particularum indivisibilium
et similium intelligere velimus. Scilicet
tot agnoscere debemus elementa, quot sunt
in rerum natura atomi. Hanc ob rem
neque Aristotelis sententiam quatuor
neque Cartesii tria statuentis elementa
amplecti poteremus. Qua potius fatendum
est inutiles esse eorum meditationes, qui
ex contemplatione elementorum, ad corporum
~~naturalium~~ cognitionem pervenire con-
~~tendunt~~.

Quae sint o
ultimae pa
vocari sole
quaestio est
phos quorum
ta neque ta
ducta, ut qu
ti ex ea ad re
turas reduna
mentorum n
corpusculis m
velimus, qua
visa, nec ex
composita, d
dictu an ta
mente fatter
mus. Quam
plemur pulv
le est, aut q
institutum f
-tentia Divi
esse tam ex
aturas, quib
culus tantus
integra terra
igitur crasse
ista creatur
si tota caru

Первоначальный текст — продолжение.

Факсимиле рукописи Эйлера „О неделимых“.

...quam atomum
...ficatur, quod
...arū elementis
... integra tellus.
...itudinem tan...
...habere, in se
... perspiciet in
...ersas in esse pos.
... mundo. Circu.
...aximo in omni.
...dem partes po.
... unquam divi.
...as esse minimas
...p, cum Leib.
...timas particu.
...ta ut in univers.
...ares reperiri
...sibilem elemen.
...ū in infinitum
... elementi nomi.
...ndivisibilium
...elimus. Scilicet
...enta, quot sunt
...ane ob rat.
...n quatuor
...ntis elementa
...otius fatendū
...tationes, qui
..., ad corpori.
... pervenire cons

Quæ sint omnium corporum ultimæ particulæ seu ut vocari solent elementa, quæstio est inter Philosophos quovis tempore agitata neque tamen adhuc eo perducta, ut quicquam emolumenti ex ea ad rerū cognoscendas naturas redundaverit. Si elementorum nomen iis tantum corpusculis minimis tribuere velimus, quæ in se sunt indivisa, nec ex partibus ulterius composita, difficillimum est dictu an tantillas particulas mente saltem concipere possimus. Quam minimum contemplemur pulvisculum, credibile est, aut quod ad nostrum institutum sufficit, omnipotentiæ Divinæ non repugnat esse tam exiguas etiam creaturas, quibus iste pulvisculus tantus, quantus nobis integra terra, videatur. Quā igitur crasse nos philosophari istæ creaturæ existimarent si tota carū quasi tellus.

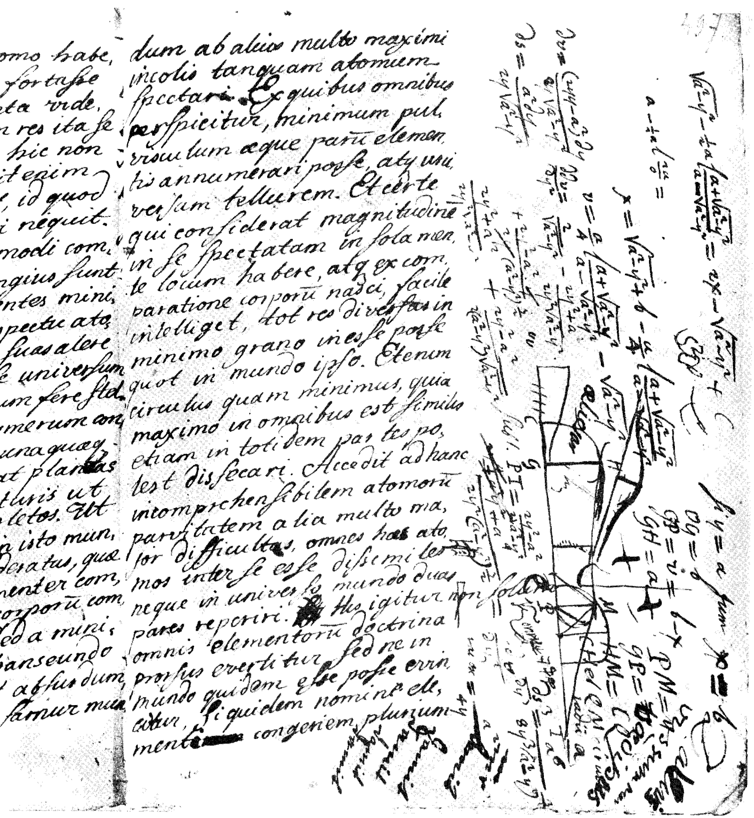
...одолжение.

Окончательный текст, стр. 1.

pro indivisibili atomo habe-
retur. Levia haec fortasse
et inania figmenta vide-
buntur, sed utrum res ita se
habeat an secus hic non
curamus, sufficit enim
si esse ita posset, id quod
in dubium vocari nequit.
Sunt qui hujusmodi com-
parationibus longius sunt
progressi, statuentes mini-
mam nostrum respectu ato-
mum non solum suas alere
creaturas, sed esse universum
mundum infinitum fere stel-
larum fixarum numerum con-
tinentem, quarum unaquaeque
demum suos habeat planetas
varii generis creaturis ut
tellus nostra, repletos. Ut
taceam atomos in isto mun-
do ut tales consideratas, quae
denuo tam vehementer com-
positum systema corporum com-
plecti possunt. Sed a mini-
mis ad maxima transeundo
similiter non est absurdum
totum in quo versamur mun-

dum ab al
incolis tan
spectari
perspicitu
visu lum a
his annume
ver lum te
qui consid
in se spec
te locum h
paratione u
intelliget,
minimo g
quot in m
circulus qu
maximo in
etiam in t
test dissec
incomprehe
parvitatem
sor difficu
mos inter
neque in u
pares reper
omnis elem
prorsus eve
mundo quid
citur, si qu
menti

Окончательный текст, стр. 2—3.


dum ab aliis multo maximi
incolis tanquam atomum
spectari. Ex quibus omnibus
perspicitur, minimum pul-
visculum aeque parti elemen-
tis annumerari posse, atque uni-
versum tellurem. Et certe
qui considerat magnitudinem
in se spectatam in sola men-
te locum habere, atque ex com-
paratione corporum nasci, facile
intelliget, tot res diversas in
minimo grano inesse posse
quot in mundo ipso. Etenim
circulus quam minimus, quia
maximo in omnibus est similis
etiam in totidem partes po-
test dissecari. Accedit ad hanc
incomprehensibilem atomorum
parvitatem alia multo ma-
jor difficultas, omnes has ato-
mos inter se esse dissimiles
neque in universo mundo duas
pares reperiri. Hic igitur non solum
omnis elementorum doctrina
prorsus evertitur, sed ne in
mundo quidem esse posse evin-
citur, si quidem nomine ele-
mentorum congeriem plurium

Окончательный текст, стр. 2—3.

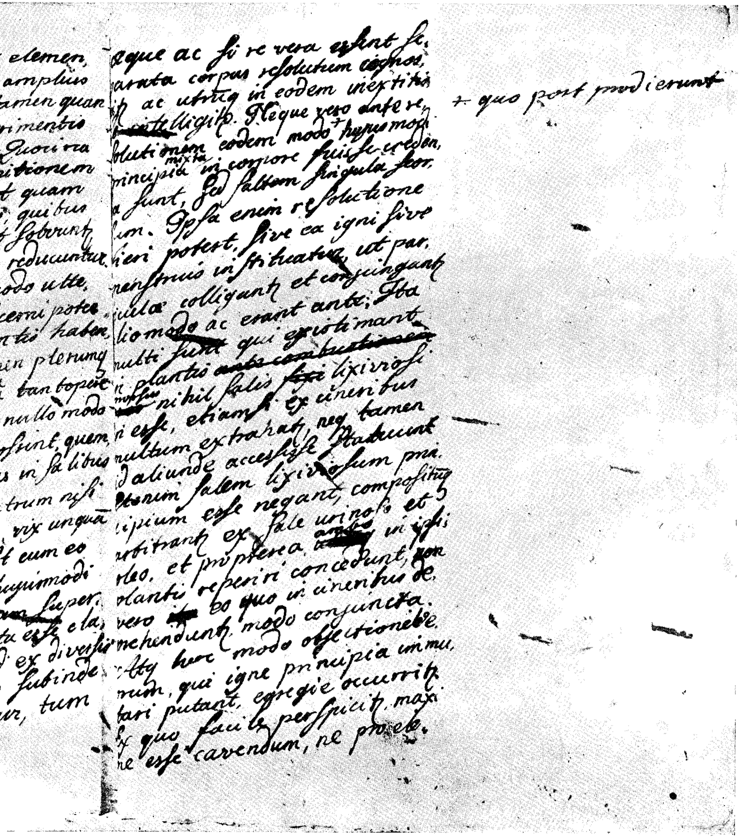
atomorum similium et aequa-
lium intelligimus. Haec cum
ita sint, ostendum est nobis
inutiles esse eorum meditati-
ones, qui elementis investigan-
dis ad naturae corporum cogni-
tionem pervenire annituntur.
Missis itaq. iis quae vere cor-
porum elementa appellari pos-
sunt, maxime idoneum et ac
~~prae~~ naturae cognoscendae ac-
comodatum videtur Chymi-
corum institutum, qui non
solliciti de corporum particulis
in se indivisis, elementorum
nomen particulis quidem cra-
sioribus tribuerunt, sed ejusmo-
di tamen, quae nullo artificio ul-
terius resolvi possunt. Hae igi-
tur particulae, cum nostrae vi-
res ad eas dividendas non suffici-
ant, merito in elementorum nu-
merum recipiuntur. Et si conste-
terit quomodo ex his quaevis cor-
pora sint composita, satis eorum
natura nobis cognita existimanda est, Nisi forte tantus est

hujusmodi elementorum nu-
merus, ut ne eorum quidem
natura et proprietates cognos-
ci queant. Et certe si verae a-
tomi omnes sunt inter se dis-
similes, fieri non potest, ut
eorum quae ex iis componuntur
plura sint prorsus aequalia.
quamobrem tot statui debe-
re elementa diversa videntur
quot sunt hujusmodi parti-
culae chemicorum vires eluden-
tes. Sed quemadmodum ejusdem
arboris folia non solum obiter
considerata similia deprehen-
duntur, verum etiam effectus ae-
quales producunt, quamvis,
si attentius inspiciantur, in-
ter singula quaeq. ingens appareat discrimen:
ita quoq. chymicarum particula-
rum ratio est comparata, ut va-
riae plurima, etiamsi singula a sin-
gulis differant, pro similibus ha-
beri ~~queant~~, atq. ita in classes
distribui queant. Ad idem igi-
tur elementum referuntur om-
nes particulae majorem quandam
similitudinem habentes et iis-
dem effectibus producendis
aptae.

Hoc modo fit, ut elemen-
torum numerus non amplius
sit infinitus, sed tamen quan-
tus is sit nisi experimentis
definiri non potest. Quoniam
ad elementorum cognitionem
impetrandam opus est quam
plurimis experimentis, quibus
corpora quoque licet solvunt
et in sua principia reducuntur.
Ex quibus si nullo modo ulte-
rius heterogenea secerni potue-
runt, ea pro elementis haben-
da sunt. Verum tamen plerumque
duo plurave ~~elementa~~ principia tantopere
invicem cohaerent, ut nullo modo
penitus separari possint, quem-
admodum id videmus in salibus
et terris quorum neutrum nisi
cum altero mixtum vix unquam
exhiberi potest. At cum eo
est perventum, ut hujusmodi
duo principia tantum super-
esse invicemque mixta esse cla-
re appareat, id quod ex diversis
mixtionis gradibus subinde
productis concluditur, tum

aeque ac si re vera existant se-
parata corpus resolutum cognos-
it ac utrumque in eodem inexstitis-
se ~~intelligit~~. Neque vero ante re-
solutionem eodem modo hujusmodi
principia mixta in corpore fuisse creden-
a sunt, sed saltem singula seor-
sum. Ipsa enim resolutione
fieri potest, sive ea igni sive
menstruis instituatur, ut par-
ticulae colligantur et conjungan-
tur alio modo ac erant ante; Ita
multi sunt qui existimant
in plantis ~~ante combustionem~~ lixiviosi
nihil salis ~~fixi~~ lixiviosi
esse, etiamsi ex cineribus
multum extrahatur, neque tamen
aliunde accessisse statuunt
enim salem lixiviosum pr-
incipium esse negant, compos-
arbitrantur ex sale urinoso et
oleo, et propterea ambo in
planti reperiri concedunt,
vero ~~it~~ eo quo in cineribus
prehenduntur modo conjuncta
Atque hoc modo objectione
rum, qui igne principia im-
tari putant, egregie occurri
quo facile perspicitur ma
ne esse cavendum, ne pro ele

аксимиле рукописи Эйлера „О неделимых".



Окончательный текст, стр. 6—7.

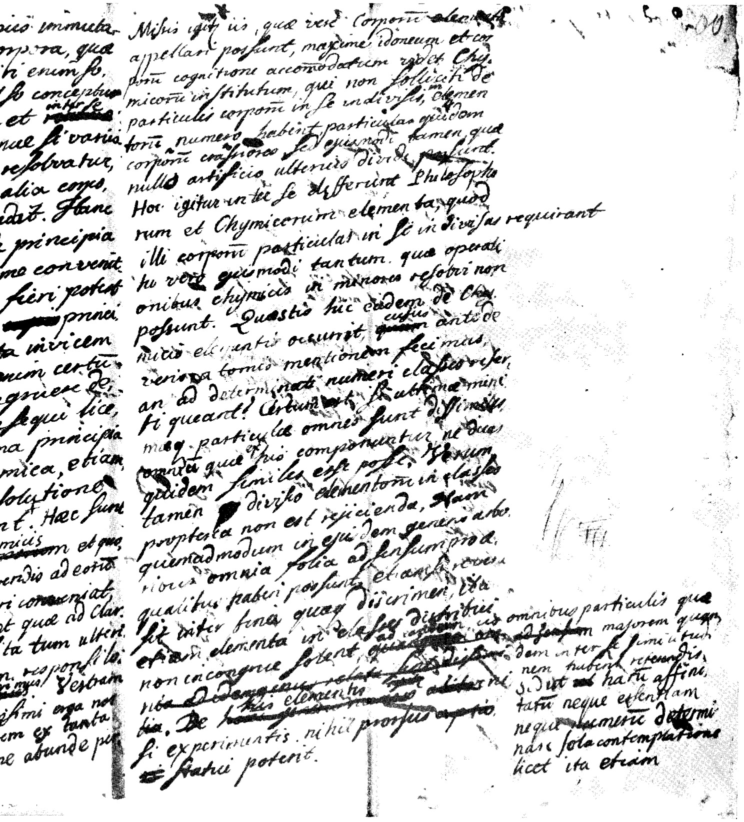
mentis seu principiis immuta-
bilibus habeant corpora, quae
talia non sint. Oriri enim so-
lent ex hujusmodi falso conceptu
tot absurda et inter se
repugnantia, praecipue si variis
modis idem corpus resolvatur,
quam quaelibet alia corp-
[illegible] principia ostendat. Hanc
ob causam ad ipsa principia
cognoscenda maxime conveniet
idem corpus, quot fieri potest
modis, resolvi, et ~~[illegible]~~ princi-
pia qualibet eruta invicem
comparari. Cum enim certum
sit ea inter se congruere de-
bere, ratiocinio consequi lice-
bit, quae sint prima principia
seu elementa chymica, etiam
si in ~~[illegible]~~ nulla resolutione
pura provenissent. Haec sunt
quae de principiis chymicis et quo
modo corporibus resolvendis ad eorum
cognitionem perveniri conveniat,
dicenda habuimus, et quae ad Clar.
nostri collegae proposita tum ulteri-
oris dilucidationis tum responsio-
nis proferre judicavimus. Vestram
vero Auditores Exoptatissimi erga nos
benevolentiam et favorem et tanta
frequentia et attentione abunde per-
+

seu ea quae ordinaria analysi quis
viribus efficiunt superare
Et si quae alia materia cum ...
fuerit mixta, quia haec
formam suam non mutat,
etiam illa in aliis naturam
corpus transiisse non existimandum
est. [illegible]
Sed quemadmodum [illegible]
[illegible] chymica ut [illegible]
a veris philosophis distinguimus
ita etiam minus adhuc
elementorum nomen merentia pro
elementis haberi solent. Ad
talibus [illegible] referunt corpora
quae etiamsi forte in simpliciora
resolvi possunt, tamen
difficillime reducun-
tur, # cujusmodi sunt metalla
quae quia vel prorsus non vel
maxime occultis modis resolvi
possunt, merito ut principia
spectantur. Neque enim ob tantam
difficultatem metallum
quod in mixto quopiam reperitur
formatum credi potest. #

+ [illegible]scientes, summo-
pere Vobis nos obstrictos agnoscimus,
quantumque in nostris
viribus est positum stu-
dium et diligentiam adhibituros
ad quaevis officia nos
vicissim paratissimos osten-
dendi.

Missis igitur iis, qua...
appellari possunt ...
... cognitione ...
... institutum ...
particulis corporum ...
... numero ...
corporum ...
nullo artificio ...
Hoc igitur in ...
rum et Chymic...
illi corpori ...
... chymic...
possunt. Quas ...
... elementis ...
an ad determin...
si quaerat! ...
omnia quae ...
quidem ...
tamen ...
propterea non ...
quemadmodum ...
omnia ...
qualibus ...
... elementa ...
non ...
... De ...
si experiment...
... potest

Факсимиле рукописи Эйлера „О неделимых".


Mihi igitur iis, quae vere corporum elementa
appellari possunt, maxime idoneum et cor-
porum cognitione accomodatum videtur Chy-
micorum institutum, qui non solliciti de
particulis corporum in se indivisis, elemen-
torum numero habent particulas quidem
corporum compositas sed ejusmodi tamen quae
nullo artificio ulterius dividi possunt.
Hoc igitur inter se differunt Philosopho-
rum et Chymicorum elementa, quod
illi corporum particulas in se indivisas requirant
hi vero ejusmodi tantum quae operati-
onibus chymicis in minores resolvi non
possunt. Quaestio hic eadem de Chy-
micis elementis occurrit, cujus ante de
[illegible] mentionem fecimus,
[illegible] numeri classes referri
an ad determinati [illegible]
[illegible] sunt dissimiles
[illegible] particulae omnes [illegible] componuntur
[illegible] similes esse possunt. Verum
[illegible] elementorum in classes
tamen divisio [illegible]
propterea non est rejicienda [illegible]
quemadmodum [illegible]
[illegible] omnia folia [illegible]
qualitates habere possunt [illegible] discrimen, ita
fit inter [illegible] distribui
etiam elementa in classes [illegible]
non incongrue poterunt [illegible]
[illegible] elementis [illegible]
[illegible] De [illegible] nihil prorsus [illegible]
ex experimentis [illegible]
statui poterit.

Окончательный текст, стр. 8—9.

С. Н. ЧЕРНОВ

ЛЕОНАРД ЭЙЛЕР И АКАДЕМИЯ НАУК[1]

I

В конце XVII — начале XVIII в. Россия переживала пору разнообразного переустройства и переоборудования ряда важнейших, если не всех, сторон своего быта и своей жизни, — в частности и особенно областей хозяйства, социальных отношений, административного устройства, общественной и частной культуры. В связи с этим изменяющиеся и усложняющиеся условия производственной деятельности, хозяйства и школы требовали столько и такой подготовки работников, сколько и каких не могла им дать старая правительственная среда московского государства: ни его давно разбитое и заново слагающееся боярство, ни его молодое и полное сил дворянство, ни деловитые верхи его приказного мира, ни предприимчивая головка его торгово-промышленного люда. Поэтому правительство, взявшее на себя реформы и властно проводившее их под всеобщий ропот и противодействие (даже той социальной среды, на пользу которой реформы объективно шли — дворянства и купечества, потому что ее рядовые массы были изнурены и смущены кипучей работой по войне и реформе), оказалось в очень трудном положении; но оно все же настойчиво выискивало повсюду, где могло, недостающие ему на всех участках новой и поновленной работы элементы. При этом, так как внутри страны элементов, вполне соответствующих новым потребностям, оказывалось мало — а чем более эти потребности утончались, углублялись и усложнялись, их оказывалось все меньше и меньше, — правительству и заинтересованным социальным группам приходилось все больше и больше обращаться за ними на европейский Запад, перещупывая, можно сказать, все его уголки и возможности. А там (конечно, не сразу и не везде одновременно) создавалось настроение своеобразных соблазнов: обеспеченного и хорошего заработка, даже богатства, уважения, даже славы, в этой, как казалось, варварской стране, которая хочет стать государством на обычный западноевропейский

[1] Переработанный доклад, прочитанный на торжественном заседании в Академии Наук СССР 5 октября 1933 г.

лад со всем, что такому государству полагается: с двором по версальскому образцу, с армией, флотом, администрацией, заводами, мануфактурами, цехами, каналами, школой, наукой, общественными развлечениями и домашним бытом по разным наиболее выдающимся заграничным образцам. И очень скоро оказалось, что на огромных пространствах и в грандиозных работах по переустройству этой громадной страны находится место для всех, кто ищет приложения своего труда, научных знаний, даже светских навыков и готов пойти на риск далекой поездки на восток или север и жизнь среди „варваров московитов" и на службе у них. Поэтому вслед за большим спросом потянулось великое предложение себя в Россию. Спрос затронул всех, предложение шло отовсюду; требовались на Русь и предлагали свои услуги все, начиная от — не говорю, немецких принцесс, которых развелось так много, что становилось естественным мечтать о русской карьере — начиная от настоящих немецких владетельных принцев и вплоть до самых немецких социальных низов: до крестьян, люмпен-пролетариата. Все тянулись, просились — кто в правители, кто на службу, кто в ремесленники или купцы...

Такие возможности — особенно со времени учреждения в Петербурге Академии Наук — создались и для ученых Германии и других стран Западной Европы. Создались они и для молодого швейцарца немецкой национальности и культуры Леонарда Эйлера, друзья которого, братья Бернулли, стали членами-профессорами петербургской Академии Наук. Как Л. Эйлер сам рассказывает в своей автобиографической записке,[1] у него тогда же „явилось неописанное желание отправиться вместе с ними в 1725 году в Петербург". „Дело, однако, не могло тогда скоро осуществиться, — продолжает Л. Эйлер, — а между тем названные молодые Бернулли крепко обещали мне, по прибытии своем в Петербург, похлопотать о пристойном для меня месте, что скоро, действительно, и случилось, с тем, — прибавляет Л. Эйлер, — чтобы я свои математические знания применил к медицине". Очень интересно, что ещё очень молоденький Л. Эйлер ни на одну минуту не отказался от такого предложения совсем не по своей специальности; у него даже, повидимому, не было никаких сколько-нибудь серьезных колебаний: наоборот, он тотчас засел за изучение медицинских наук и стал готовиться к поездке в Петербург в качестве физиолога: ведь несомненно, что там для молодого иностранца, талантливого и честолюбивого, окажется достаточно рабочего простора — даже и в том случае, если он туда приедет не тем, кем приехать хотел бы; а может быть, окажется открытым и путь к настоящей, и сейчас незаброшенной, а только потесненной специальности...

---

[1] См. ее в ст. П. П. Пекарского „Екатерина II и Эйлер" (в „Записках" АН, VI). Прохождение Л. Эйлером академической службы см. у П. П. Пекарского „История Императорской Академии Наук в Петербурге", I, СПб., 1870, стр. 247—308. Ср. сведения у Б. Л. Модзалевского, „Список членов Императорской Академии Наук. 1725—1907", СПб., 1908.

И Л. Эйлер, действительно, приехал в Петербург и вошел в Академию физиологом. Но, кажется, только вошел им, потому что тотчас же занял вакантное место адъюнкта высшей математики.[1]

Время, которое Л. Эйлер связан с Академией Наук, надо считать в 56 лет: с 1727 по 1783 г. Из них первые 14 и последние 16 лет Л. Эйлер работал в качестве сначала адъюнкта, потом действительного члена или профессора[1] Академии, а два с половиною промежуточных десятилетия состоял ее почетным членом, причем продолжал принимать активное и очень разнообразное участие во всех ее работах.

За время более чем полувековой работы Л. Эйлера в Академии Наук она сама развивается из маленького и слабого учреждения в большое и крепкое, врастает в русскую жизнь, расширяет и организует свою деятельность.

Присмотримся к некоторым из этих перемен.

Когда Л. Эйлер приехал в Петербург, Академия Наук была еще совсем молодым, но уже переживающим тяжелый кризис, учреждением. Дело заключалось в том, что она оказывалась и еще долгое время оставалась в двух смыслах чужой стране, в которой она существовала. Во-первых, она в своей основной, определяющей учреждение, части состояла не из русских людей, а из въезжих иноземцев, в значительной части только-что приехавших в Россию и еще ничем и никак не связанных с нею. Во-вторых, она и сама, как учреждение, в своей научно-организационной и научно-исследовательской работе также еще никак и ни в какой мере не была связана со страной и практически еще не поставила своей основной и первоочередной задачей как ее изучение — главным образом, ее колоссальных естественных богатств, — так и разнообразное научное содействие ее правительству в его текущей административно-организационной и организационно-хозяйственной работе и распространение просвещения и практических знаний в дворянской массе, в чиновных и купеческих верхах. Смысл учреждения и, в частности, его огромное историческое значение, конечно, были понятны небольшой группе правительственных и придворных дельцов во главе с новыми людьми: кн. А. Д. Меньшиковым, за которым шло рядовое дворянство, и — естественным представителем иностранцев русской службы, голштинским герцогом, зятем императрицы, которая так же как и они, была совсем новым человеком. Это была — небольшая, но очень авторитетная, группа практиков, среди которой было, конечно, еще очень мало по-настоящему образованных и способных к глубокому и целостному пониманию науки и научной деятельности людей,

[1] До устава 1747 г. профессор — официальное название действительного члена Академии. Устав 1747 г. (см. § 1) называет действительных членов академиками, а профессорами именует старших преподавателей Академического университета. Но в академическом быту, даже в официальных сношениях по Академии, термин „профессор“ применялся и позже без различия к обеим группам. Устав 1747 г. см. в П. С. З. т. XII, № 9425. Устава 1747 г., к сожалению, должным образом доселе не изучено.

но оказывалось уже достаточно много работников с живым учетом разнообразных возможностей приложения науки к удовлетворению всевозможных нужд повседневной деловой работы. Она и спасла учреждение от преждевременной гибели, еще до его образования, при правительственном пересмотре всего наследия эпохи реформ; она и позже спасла его при перемене царствования, когда снова явилась опасность для его существования.

Но меньшиковская группа была вскоре разбита вельможною старобоярской реакцией. Те социальные элементы, к которым в итоге внешне „дворцового“, а в своем глубоком существе социально-политического, переворота, теперь перешла власть, были мало заинтересованы в Академии и, вероятно, без особых сожалений помирились бы с ее упразднением: во всяком случае, они никак и ни в чем не проявили к ней никакого внимания, не говоря уже о заботе. Академия медленно умирала в обстановке полного забвения; незаметно даже, чтоб о ней хлопотал президент, который, впрочем, продолжал получать по штату свои 3000 руб. — сумму для того времени по истине огромную; можно догадываться, что в обстановке открытого правительственного пренебрежения Академией и он махнул на нее рукой...

В это самое время неожиданная смерть мальчика-императора Петра II, при котором власть была захвачена наиболее реакционною группою старого боярства, вдруг открыла перед Академией еще более неожиданные, чем была его гибель, возможности.

Дело в том, что попытка родовой знати формальным образом закрепить фактически достигнутое обладание правительственной властью сильно всколыхнула широкие круги рядового дворянства. Недавно не поддержавшие Меньшикова в его личной политике, они теперь дружно встали за себя. В итоге в сложном ходе событий бурного 1730 г. они на голову разбили родовитое вельможество. В правительство имп. Анны естественным образом вошли тесно связанные с дворянской массой элементы, выученики имп. Петра I, прошедшие его суровую школу и более или менее усвоившие себе его отношение к науке и проблеме ее практического использования. Замена ими пренебрегавшей Академиею знати, конечно, была для нее очень выгодна. В этом смысле чрезвычайно полезным для Академии оказалось и то обстоятельство, что первым лицом в империи и фактическим главою правительства, в силу случайного обстоятельства — личного фавора у императрицы, оказался не русский, а немец-курляндец, что правительство имело немцев в своем составе и пропитало ими весь государственный аппарат во всех его частях и почти на всех ступенях. Помимо того, что немецкие элементы правительства лучше понимали практическую важность развития науки и более многих своих русских товарищей, хотя, конечно и не всех, представляли себе значение чисто теоретических научных работ, дело имело и еще одну сторону: немцы Академии и правительства, при всем различии своего официального положения, в культурном смысле представляли собой нечто, если и не единое, то однородное и уже поэтому быстро столковывались между собой. Этому, конечно, очень способствовало и назначение президентами Академии видных курляндских немцев, людей из новых придворных и правительственных верхов: Кейзерлинга и Корфа, которые оказались очень удобными посредниками между „немецкой" Академией и „курляндским" правительством.

И, действительно, в это десятилетие аннинского царствования Академия, наконец, получила возможность более широко, чем прежде, развернуть свою работу. При этом мы впервые замечаем в Академии последовательные попытки планомерно и тесно связать свою работу с изучением страны и разнообразным содействием ее развитию и административно-организационной и организационно-хозяйственной деятельности ее правительства. Из этих работ Академии наиболее значительной была, конечно, замечательная, по истине великая, сибирская экспедиция Гмелина-старшего — событие безусловно мирового значения, двухсотлетний юбилей которого приходится на десятилетие 1933—1943 гг. В результате этих попыток Академии устанавливается прочная деловая связь между нею и правительством с его разнообразными учреждениями и многочисленными деятелями в центре и даже на местах страны.

Однако в условиях нового и столь благоприятного для Академии Наук режима медленно зрели, и, как только подходящий момент наступил, бурно разразились тяжелые социально-политические катаклизмы. Дело в том, что еще в сложном своими переплетами 1730 г. значительные группы дворянства, борясь со знатью, выдвинули свои проекты государственной реформы в конституционном духе и не сразу пошли на поддержку абсолютистских притязаний императрицы и других дворянских групп, что естественным образом породило сильнейшие подозрения императрицы и ее правительства в отношении всей дворянской массы. Вот почему, удовлетворяя многие прямо не опасные для самодержавного строя пожелания дворянства и тем привязывая его к своей колеснице, правительство, во-первых, с неослабным вниманием следит за всяким движением в дворянской среде, а во-вторых, последовательно внедряет во все уголки бюрократического аппарата чужой рядовому русскому дворянству и с ним ничем и никак не связанный немецкий элемент, частью курляндского, частью германского происхождения, и, опираясь на него, вступает в борьбу с своим окончательно еще не отказавшимся от конституционных мечтаний дворянством. Это быстро разложило весь, казалось, устоявшийся порядок отношений и подорвало всякую возможность совместной работы обеих правительственных групп. Для немецкой группы, количественно меньшей и не только лишенной каких-либо корней и социальных связей в массах населения столицы, но по условиям того времени естественным образом для них подозрительной, положение оказывалось тем труднее, что в тяжелом сплетении основных проблем внутренней и внешней политики 30 гг. в ней начался тяжелый распад, приведший к острым столкновениям внутри ее и расшатавший ее организованность и имперскую правительственную организацию. Тогда русское дворянство без особого труда опрокинуло „немецкое“ правительство и в лице императрицы Елизаветы и ее ближайшего окружения взяло власть в свои руки.

Между тем Академия Наук так прочно связала себя именно с немецкою правительственною группою, что новый переворот сделал ее положение поистине трагическим. Тяжесть ее положения была усугублена отсутствием в новой правительственной верхушке живого интереса к ней и ясного понимания ее уже определившихся задач и значения. Первое время она уцелела, может быть, вследствие соображений внешнеполитического такта, в дальнейшем сумела найти себе поддержку у Лестока и через него; а затем — и это было определяющим положение фактом — для правительства очень скоро раскрылись те разнообразные деловые связи, которые к этому времени уже установились у Академии с правительственными учреждениями в центре и на местах, и те многоразличные работы практического характера, которые в это время уже исполняла Академия и из которых картографические имели огромное не только практическое, но и общее научное значение, превосходя многое, что в этом отношении было сделано за границей, — особенно в Германии. Все это вместе взятое спасло Академию от гибели. Но правительство решило расквитаться со старым немецким составом и руководством Академии и в этом отношении взяло и последовательно провело твердый курс.

Правда, основной недостаток внутреннего уклада Академии — ее сугубо бюрократическая организация, с подчинением фактически всей ее деятельности совершенно посторонним всякой научной работе людям, во главе с замечательным и еще совсем недостаточно изученным академическим дельцом Шумахером, — остался нетронутым и даже стал формально закрепленным. Сам Шумахер пережил большие волнения[1] и должен был поделить полноту своей власти с новым человеком Тепловым, но остался у дел и продолжал, быстро поладив с товарищами, свою политику власт-

---

[1] Как известно, он оказался под арестом и следствием, из которых блистательно вышел. Причина его неожиданного успеха лежала в самом правительстве, которое, следуя велению „дщери Петра Великого“, поручило Академию „токарю Петра Великого“, замечательному в своей области работнику, Нартову. Не обладая необходимым тактом, Нартов быстро восстановил против себя всех академиков, включая и своего союзника по борьбе с Шумахером Ломоносова; и те, в своем подавляющем большинстве, перепуганные новым режимом Нартова, взалкали о старых привычных формах шумахерского господства и спасли его своими отзывами. Но и комиссия, которой было поручено рассмотрение дела Шумахера, оказалась совсем не на высоте положения и неспособной, как впрочем и само правительство, понять тяжесть и вред установленного им режима. В этой связи стоит вспомнить отзыв, который дал о комиссии один хорошо осведомленный современник: Une commission, composée d'un senateur, Mr. le Prince Jusupoff, qui n'entendoit rien, d'un Admiral Golovin, qui ne vouloit faire rien, et d'un Général Major Ignatieff, qui ne pouvoit rien“. См. в Архиве А. Н. „Abregé de l'histoire anecdote de l'Academie imperiale des Sciences de St. Petersbourg“, л. 18.

ного и бездушного администрирования, как бы не в живом и тонком деле, а в какой-то лишенной жизни и работ пустыне.

При этом правительство закрепило внутренние отношения Академии, как они сложились в условиях шумахеровского режима, в уставе или регламенте 1747 г. Можно даже сказать, что оно в этом регламенте увеличило всевластие академической администрации.

Этот устав имеет, впрочем, и другое значение: он с огромною силою подчеркивает практическое назначение Академии и в этом смысле определяет собою всю дальнейшую политику правительства в ее отношении.

И действительно, в уставе 1747 г. правительство понимает и организует Академию Наук, не столько как высшее в империи научно-исследовательское и научно-организационное учреждение, имеющее своей задачей удовлетворение разнообразных государственных нужд, сколько как высший „научный департамент“ в системе государственного аппарата. Она в этом регламенте — как бы своеобразный придаток к многосложному бюрократическому аппарату, действующий по его заданиям и во всяком случае с ним соображающий и на него рассчитывающий свою деятельность.

Так, § 34 устава прямо устанавливает, что „когда из какого-нибудь департамента в государстве требовано будет от Академии Наук сочинение какого проэкта, или решения, или известия в географии, в мореплавании, в ботанике, химии, изобретение машины, или что ни есть иное потребуется в Адмиралтейство, в Полицию, к заводам, рудным, соляным, к земледелию и прочая: тогда Президент из канцелярии тотчас назначить должен к тому способных людей из числа академиков, и они должны в том трудиться, и труд свой в канцелярии объявить, о чем будет то место, от которого что требуется, по порядку канцелярскому, из канцелярии уведомлено. Или ежели, — подчеркивая, добавляет параграф, — когда кто из академиков сделает какое-нибудь изобретение, которое служить может или к пользе полиции, или к силе военной и проч..., то академики о том должны донести письменно Президенту, в небытность его, канцелярии, которая тотчас сообщит туда, куда сие принадлежит“. Значит, Академия не только исполняет поручения правительственных мест, но и сама сообщает правительству все свои „изобретения“, которые могут найти практическое применение, или „служить могут... к пользе“ разносторонней правительственной деятельности. Устав считал нужным со сравнительной подробностью остановиться на тех государственных нуждах, в пользу которых должна быть направлена деятельность Академии. Так, § 2, сказав, что „государству не может быть инако яко к пользе и славе, ежели будут такие в нем люди, которые знают течение тел небесных и времени мореплавание, географию всего света и своего государства“, конкретно устанавливает, „что польза непосредственно та от них, что мореплаватели будут искуснее в государстве, которые не токмо описание всех земель подлинные сочинить, но иногда и незнаемые изобретать могут“. В § 3 устав провозглашает важность „примечаний и новых изобретений... в травах, деревах, камнях, солях, рудах, одним словом, во всем том, что внутрь и на поверхности земли находится“ — тем более, что „всех сих вещей, по большей части, не только добродетели и надобности, но имена часто неизвестны“. § 4 говорит, что, „в государстве, в котором учреждена уже полиция добрая, художествы, мануфактуры, армия, флот, чужестранное купечество, необходимая нужда стараться изобретать материи, краски и различные художествы“, что такому государству „надобны всякие машины, как к армии, так и ко флоту, добрая архетиктура, гражданская и военная, искусное выливание пушек, чищение каналов, рек и их сообщение, учреждение фабрик, шелковых, суконных, земледелие и сады и прочие бесчисленные нужды, которые к полиции принадлежат“. И, наконец, § 5 утверждает, что „кроме знаний, до натуральных вещей касающихся, которые всякое государство для своего совершенства иметь должно, часто случается нужда в измерении веса, меры, соревнования между собой вещей натуральных и художественных“.

Применительно к этим правительственным нуждам, устав и строит Академию Наук прежде всего по специальностям академиков: астроном, географ, ботаник — с пояснением „искусный и в истории натуральной“, „анатомик“, химик, физик („физики экспериментальной“), механик и математик — всего 10 человек, „в которых прилежании состоит“, по словам § 8 устава, „разъискание всех вещей натуральных и художественных“. Таковы же, по тому же § 8, задачи почетных членов Академии, относительно которых § 7, между прочим, предписывает „посылать к ним трудные академические изобретения для освидетельствования и от них требовать их собственных изобретений в науках“. Впрочем, задача их учреждения шире этой формулировки: тот же § 7 далее говорит о необходимости так организовать институт почетных членов, чтобы через них Академия „изо всех мест Европы иметь могла корреспенденцию“. Значит, почетные члены Академии не только сами производят „разъискания всех вещей натуральных и художественных“, но и собирают и сообщают Академии о „разъисканиях“ других лиц в этих огромных областях знания; можно добавить, что, учреждая почетных членов „во всех Европейских знатнейших государствах“, устав сознательно стремится к устроению специфической научной агентуры во „всех местах Европы“, чтобы везде и во-время снять все сливки научной мысли и деятельности в актуальнейших областях естествознания и физико-математических наук.

Все же, что находится за пределами этих точно очерченных нужд правительства определенно и решительно отсекается уставом 1747 г.: отпадает вся огромная область общественных наук и в плане самостоятельных работ и в плане иностранной ученой корреспонденции. Надо ли говорить, что живые потребности той же повседневной практики в ряде случав фактически сломали навеянные осторожливой экономией перегородки устава?

Но вместе с тем принимаются все меры к тому, чтобы ни одно достижение укороченной уставом Академии и ни одно поступившее в нее со стороны сведение не были утрачены; ради этого упрочивается положение „конференц-архивы“, хранящей рукописи работ и ученую переписку академиков и т. д., и создается должность секретаря Академии, мотивируемая потребностью „содержания истории Академии“.

При такой постановке дела устав естественно вносит в работу Академии Наук начала плановости и отчетности и вводит строгий порядок.[1]

Так, оформив Академию, как один из своих департаментов, и еще перед тем введя ее под свой ближайший надзор путем назначения ее президентом брата негласного мужа императрицы, правительство разрешило задачу борьбы со старым „немецким“ режимом в Академии: оно устроило и в академии и над ней свой строгий контроль в лице русских людей Теплова и Разумовского. Еще до того оно начало и далее ревностно продолжало внедрение русских людей на места адъюнктов и академиков.[2] Это стремление правительства было враждебно встречено „немецкой“ Академией.

Правительство, пользуясь Академией в целом ряде важнейших государственных дел: в изучении естественных богатств, военном, морском деле, в вопросах промышленности, путей сообщения и т. д., естественно опасалось доверять свои секреты иностранцам, служащим по контрактам и с ним за пределами контрактов никак и ничем не связанным, тем более что, как показывают случаи с Делилем и Шлецером, оно имело все основания быть подозрительным; вместе с тем, правительство всегда должно было считаться с несговорчивостью и претензиями иностранцев, у которых, при неудовольствии всегда оставалась возможность отъезда; русский же человек естественным образом казался правительству в обоих отношениях удобнее: он надежнее в обращении с государственной тайной и доступнее начальственному воздействию.[3] А иностранцы-академики не всегда справедливо полагали, что русские ученые стоят ниже тех, которых можно выписать из-за границы. Рядом с этой „русскою“ политикою правительства в Академии стоит тяжелая и доселе, к сожалению, не изученная муть русско-немецких отношений в самой Академии. Недавнее и пока еще не опубликованное любопытнейшее исследование

---

[1] Так § 14 предписывает: „В начале всякого года, т. е. генваря, по крайней мере, в первых числах, академик всякой должен в собрании своем письменно объявить, в чем он будет в будущий год трудиться, и по прошествии всякой трети года, а именно, когда время придет таковые брать, всяк должен на письме подать президенту, что он сделал и как далеко с своим адъюнктом в наставлении его прошел“. См. также §§ 11 и др.

[2] Относительно первых оно ввело особый § (13) в устав Академии.

[3] В последнем смысле бывали, конечно, и исключения — крайне редкие, но зато необычайно эффектно выраженные. Из них самым эффектным был, конечно, М. В. Ломоносов.

И. И. Любименко впервые ставит попрос о русско-немецких столкновениях на почву глубокого различия в классовой психологии обеих групп.[1] Если наблюдения автора будут подтверждены дальнейшим подробным изучением, ей будет принадлежать честь доселе неудававшегося объяснения этой тяжелой мути. Как бы то ни было, но три аннинско-елизаветинские десятилетия глубоко пропитаны этой тяжелой и нездоровой мутью. В ее отравляющей обстановке шла вся научно-исследовательская и научно-организационная работа Академии. А жесткие, сдавливающие и принижающие науку и научную деятельность, формы устава 1747 г. в ее условиях наполнялись особо ядовитым содержанием.

При этом надо учесть, что с конца предыдущего периода начал в угоду сильным людям резко меняться к худшему состав академиков-иностранцев.

Все это не могло не отозваться самым тяжелым образом на положении научной работы в Академии, на ее определенном и заметном современникам упадке.

Если к перечисленным обстоятельствам присоединить, что правительство елизаветинского двадцатилетия никогда не отпускало на Академию средств в размерах, достаточных для ее все же развертывающейся работы, то станет ясно, что в общем положение в Академии за это время совсем не улучшилось, а скорее даже ухудшилось, по сравнению с предыдущим десятилетием. Мудрено ли, что при таких условиях работы Академия пришла в полное расстройство? Мудрено ли, что тогда за границей стали ходить тяжелые толки о предстоящем закрытии Академии?

Но все же за это глухое для Академии время она в некоторых отношениях имела достижения огромной важности. Среди ее научных успехов надо прежде всего отметить важные результаты замечательной деятельности Ломоносова, который работал, впрочем, почти в полном научном одиночестве. В ее научно-организационной работе наиболее крупное значение имела деятельность того же замечательнейшего русского академика: создание химической лаборатории, организация географических работ по анкетному методу, внедрение в деятельность отдельных академиков начала плановости и практических заданий, огромного для страны значения. Вместе с тем практическая установка регламента 1747 г. и глубокий, и, надо сказать, вдохновенный практицизм руководства академичиских работ в последние годы елизаветинских десятилетий со стороны М. В. Ломоносова еще теснее, чем прежде, сблизил Академию с центральными и местными учреждениями страны, а оживление в середине века хозяйственных интересов и достижений дворянства, купечества и „крепких“ крестьян, надлежащим образом доселе еще неизученное,

---

[1] Надеясь, что это исследование будет вскоре опубликовано, ограничиваюсь этим указанием.

намечающееся развитие промышленности и сельского хозяйства, борьба вокруг права торговли, которым наполнено это время и лишь венцом которой являются наказы и прения в екатерининской комиссии, внимание, которое в эту пору власть снова начинает уделять купечеству, создали для Академии возможность широкого расширения своей деятельности навстречу увеличивающейся тяге к сильнейшей эксплоатации естественных богатств страны...

Все это и было учтено новым правительством имп. Екатерины II, за короткое пребывание мужа которой, имп. Петра III, муть русско-немецких отношений в Академии и стране достигла, можно сказать, своего апогея и падение которого, несомненно, связано с попыткой вернуться к режиму имп. Анны и Бирона.[1]

Повидимому, следует считать совершенно несомненным, что это хозяйственное оживление, которым полны пятидесятые и шестидесятые годы XVIII в. и которое отражалось и в самой Академии — прежде всего в деятельности ее крупнейшего научного и организационного работника, фактически с середины 50-х гг., если не ранее, ставшего ее руководителем М. В. Ломоносова, — захватывает собой и новую императрицу и ее правительство, возглавляемое типичным дворянином эпохи — Г. Г. Орловым. В несомненной связи с этим стоит их интереснейшая попытка расширить и углубить участие Академии в изучении экономической географии России и направить возможный максимум ее сил и средств на разнообразное содействие развитию русской сельскохозяйственной и фабрично-заводской промышленности. Стремясь к этому, императрица и ее правительство, в полном соответствии с интересами русского торгующего дворянства, придавала елизаветинскому департаменту по научно-исследовательскому и научно-организационному обслуживанию потребностей центральных и местных учреждений новый характер „всероссийского бюро“ по вопросам промышленности и торговли — пока справочного, в дальнейшем, несомненно, экспертного и организующего характера. Замысел этого коренного и очень глубокого переустройства Академии определяет собой очень многое в академической политике правительства начала нового царствования, одним из первых актов которого было приятное для местного дворянства поручение Академии составить атлас сельскохозяйственных продуктов. С ним связана была и формально временная, но решенная навсегда, ликвидация в Академии старого бюрократического режима с передачею управления ею самим академикам, по назначению императрицы и под „дирекцией“, в согласии с елизаветинскою традицией, одного из братьев фактического мужа императрицы.

Но высочайший указ, которым была „учреждена при Академии Наук“ Комиссия, очерчивал ее функции без должной определенности, с неко-

---

[1] Система внутренней и внешней политики Петра III, к сожалению, изучена еще очень недостаточно.

торой даже как бы двусмысленностью. С одной стороны, он устанавливал, „что должность всех их“, т. е. учреждаемой Комиссии, „разбирать все департаменты, дабы привести в лучшее состояние“; этим он давал Комиссии очень специальное по теме назначение — выработать план возвещенной в указе о назначении Орлова директором реформы и определял характер Комиссии, как временного учреждения, которое должно закрыться как только будет выработан и осуществлен план реформы Академии. Но с другой стороны, тот же указ предписывал Орлову, „для лучшего успеха... со всеми назначенными не только рассматривать все дела, но и управлять оными, наблюдая при том, чтобы приходам и расходам веден был счет порядочный“; таким образом фактически он заменял ею канцелярию в вопросах административно-хозяйственного и организационного характера и придавал самой комиссии смысл и значение постоянного учреждения, мало того, как бы даже руководящего академического центра для всей массы важнейших повседневных дел, обеспечивающих возможность правильной постановки и бесперебойности научной работы Академии.[1]

Указ императрицы о назначении Орлова по Академии никак не определял его должности, ни специальным наименованием президента, предусмотренным в регламенте 1747 г., ни каким-либо иным, а самые функции Орлова определял в следующих выражениях: во-первых, „за нужное почли определить такую поверенную от ее императорского величества персону, через которую ее бы величество даваемые свои повеления той Академии объявлять, так и нужды ее ведать могли“, и, несколько ниже, во-вторых: „повелевая при том ему иметь дирекцию канцелярии и исполнять во всем по тем ее императорского величества ему, графу Орлову, даваемым повелениям, которые яко словесные, он в Академии записывать будет“. При этом самое назначение Орлова в Академии рассматривалось, как временное и так сказать экстренное: „для сего избран впредь до указа...“

[1] Указы см., например, в книге гр. В. Орлова-Давыдова „Биографический очерк графа Владимира Григорьевича Орлова“ I. СПб, 1878, стр. 86 и 90., а также в Архиве АН, ф. 3, оп. I, № 477. То же двойное впечатление от действий и распоряжений Орлова в канцелярии. С одной стороны, как говорит последняя запись в протоколах канцелярии 31 октября, Орлов, „будучи в присутствии в канцелярии, объявил данной ему имяной высочайшей ее императорского величества за подписью собственные ее величества руки сего ж октября 30 числа указ, коим повелено при Академии Наук под дирекцией его сиятельства для разобрания и приведения в лучшее состояние всех академических департаментов учредить комиссию“ и т. д.; специальность задачи и временный характер учреждения здесь налицо. С другой стороны, Орлов тогда же „приказал“ сообщить в Сенат и академические департаменты, что в „канцелярии Академии Наук ничего впредь до указу производиться не будет“, и что „для того, кто имеет дела до Академии Наук, тот адресоваться будет к одной Комиссии“. Далее Орлов тогда же отдал ряд распоряжений, определявших для комиссии помещение, штат, порядок делопроизводства и денежных отчетов и выдач в основном так, как они имелись в канцелярии. Эти приказания Орлова придают Комиссии характер как бы постоянного и значение руководящего учреждения. Архив АН ф. 3, оп. I, № 447.

Повидимому, императрица никоим образом не считала в этом указе Орлова самостоятельным и ответственным начальником Академии: он, по смыслу указа, только ее доверенное лицо в Академии, пользуясь которым она устанавливает свою личную как бы непосредственную связь с этим учреждением, которое отныне ею „взято... в собственное свое ведомство"; поэтому он, по указу, никоим образом не президент Академии.

С этим коренным переустройством Академии связана и упорная борьба ее новых начальников за плановость работы академиков, хорошо выясненная в однажды уже указанном исследовании И. И. Любименко. Этим перестройством же объясняется и разгрузка Академии от работ по вопросам художеств созданием специальной Академии Художеств в 1764 г.[1] В этом же плане надо рассматривать и заботы по привлечению из-за границы крупных ученых специалистов в разных областях естествознания. Впрочем, здесь екатерининская политика по коренному переустройству Академии смыкается с ее решением в Академии национального вопроса. Дело заключалось в следующем обстоятельстве.

Молодая императрица, немка по происхождению и глубоким внутренним симпатиям, была посажена на престол русским дворянством, испуганным перспективою немецкой конкуренции на службе. За время своей долгой жизни в России она не раз демонстративно блистала русским патриотизмом, а став самодержавной императрицей, она тотчас же во всех своих выступлениях, начиная с манифеста от 28 июня, зашумела его пышными каскадами. Но совершенно несомненно, что если вообще для этих лет можно было говорить о патриотизме и национальном чувстве этой дамы, то они были густо окрашены в немецкие, более того, прусские цвета; недаром же она во время семилетней войны выдавала прусскому королю русские военные секреты... Это сразу же определило ее отношение к той мути русско-немецких столкновений, которой была наполнена вся жизнь Академии, и к вождю русской оппозиции М. В. Ломоносову, на которого с первых же дней ее царствования посыпался удар за ударом. Так, еще в июле 1762 г., в явный обход его, как заведующего географическим департаментом, было поручено его главным противникам, Миллеру и Тауберту, составление карт русской сельскохозяйственной промышленности, в августе того же года он был отстранен от заведывания Географическим департаментом, а в мае 1763 г. уволен в отставку. Чрезвычайно показательным было то, что ни одно из этих решений не было осуществлено, а летом 1764 г. императрица Екатерина посетила его на дому, как бы засвидетельствовав этим свое примирение с лидером русской оппозиции в ее Академии. Очевидно, ломать его до конца было рискованным делом даже для всероссийской императрицы. Зато еще в начале 1764 г. в Академию был введен новым сочленом молодой противник

[1] По уставу 1747 г. Академия официально называлась „Академия Наук и Художеств".

М. В. Ломоносова — Шлецер... В дальнейшем в Академии снова группируются приглашаемые из-за границы крупнейшие немецкие ученые и снова ее русские работники отходят на второй план. Но это совершилось уже после смерти М. В. Ломоносова в 1765 г.

Замыслы и реформы имп. Екатерины по Академии падают на первые годы ее царствования. Это годы „Большого Наказа", годы разнообразных попыток императрицы пойти по пути, если не ликвидации, то смягчения крепостных отношений в России. Несомненно, что то коренное переустройство Академии, которое она замыслила, в конечном счете должно было пойти на мельницу этой основной проблемы внутренних социальных отношений в Империи: реформа должна была помочь торгующему дворянству организовать заново, без опоры на крепостной труд, свое хозяйство.[1] Но прения из-за наказа с деятелями Двора и правительства, а потом дебаты в Комиссии выказали полную невозможность крестьянской реформы без восстановления против императрицы почти всего корпуса русского дворянства, с естественным результатом всей этой борьбы — новым дворцовым переворотом.[2] Тогда императрица пошла в Каноссу к дворянству, но вместе с тем начала процесс бюрократизации своей империи. Конечно в эпоху энергичной борьбы за бюрократизацию империи Академия Наук не могла остаться островком, недоступным для прибоя новых волн. И они ее захлестнули: в 1783 г. было ликвидировано академическое самоуправление введением советников по назначению императрицы, и жизнь в Академии вернулась к привычным формам старой всевластной академической канцелярии, с ее чуждыми всякой науке советниками; в этом смысле Академия шагнула назад — в доломоносовский период академической канцелярии.[3]

---

[1] Таково, повидимому, было и назначение Вольного Экономического Общества.

[2] Не сомневаюсь, что вопрос о ликвидации крепостных отношений в стране для императрицы был связан с проблемою создания новой социальной опоры для самодержавной монархии, зависимость которой от организованного в гвардии дворянства обходилась ей очень дорого.

[3] 24 января 1783 г. последовал высочайший указ сенату, совершенно ломавший академическое самоуправление в хозяйственных и административно-организационных делах, а через то и в многосложных научно-организационных работах; указ предписывал: „как при Санкт-Петербургской Академии Наук учреждена была комиссия из профессоров в том намерении более, дабы сочинить план на каком основании оной быть впредь; но сие не было исполнено; а между тем между членами той комиссии и бывшим академии директором камергером Домашневым произошли взаимные жалобы и представления, то и препоручили мы избранным от нас особам рассмотреть нынешнее состояние той Академии и представить нам мнения их, на каком основании ей впредь остаться; вследствие сего помянутая комиссия, из профессоров составленная, более нужна быть не может; академики, ее составляющие, долженствуют остаться членами академического собрания и при других своих должностях с тем жалованьем, которое каждый из них до сего получал; для управления же дел экономических по Академии Наук и прочих, касающихся до наблюдения порядка, повелеваем определить в помощь директору Академии двух советников шестого класса да для хранения казны и держания из оной расходов казначея осьмого

Л. Эйлер, который в такой обстановке провел первые 14 лет работы в Академии, вероятно, очень живо и больно почувствовал возвращение к ней...

II

Физически Л. Эйлер был крепок и, вероятно, еще в молодом возрасте обещал долголетие. Только его глаза с ранних лет отличались слабостью. Позже, так как он весь отдавался своей работе, он сильно испортил себе зрение, а в 1735 г. потерял правый глаз, затем в 1766 г. — левый; восстановив зрение операцией, он вернулся к работе раньше и в большем размере, чем было можно, и снова потерял зрение, но, повидимому, не навсегда и не совсем.[1] Физическая крепость Л. Эйлера и его удивительная память в соединении с замечательной работоспособностью и умением распределять работу и чередовать ее с отдыхом, дали ему достаточно возможности для учебных и ученых занятий.

Современники, вспоминая Л. Эйлера после его смерти, удивлялись его разнообразным и многосторонним познаниям. Это был, действительно, энциклопедист основательного знания и глубокий эрудит в своей специальности. Стоит отметить, что, по отзывам современников, он хорошо знал „лучших писателей древнего мира“, „древнюю литературу по математике“, „историю всех времен и народов“, языки „древние“, „восточные“, современной Европы и в том числе русский, а также ботанику, химию, физику, анатомию и медицину. Повидимому, многие из этих знаний Л. Эйлера были фактического свойства. Насколько они были значительны, можно судить по рассказу Фусса о том, что Л. Эйлер не только мог без ошибки прочитать целиком всю „Энеиду“, но и назвать первые и последние стихи на каждой странице того ее издания, которым он сам пользовался.[2] Но над всеми этими знаниями у него царила математика; именно ей он был глубоко предан.

Быстро накапливая фактические знания в разных областях науки, Л. Эйлер никогда не замыкался в одном их приобретении. Наоборот, его всегда влекло к установлению прочных связей между различными известными ему элементами знания и к глубокой постановке общих вопросов философского порядка. Но при всем разнообразии его знаний и занятий,

---

класса с присяжными с жалованьем по здешним окладам из суммы, отпускаемой на содержание Академии“. Советниками в силу этого указа были определены О. П. Козодавлев (впоследствии известный деятель александровского царствования) и В. А. Ушаков. Первый присутствует в заседаниях 15, второй 16 февраля 1783 г. Старые советники-академики заседали вместе с ними до 17 февраля, когда состоялось определение о внесении „господ советников Ушакова и Козодавлева в список академических членов“. См. Арх. АН, ф. 3, оп. I, № 554 л. 650—687, 689 и 691.

[1] Пекарский, I, стр. 253—54 и 295.

[2] Фусс, „Éloge de M. L. Euler“, St. P., 1783, стр. 67; „Histoire de l'Académie royale des Sciences“, Paris, MDCCLXXXVI, стр. 64—65.

работа в области математики и особенно вычислительная была основной и всепоглощающей страстью Л. Эйлера. Безраздельно господствуя в его сознании, она властно подчиняла себе всякое новое его содержание, а многое — в том числе и все, что наиболее живо волнует человека — столь же властно и решительно в него не допускало: так музыка воспринималась Л. Эйлером, как гармония пропорций, Виргилий давал ему повод к сравнению математических трактатов, а новая изящная литература, театр и все трепетное биение современной ему жизни, в которой рождалось новое общество и отражением которой они были, совершенно оставались вне поля его сознания. Но вместе с интересом к жизни, театру и литературе в нем отсутствовал и простой человеческий интерес к живым людям, с их повседневными радостями и горем, чужое ни в коей мере не загромождало его сознания, не мешало его личной гигантской работе математика.

Так строилась его огромная и бессознательная рационализация всего поведения и уклада жизни под углом требования его непрестанной научно-исследовательской деятельности.

Характер Л. Эйлера совершенно соответствовал тем же требованиям: уравновешенный, но твердый и настойчивый, — с удивительным даром чувства меры во всех случаях и делах жизни, работы и человеческих отношений, веселый, с юмором и насмешливостью; скромный, простой и приятный в обхождении, без каких бы то ни было, хотя бы случайных и мелких, проявлений гордости, недоброжелательства, зависти или честолюбия. Это, впрочем, не значит, что он действительно был очень добр и совершенно свободен от тяжелых чувств превосходства, внутреннего высокомерия и ревности по отношению к своим ближним: зато он в совершенстве умел казаться таким...

Внутренне очень уравновешенный и внешне совершенно выдержанный, Л. Эйлер обладал даром огромной, так сказать, социальной устойчивости. Это сказывалось во всем, от домашнего уклада и языка до почти традиционной религиозности на кальвинистический лад. Поэтому он и в Петербурге и в Берлине выглядел и был рядовым швейцарцем XVIII в. Как таковой, он, республиканец по форме правления в своем государстве, был почтительным и усердным слугою прусского короля и всероссийских императриц, а его лойальность в отношении к государям даже как бы переходила в приверженность к ним. И вообще, как человек, он, видимо, не поднимался над обычным людским уровнем: он полон заботы о самом себе и в существе дела холоден и безразличен к другим, кроме семьи и учеников; давал деньги в рост, был льстив и уклончив и умел представлять начальству вопрос в желательном для него освещении...

Братья Бернулли еще в 1726 г. написали Л. Эйлеру, что „нашли ему то, что искали“, но в то же время уведомляли его, что ему предстоит работать не математиком, а физиологом, и советовали ему „применить свои математические способности к физиологии", что он тотчас же и начал делать.[1]

Впрочем, по приезде Л. Эйлера в 1727 г. в Петербург он был все же произведен в адъюнкты математики, при чем, по свидетельству Фусса, „не было уже более никакой речи о физиологии". И дебют его в Академии был очень удачен; Фусс говорит, что „дебют отвечал ожиданиям, которые питали на его счет Академия и его земляки Герман и Бернулли".[2]

То, что юный Эйлер нашел в Петербурге земляков и полное внимание с их стороны, было, конечно, для него очень большим подспорьем — тем более, что он приехал в Петербург в очень трудный и ответственный момент для Академии. Как говорит Кондорсе, Л. Эйлер вступил на русскую почву в день смерти вдовы имп. Петра I Екатерины I,[3] т. е. в момент когда почва под Академией заколебалась. Тревожное настроение академиков передалось и Эйлеру, который, по справедливому замечанию его панегериста, тогда еще не имел такого имени, как Д. Бернулли, и потому находился в особо трудных обстоятельствах. Но все же он, вероятно, опираясь на земляков, видимо, долго крепился на академической службе, но, наконец, не выдержал и сделал попытку перейти „dans la marine Russe" к адм. Сиверсу, который уже и пообещал ему место, как вдруг в начале 1730 г. обстоятельства резко переменились, затем положение Академии определенно улучшилось, а вскоре изменилось к лучшему и положение самого Л. Эйлера: дело в том, что в эти тяжелые и тревожные годы Л. Эйлер, повидимому, очень вырос, как ученый, в глазах своих товарищей, среди которых были люди выдающихся ума и знаний. В этом смысле чрезвычайно показательно, что в конце лета 1728 г. Шумахер уже мог писать Президенту о зависти, которую испытывал к Эйлеру знаменитый физик Бильфингер".[4]

---

[1] Подробности здесь и далее у Пекарского, I, в биографии Л. Эйлера.

Об определении Л. Эйлера сохранилась запись в протоколах канцелярии за 1726 г. „По указу Е. И. В. велено Эйлеру быть при Академии. И оному надлежит послать на проезд денег сто тридцать рублев векселем, через профессора Даниеля Бернулли, написав в расход, с распискою на щет академической"... „Материалы для истории имп. Академии Наук", I, стр. 209.

[2] Фусс стр. 8—9. В реестре 1727 г. Л. Эйлер назван „матезис сублимиорис адъюнктус." „Адъюнктус" в том же документе переведено, как „приданный". „Материалы", I, стр. 273, 278.

[3] Судя по формулировке самого Кондорсе переговоры Л. Эйлера с Сиверсом имели место в конце 1729 г. или начале 1730 г. — скорее даже последнее, потому что вопрос о переходе Л. Эйлера на морскую службу, повидимому, не успел получить никакого движения; по крайней мере, в Морском архиве, кажется, не имеется никаких документальных следов представления Сиверсом Л. Эйлера на службу „dans la marine Russe". Формулировка Кондорсе: „M. Euler... prit la résolution d'entrer dans la marine Russe: un des Amiraux de Pierre I-er lui avoit déjà promis une place, lorsque heureusement pour la Géométrie, l'orage élevé contre les Sciences se dissipa..." См. его „Éloge de M. Euler" в „Histoire de l'Académie royale des Sciences", Paris., M. DCCLXXXVI, стр. 39.

[4] Пекарский, I, стр. 88.

Немудрено, что, когда вскоре после того Бильфингер оставил Академию и Россию, именно Л. Эйлер был определен „профессором“ физики.[1] Это окончательно закрепило его положение в Академии Наук. А через два года с небольшим, после отъезда за границу Д. Бернулли, Л. Эйлер был определен на его место профессоом высшей математики.

Источники, которыми мы располагаем, главным образом, сухие и сжатые записи протоколов и оффициальная переписка с ее условным языком, дают нам несколько черт к восстановлению и пониманию большой работы Л. Эйлера в Академии Наук в годы его первого приезда.

Это прежде всего его участие своими докладами в ученых заседаниях конференции. Его доклады, во-первых, часто следуют одии за другим, во-вторых, нередко занимают два заседания, а, напр., в 1733 г. был случай, когда один его доклад занял под ряд три заседания конференции.[2] При этом самое обсуждение его докладов часто проходит очень активно.[3] Иногда же Л. Эйлер организовывал дискуссии без доклада,[4] также оживленно проходившие.[2] Кроме того Л. Эйлер выступал в торжественных заседаниях конференции.[3] Насколько были часты его выступления и заявки докладов в конференции, можно видеть уже из того, что он вскоре после. приезда зарегистрировал в конференции 13 докладов.[4]

Устные научные выступления Л. Эйлера не ограничивались чтением докладов и торжественных речей в Академии: он выступал в ней с публичными лекциями по логике и „вышней“ математике и с лекциями в Академическом университете — точнее, гимназии по физике и математике“.[5]

Таким образом Л. Эйлер читал и часто и перед очень разнообразной аудиторией: перед небольшим и очень узким кругом своих ученых товарищей, перед пестрыми — и в значительной мере подневольными — рядами посетителей торжественных „ассамблей“, весьма мало в своем огромном большинстве способными разобраться в научных сюжетах на мертвом ученом латинском языке, перед любителями наук и модниками публичных лекций и, наконец, перед студентами Академии.

Постоянный ученый докладчик конференции, Л. Эйлер был таким же постоянным сотрудником академических комментариев, в каждой книге которых он помещал по несколько своих „mémoires“. Кроме того он писал

---

[1] 2 января 1731 г. „Материалы“, VI, стр. 296. По контракту от 20 VI 1731 г. он был назначен „профессором теоретической и экспериментальной физики“ с 1 I 1732 г. „Материалы“, II, стр. 58.

[2] См., напр., „Протоколы заседаний конферанции Имп. Академии Наук с 1725 по 1803 года“, I, стр. 83—88 и по указателю на стр. 800—805.

[3] Ibid., I, стр. 54—55.

[4] Реестр 1727 г. перечисляет 13 „рассуждений“ Л. Эйлера, относительно которых замечает: „Леонард Эйлер, профессора высшие математики адъюнкт, или приданный, в приватных собраниях последующих рассуждений несколько уже исследованию профессоров предложил, протчие вновь предложит“. „Материалы“, I, стр. 278.

[5] „Материалы“, II, 223 и 555, III, 566 и 723.

научно-популярные статьи для так назыв. „Примечаний“ к „СПб Ведомостям“. Наконец, для академической гимназии он составил учебник арифметики, который на русский язык перевел его ученик, первый русский адъюнкт, Ададуров.[1]

Таким образом Л. Эйлер охватил своею авторской работой три круга читателей: ученых, еще очень немногочисленных в России, но за границей уже жадно ожидавших выхода очередного тома Комментариев нашей Академии, сравнительно много более широкие русские образованные читательские круги, для которых если не основным, то наиболее доступным источником знаний были „СПб. Ведомости“ [2] и, русских в своем большинстве, учеников академической гимназии.

Л. Эйлер неоднократно исполнял особые поручения конференции и канцелярии. Так, в 1735 г. он принимал участие в исследовании присланных из Москвы весов, в 1738 г. — в комиссии о мерах и весах в 1739—1740 г. в изучении пожарного насоса, который устроил „токарь Петра Великого“ и начальник академических мастерских А. Нартов, в том же 1739 г. — пильной машины академического механика Брукнера, исследовал устроенные тем же А. Нартовым портовые весы.[3] В 1736 г. он участвовал в освидетельствовании присланных из конторы генерал-кригс-комиссара магнитов.[4] Вместе с тем на Л. Эйлера неоднократно падало участие в производстве экзаменов как академическим гимназистам, так и кадетам.[5] Кроме того, в 1737 г. он вместе с академиками Байером, Гольдбахом и Крафтом был определен к составлению проекта „смотрам-экзаменам“ для кадетов.[6] В 1739 г. он был назначен в специальную комиссию для освидетельствования „машинного дела подмастерья“ „в знании машинного дела“.[7]

Но особое значение имела работа Л. Эйлера в Географическом департаменте Академии Наук.

---

1 Пекарский, I, стр. 254. „Материалы“, II, стр. 355, III, стр. 566, X, стр. 252. Фусс рассказывает, что „plusieurs Académiciens s'étoient chargés, sur la demande de leur Chef, de composer des ouvrages élémentaires; et notre Géomètre ne crut point s'abaisser par un travail inférieur à ses forces, mais annobli par son but, qui étoit l'instruction publique. La complaisance, avec laquelle il se prêtoit à toutes les commissions extraordinaires, et le zèle qu'il mettoit dans leur exécution, lui en attira plusieurs, et entre-autres l'inspection du département géographique, que le Dirigeant Sénat lui conféra en 1740“. См. его „Éloge de M. L. Euler“, стр. 17—18.

2 Доселе, надо сказать, как следует, не изученные.

3 См. здесь и ниже Пекарский, I, стр. 254—255. „Материалы“, II, стр. 709—710, III, 612—615, 631—634, 663—668, IV, 6, 120—121, 131, 171—173, 203, 212, 223, 232, 236, 269, 301—302, 304, 395—396.

4 Ibid., III, стр. 11 и 29.

5 Ibid., стр. 846, IV, 419, 479, 487; сведения для 1737—1738 гг. „Протоколы“, I.

6 Ibid., IV, стр. 431—432.

7 Ibid., IV, стр. 27 и 43. Очень любопытен состав комиссии, в которую, кроме академиков Л. Эйлера и Крафта, входили два выдающихся техника Академии Наук — Нартов и Брукнер, при переводчике Тауберте.

Довольно рано, еще в 1733 г., Л. Эйлеру начали давать поручения об „экзамене“ карт — одному с Крафтом, или с Делилем.[1] 7 сентября 1734 г. Канцелярия Академии, в связи с рассмотрением некоторых вопросов по камчатской экспедиции, дала особое поручение Л. Эйлеру: „господам профессорам Крафту и Эйлеру имеет приказано быть о обсервациях господина Делиля исследовать, к чему они и господина Делиля, привлещи и потом Академии репортавать имеют“.[2] Так, он оказался контролером старшего себя по возрасту и службе, но очень неладившего с академическим начальством, товарища. А немного более года после того, 1 сентября 1735 г., Л. Эйлер был определен в помощь Делилю по географическому департаменту,[3] что, конечно, также было формою начальственного контроля за последним.

Основною задачею Географического департамента в эти годы, как и позже, было составление нового атласа и новых карт России. В понимании путей и средств к выполнению этой задачи и определении приемов работы у Л. Эйлера оказались глубокие расхождения с Делилем. Уже тогда Л. Эйлер вместе с Гейнзиусом и независимо от Делиля представил особую записку о составлении генеральной карты России.[4] Тогда же высочайшим указом было поручено Л. Эйлеру, Винсгейму и Ле-Руа рассмотреть географический лексикон, который составлял Делиль.[5]

Все же некоторое время они работали вместе, — в частности в 1737 г. над составлением инструкций для геодезистов по наблюдению широты и долготы мест, операциям для измерения земли и черчению карт; при этом авторы инструкции согласно указали на необходимость для геодезистов предварительно пройти при обсерватории Академии соответственную подготовку.[6]

К августу 1739 г. Л. Эйлер попрежнему работал с Делилем по составлению генеральной карты России. Инструкциею этого года работа Л. Эйлера в Географическом департаменте была подтвреждена, но оказалось значительно урезанным самостоятельное положение в нем Л. Эйлера.[7] Соображая последующее, можно, пожалуй, предположить, что Л. Эйлер сам просил освободить его от основных работ до департаменту, уступая

---

[1] „Протоколы“, I, стр. 88—89. [2] „Материалы“, II, стр. 488.

[3] Ibid., II, стр. 790. [4] Ibid., III, стр. 412—414. [5] Ibid. III, стр. 503.

[6] Свенске, „Материалы для истории составления атласа Российской империи, изд И. А. Н. в 1745 году“, СПб., 1866. стр. 35—36. Не ясно в какой связи стоит эта работа Л. Эйлера и Делиля с поручением, которое в том же году было дано им обоим „сочинить“ „генеральную инструкцию... с довольными изъяснениями“ для геодезистов, отправляемых Татищевым в Сибирь, Казанскую, Симбирскую и Вятскую губернии. См. „Материалы“, III, етр. 547, VII, стр. 757.

[7] В инструкции от 22 октября 1739 г. между прочим сказано: „Mr. le professeur Euler assistera au bureau de géographie, afin que dans les occasions il puisse donner ses avis, qu'on lui demandera par rapport aux affaires de géographie“. См. „Материалы“ IV, стр. 230, также Свенске, стр. 29.

тонкой интриге Делиля, видимо желавшего избавиться от ставшего слишком авторитетным и влиятельным товарища.[1]

Но вслед затем и интрига Делиля и уклончивость Л. Эйлера были биты жизнью: в начале 1740 г. Делиль уехал в Сибирь наблюдать прохождение Меркурия перед диском солнца и тогда, вслед за его отъездом, президент Бреверн поручил Л. Эйлеру и Гейнзиусу „общее их о сем деле мнение объявить, которое они... на письме и подали“. В результате продолжение работ по составлению генеральной карты империи было поручено им (24 мая 1740 г.), а потом, в самом конце мая, Л. Эйлер был поставлен во главе Географического департамента. Это было 31 мая, а уже 2 июня он выступил с особым, новым, очень стройным и вместе с тем весьма практически задуманным планом работ. Он полагал необходимым, предварительно составления генеральной карты России, изготовить специальные карты областей, построенные с учетом „политического разделения“ государства, всех селений, речек и т. д., каждой области. Так как для составления карт некоторых областей нехватало поуездных карт, Л. Эйлер предлагал ходатайствовать перед сенатом об изготовлении и доставлении Академии недостающих карт, с обязательным сообщением методов их составления. Равным образом он считал нужным просить адмиралтейств-коллегию о представлении Академии карт морей, озер и рек. Кроме того, он предлагал приобрести необходимые для работы заграничные карты. Вместе с тем настаивал на необходимости „собрать в особом журнале все учиненные внутри империи астрономические наблюдения относительно долготы и широты мест, а равно сведения об их всех расстояниях между собою, о течении рек, об уклонении магнитной стрелки и т. д.“ По его мнению, исполнение этих его предложений даст департаменту возможность точнее изготовлять карты и впоследствии их проверять. А пока он считал и возможным и необходимым „составлять... из наличного запаса“ „партикулярные“ карты областей. Этот план Л. Эйлера

[1] Так канцелярия позже утверждала перед Сенатом, что Делиль „тайно подучал профессора Эйлера, чтоб он отказался от географического дела, под таким видом, будто он время свое на гораздо полезнейшие дела употреблять может и притом глаза свои только портит. Сие ему, Делилю, совершенно удалось, потому что, несколько времени спустя, профессор Эйлер отговорился от продолжения географических трудов“. Судя по размещению канцелярией фактов во времени, надо полагать, что уговоры Делиля относятся ко времени еще до его поездки в Обдорск. „Материалы“ IV, стр. 247. К сожалению, ранняя история департамента доселе изучена очень недостаточно. Он возник, повидимому, еще в 1732 г., под названием „географической палаты“ и до 1739 г., как кажется, оставался небольшим и, судя по некоторым указаниям источников, не вполне сорганизованным учреждением. В эти годы он был известен под различными наименованиями: палаты, бюро (главным образом во французских документах), конторы, музея, департамента (главным образом в немецких). Его „Einrichtung“ в 1739 г. дало ему стройную организацию. Оно, повидимому, было результатом долгой подготовительной работы, в процессе которой, между прочим, были учтены как пожелания и „извинения“ Делиля в медленности изготовления „генеральной карты“, так и начальственное недоверие к нему. Срвн. Свенске, стр. 146 и Пекарский, стр. 131—132. Сведения о департаменте вообще см. у Свенске.

был принят Академией и начат осуществлением. Сразу „заметно оживилась“ вся деятельность Академии, в особенности же Географического департамента: скопировано было много карт, необходимых для пополнения генеральной карты, начерчены некоторые новые, между прочим, карта границ России с Турциею, и вообще подготовлено и прилажено много чертежей и карт, годных для атласа“... Несмотря на это, Канцелярия торопила Л. Эйлера и Гейнзиуса с работою.[1] 21 августа 1740 г. Л. Эйлер представил 13 маленьких рукописных специальных карт России; они были переданы для хранения в архив Академии, с тем чтобы в случае нужды, могли быть оттуда доставляемы в Географический департамент. Но в тот же день Л. Эйлер возбудил, в весьма решительных выражениях, вопрос о совершенном освобождении его от работ по географии. Его ходатайство было удовлетворено; дело после него перешло к его прежнему помощнику Гейнзиусу.[2]

Сам Л. Эйлер — по крайней мере позже — не считал свой план и его исполнение идеальными, но все же полагал, что им было задумано и Гейнзиусом выполнено именно то, что оказывалось возможным и являлось необходимым сделать в конкретных условиях времени и места. В этом смысле представляет интерес следующее его замечание через пять с половиною лет о своей и Гейнзиуса работе по русской картографии: „Что до географии касается, то я надеюсь, что господин профессор Гейнсиус сочиненный мною план в состояние и к окончанию привел, и, хотя я не сомневаюсь, что господин Делиль оным не очень доволен, да и я не спорю, что еще многое поправить можно, однако я весьма сомневаюсь, чтоб то без нового действительного измерения учинено быть могло. По крайней мере, я уверен, что география российская чрез мои и господина профессора Гейнсиуса труды приведена гораздо в исправнейшее состояние, нежели география немецкой земли, и того бы довольно было до тех пор, пока достальные исправления учинить возможно будет“.[3] В связи же с его решительным расхождением с Делилям следует заметить, что Л. Эйлер посвятил способу Делиля чертить географические карты, по которому и были составлены первые карты России, особую статью: „De projectione geographica Delisliana in mappa generali Imperii Russici usitata“.[4]

Повидимому, его участие в обсуждении конференцией текущих академических дел обратило на него внимание товарищей и начальства, и в последней четверти 30-х гг. он неоднократно входит в состав различных комиссий организационного характера. Кроме отмеченной выше Комиссии 1737 г. по вопросу о „смотрах-экзаменах“ для кадет, он в том же 1737 г. входит в состав особой Комиссии, „для лучшего при академии

---

1 „Материалы“, VIII, стр. 74.

2 Свенске, стр. 41—44; „Материалы“ VI, стр, 495, 543 и сл.; VII, стр. 757. К этому времени относится поданная по начальству Л. Эйлером, Гейнзиусом и Винсгеймом записка относительно астрономических обсерваций. См. „Материалы“, IV, стр. 376—382.

3 „Материалы“, VIII, стр. 74.

4 Пекарский, I, стр. 145.

в гимназиях порядка и учреждения, о содержании учеников и обучении", а в 1740 в состав комиссии по рассмотрению новых академических штатов.[1]

Присматриваясь к деятельности Л. Эйлера в Академии Наук этих лет, нельзя не признать ее энергичной, — более того, кипучей. Если не считать его отказа от работы по географии (собственно, картографии), к которому он как-будто, имел все основания, то можно отметить, кажется, только один случай его отказа от работы — столь же впрочем, рискованный, сколь и своеобразный: от предложения составить гороскоп несчастному „Ивану-царевичу" русской действительности XVIII в., впоследствии краткосрочному императору и долголетнему крепостному сидельцу — Иоанну VI.[2] Все же другие поручения или предложения работы, какой бы она ни была, он, повидимому, всегда принимал и во-время исполнял. Эта изумительная по напряженности и безотказности деятельность Л. Эйлера в Академии, повидимому, не раз приводила его к временному нездоровью, а в 1735 г. вызвала тяжелое заболевание с утратою в его результате правого глаза.

О потере Л. Эйлером правого глаза у нас есть несколько известий. Так, сам Л. Эйлер, прося в августе 1740 г. освободить его от работы в Географическом департаменте, между прочим писал: „География мне гибельна. Вы знаете, что я за нее поплатился глазом, а теперь опять нахожусь в подобной опасности; когда мне сегодня утром прислали часть карт на просмотр, то я тотчас же почувствовал новый припадок, потому что эта работа, требуя всегда рассмотрения одновременно большого пространства, сильнее утомляет зрение, чем простое чтение или одно описание".[3] Но Фусс, который был должен знать дело по живому преданию в семье и Академии, писал об этом иначе: глаз погубили большие и спешные вычисления, которые в три дня, вместо нескольких месяцев, сделал к удивлению Академии Л. Эйлер.[4] С своей стороны Кондорсе глухо за-

[1] „Материалы", III, стр. 470; Пекарский I, стр. 718—719.

[2] Кондорсе рассказывает об этом в следующих выражениях: „Son érudition ètoit très-étendue, sur-tout dans l'histoire des Mathématiques; on a prétendu qu'il avoit porté sa curiosité jusqu'à s'instruire des procédés et des règles de l'Astrologie, et que même il en avoit fait quelques applications; cependant lorsqu'en 1740, on lui donna ordre de faire l'horoscope du Prince Yvan, il représenta que cette fonction appartenoit à M. Kraft, qui en qualité d'Astronome de la Cour, fut obligé de la remplir". „Histoire", стр. 63—64. Этот дипломатический отказ очень характерен для Л. Эйлера как человека.

[3] Пекарский, I, стр. 255—256.

[4] Фусс рассказывает об этом в следующих приподнятых выражениях, говоря об его „grande facilité à traiter les questions les plus difficiles et de son extrême application": „Il en fournît un exemple bien plus frappant, lorsqu'il s'agissoit en 1735 de faire un Calcul qui exigeoit de la hâte, et pour lequel les autres Mathématiciens avoient demandé quelques mois de tems. M. Euler s'engagea à le faire en trois jours; et il le fit au grand étonnement de l'Académie. Mais que ce travail lui coûta cher! il lui attira une fièvre chaude qui le mit au bord du tombeau. Il en revint pourtant, mais avec la perte de l'oeil droit que lui ravit un abscès survenu pendant la maladie. La perte d'un organe aussi précieux eût été pour tout autre un puissant motif de se ménager, afin de conserver l'oeil qui lui restoit; mais il ne connut point de relâche: il eût renoncé aussi facilement à la nourriture qu'au travail, dont l'habitude perpétuelle lui avoit fait un besoin". Фусс, стр. 12—13.

мечает, что Л. Эйлер утратил глаз из-за астрономических вычислений.[1] Вероятно, обе стороны правы, а их разноречие надо понимать так: Л. Эйлер потерял глаз в результате спешных астрономических вычислений, которые делал для географо-картографических целей.

Такая энергичная, кипучая и в существе дела безотказная деятельность Л. Эйлера в Академии естественно повышала его значение в ней. К тому же старый состав академиков заметно редел, а среди новых товарищей почти не было людей, равных по своему научному значению уезжавшим. Так в порядке служебного старшинства Л. Эйлер уже приближался к тому, чтобы стать старейшиной, деканом Академии, а вместе с тем росла его слава, как великого, несмотря на свою молодость, математика: гениальность сказывалась с такой силой, что ее не было возможным ни отрицать, ни даже замалчивать. И в нем самом росло сознание своей огромной значительности. Это лучше всего показывает его заявление о желании заключить новый контракт, поданное 12 января 1740 г. и написаное в тоне и стиле высокой внутренней самооценки.[2]

Вероятно, в эти последние годы он принимал какое-то участие в делах военного ведомства. По крайней мере, в это время своим покровителем Л. Эйлер, видимо, имел фельдмаршала Миниха; так, он сам отмечал, что Миних „оказывал" ему „честь своим особливым расположением"; он даже полагал, что Миних „мог бы, в случае надобности, дать," ему, „подлинное удостоверение в усердии... к службе короля".[3] Это покровительство, конечно, также поднимало его значение в Академии.

Показателем роста значения Л. Эйлера в Академии может быть эволюция его „жалованья": в 1727 г. по должности адъюнкта — 300 руб., в 1731 г. по должности профессора — 400 руб., в 1733 г. — 600 руб., в 1735 г., по привлечении к работам Географического департамента — „понеже должность не его, но чрезвычайная", дополнительно — 200 руб., в 1740 г. — 1200 руб.; с 1740 г. — без особых выплат на квартиру, дрова, свечи, но с сохранением 200 руб. за работу по Географическому департаменту.[4] Послед-

---

1 „En 1735, les efforts que lui avoit coûtés un calcul astronomique pour lequel les autres Académiciens demandoient plusieurs mois, et qu'il acheva en peu de jours, lui avoient causé une maladie suivie de la perte d'un œil; il avoit lieu de craindre une cécité complète s'il s'exposoit de nouveau dans un climat dont l'influence lui étoit contraire: l'intérêt de ses enfans l'emporta sur cette crainte; et si on songe que l'étude étoit pour M. Euler une passion exclusive, on jugera sans doute que peu d'exemples d'amour paternel ont mieux prouvé qu'il est la plus puissante et la plus douce de nos affections". „Histoire", стр. 61.

2 „Материалы", IV, стр. 297—298. В записи о новом контракте Д. Бернулли назван „предком" Л. Эйлера, конечно, в смысле предшественника. „Материалы", IV, стр. 573.

3 Пекарский, I, стр. 256—257. Л. Эйлер имел в виду прусского короля Фридриха II. Его ссылка на то, что Миних „мог бы в случае надобности дать подлинное удостоверение" в его, Л. Эйлера, „усердии... к службе короля", приобретает особый интерес в связи с попыткою Миниха ориентировать русскую политику на Пруссию.

4 „Материалы", I. стр. 273, II, стр. 58—59, IV, стр. 350. Сверх того, по переписке с Д. Бернулли он получал 25 руб. в год. „Материалы" IV, стр. 208.

няя норма оплаты в 1200 руб. в год была нормою знаменитого предшественника Эйлера Д. Бернулли, к которому теперь, наконец, он был, так сказать официально, приравнен. Это было венцом его величия и максимумом признания его высокой значительности в первый период его работы в Академии Наук.[1]

Другой показатель признания — в следующем факте последних месяцев его жизни в Петербурге и работы в Академии. В заседании 10 апреля 1741 г. была представлена для нового издания немецкая грамматика, относительно которой между Крафтом и Штелином возникли „dubia". Л. Эйлер принял на себя посредничество меж ними, что ему повидимому и удалось,[2] хотя он и не был специалистом в лингвистике.

Однако, было еще одно обстоятельство, также по своему способствовавшее росту значения Л. Эйлера в корпорации „профессоров" и административно-организационных работников Академии. Дело в том, что он, может быть, не без некоторых колебаний, но очень определенно стал в той борьбе, которая шла в Академии, на сторону фактического вершителя всех академических дел того времени — Шумахера. При этом нельзя сказать, чтобы Шумахер, со своей стороны, относился к Л. Эйлеру с особенным уважением, по крайней мере в начале его академической деятельности. Более того, в его замечаниях по адресу Л. Эйлера ранней поры не чувствуется уважения даже к его научной работе.[3] И все же Л. Эйлер оказался на его стороне. По крайней, мере, к такому впечатлению приводит анализ сохранившихся до нас известий, в которых он обычно выступает с людьми и мыслями шумахерова круга.

В чем следует искать причину этого? Вероятно, с одной стороны, спокойный деловой расчет: только в единении с Шумахером можно было обеспечить себе возможность, ненарушаемой его произволом, научной работы. Для человека единой научной страсти, каким был Эйлер, уже это могло решить вопрос, — тем более в годы, когда он молодым человеком начинал огромную научную работу, которую Шумахер иногда с большою легкостью мог спутать или даже совсем прервать. Но кажется, было еще одно обстоятельство, которое иным образом сближало его с Шумахером и его точкою зрения, если и не на управление Академией, то на существо Академии: на превращение ее в Академию Наук и Художеств. Дело заключалось, повидимому, в том (по крайней мере, отчасти), что Л. Эйлер в 1733 г. женился на дочери живописца Академии Наук Georg'a Gsell'я или Xsell'я.

---

[1] Пекарский, I, стр. 477—478. [2] „Протоколы", I, стр. 673—674.

[3] Для академических нравов и представлений о научной работе этого времени чрезвычайно показателен один совет Шумахера Блюментросту: „напишите к г. Эйлеру... чтоб он занимался опытною физикою", — совет, продиктованный вовсе не соображениями научного порядка или какими либо расчетами делового свойства, — нет, только сугубо практическим и очень житейским соображением: Бильфингер завидует Эйлеру, и надо развести пути их ученой работы. Пекарский, I, стр. 88.

Это был любопытнейший деятель Академии первых десятилетий ее существования; швейцарец родом, он был женат на внучке известнейшей немецкой художницы Марии Сибиллы Мариан — Марии Доротее, и сам, по определению Н. Н. Врангеля, „примыкал к немецкой школе"; он долго жил в Голландии, торговал там старыми вещами и, если верить Я. Штелину, „был... замечательным знатоком мастеров нидерландской школы". Так, впитав в себя соки двух высоких культур северной живописи, Гзелль был сам, по признаниям людей XVIII в. (Штелин), „недурным историческим и бытовым живописцем", — мнение, к которому примыкают и знатоки XX в.: тот же Н. Врангель определяет Гзелля как „недурного рисовальщика", впрочем с оговоркою, что он, как все швейцарцы, писал сухо и жестко". Гзелль работал много и разнообразно: Я. Штелин, который, видимо, знал несколько картин в присущем Гзеллю роде, особенно вспоминал его „мертвую голову с потухшей еще дымящейся свечею" и „музыкальные инструменты"; по делам Академии Наук известны рисунки Гзелля по линии „куриозного": „внутренние части" умершего льва, „рыба кит", „бородатая женщина", бывший при Академии японец Демьян Поморцев, который „умре", „славный мужик" великан Буржуа, которого имп. Петр I в погоне за рослыми людьми женил на „огромной чухонке"; также по тем же делам известен его „проект об иллюминации на праздник коронации" имп. Петра II. Кроме того, Ровинский называет его портрет А. П. Волынского, а А. И. Успенский приоткрыл и некоторые другие стороны работы Гзелля: так он расписывал искусственный дворцовый грот со всякими морскими причудами, писал религиозные картины для Петропавловского собора и евангелической церкви ап. Петра на темы Нового Завета, картины и „эмблематы" для триумфальных ворот на „Адмиралтейском острову" и у „Троицкой Пристани", составлял планы росписи нового сенатского зала. Он одно время работал при знаменитом Караваке. Позже конкурировал с Григорием Мусикийским.

Жена Гзелля („Гзельша" официальной переписки) тоже служила в Академии Наук; она преимущественно писала „птиц редких", травы, цветы и т. д.; от 1723 г. сохранилось известие, что она „кунст-камеру по классирам водяными красками смалевывает".

Чета Гзеллей не только исполняла разнообразные живописные работы для Академии Наук и других правительственных мест, но и обучала „живописному и миниятюрному художеству" в академических гимназиях, рисовальной школе и фигурной школе, причем их ученики, — в большом количестве, или даже сплошь, русские (Ф. Черкасов, А. Греков, Некрасов, Малиновский, Шелесперов и другие). Гзелль сыграл некоторую роль и в организации знаменитой второй камчатской экспедиции, или великой сибирской, так как в 1733 г. он составил инструкцию для ее рисовальщиков.[1]

---

[1] См. Н. Врангель, „Иностранные художники XVIII ст. в России" в журнале „Старые годы", 1911, июль—сентябрь, стр. 36, 37 и 80; Успенский А. И. „Словарь художников,

Чета Гзеллей вообще очень прочно срослась с Академией, а ее сын Израэль в мае 1743 г. был студентом Академического университета.[1] Их дочь, как уже было сказано, за 10 лет перед тем вышла замуж за Л. Эйлера.

Брак с девушкой из этой семьи не только крепко привязывал Л. Эйлера к Академии, но и, так сказать, в бытовом порядке семейных отношений приближал его к Шумахерскому пониманию Академии, как Академии Наук и Художеств, и теснее прежнего связывал с фактическим полновластным хозяином Академии. Эта связь до некоторой степени была еще усилена тем, что брат Л. Эйлера Иоганн-Генрих с 1735 по 1741 г. учился живописи у его тестя Гзелля.[2]

И все же Л. Эйлер ушел из Академии. Нам следует рассмотреть как это случилось.[3]

Почин в переезде Л. Эйлера в Берлин принадлежал Прусскому королю Фридриху II, который письмом от 14 июня 1740 г. поручил своему другу и чрезвычайному саксонскому послу в Петербурге Зуму привлечь Л. Эйлера на прусскую службу.[4] Зуму, повидимому, очень быстро удалось склонить Л. Эйлера на, так сказать, принципиальное принятие предложения прусского короля, но все же согласование желаний и требований обеих сторон затягивалось, — и это несмотря на то, что Л. Эйлер, видимо, еще более хотел оставить Петербург для Берлина, чем в Берлине хотели его заполучить.[5]

Сам Л. Эйлер в своей автобиографии также приписывает почин в деле своего переселения королю Фридриху II прусскому.[6] Вероятно,

---

в XVIII веке писавших в императорских дворцах", М. 1913, стр. 53—54 (фамилия транскрибируется: Гезель, в цитатах Езель). Сводку сведений см. в Русском Биографическом Словаре, том Герберский — Гогенлоэ. Любопытно, что чета Гзелль с 1748 г. получала 720 руб., не считая дополнительных на дрова и свечи 45 рублей и 100 руб. наградных за каждого обученного мальчика. После смерти мужа вдова получала жалования 360 руб.

1 „Материалы", I, стр. 550. „Гзельша", правда, еще до смерти мужа в 1734 г. ездила в отпуск в Амстердам и вернулась в Россию.

2 Пекарский, I, стр. 208.

3 Отъезд Л. Эйлера в Берлин, его берлинский период и возвращение в Россию недавно изучены W. Stieda в книге „Die Übersiedlung Leonhard Eulers von Berlin noch St. Petersburg", L., 1931.

4 Фридрих писал: „Faites ce que Vous pourrez pour engager M. Euler, grand Algébriste; et si Vous pouvez, amenez le avec Vous. Je lui donnerai mille ou douze cents écus de gages". 15 июля король повторил свое поручение-просьбу: „Amenez Euler si Vous le pouvez. On lui donnera mille écus de pension ou douze cents". См. „Cerrespondance familière et amicale de Fréderic Second, roi de Prusse, avec U. F. de Suhm, conseiller intime de l'Électeur de Saxe et son Envoyé extraordinaire aux Cours de Berlin et de Pétersbourg", II, à Genève, 1787, стр. 178—186.

5 Кое-что о переговорах см. у Пекарского I, стр. 256—257.

6 Он пишет: „Als hierauf A. 1740 Seine noch glorreich regierende königl. Majestät in Preussen zur Regierung kamen, so erhielt ich eine allergnädigste Vocation nach Berlin, welche ich auch nachdem die glorwürdige Kayserin Anna verstorben war, und es bey der darauf folgenden Regentschafft ziemlich mißlich auszusehen anfieng, ohne einiges Bedencken annahm..." См. ст. П. Пекарского „Екатерина II и Эйлер" в „Записках АН", VI, СПб., 1865, стр. 77.

в той части, в которой оно касается переезда в Берлин, сообщение Л. Эйлера правильно передает факты, но, повидимому, надо считать совершенно несомненным, что, еще возбуждая вопрос о новом контракте, а особенно при самом его заключении, Л. Эйлер уже имел в виду возможность отъезда из России — по крайней мере, Л. Эйлер „не обязался" в нем „сколько лет ему служить". Сама академическая канцелярия впоследствии отмечала это, добавляя, что „также и от Академии точного времени и сроку не положено, когда ему о своем увольнении просить, как то в других при Академии Наук заключенных контрактах обыкновенно бывало".[1]

То, что многоопытная и искушенная в контрактах Академическая канцелярия не внесла пункта о „времени и сроке" в договор с Эйлером, можно, конечно, понять лишь так, что сам Л. Эйлер отказался включить в контракт этот пункт, вокруг которого, конечно, велись меж ним и руководителем канцелярии Шумахером долгие обсуждения и, может быть, споры. Но все это показывает одно: что Л. Эйлер, возбуждая вопрос о новом контракте и заключая его, сам про себя уже решил или, по крайней мере, хотел оставить Академию и Петербург.

Свое согласие принять королевское предложение о переезде в Берлин сам Л. Эйлер объяснял тем, что „после кончины достославной императрицы Анны, при последовавшем тогда регентстве, дела стали идти плохо".[2] Конечно, Л. Эйлер, который хорошо помнил время Петра II, мог бояться, что политические обстоятельства в дальнейшем развертывании событий снова примут лично для него тяжелый, а быть может и опасный, оборот... Повидимому, к этому и ведут и какие-то сведения Кондорсе, которых он не изложил в своем „Éloge", но в нем использовал. Так, набросанная им общая картина Петербурга в 1740 г. дышит страхом Л. Эйлера за себя, а его знаменитый ответ прусской королеве-матери показывает, что и в Берлине Л. Эйлер не мог отрешиться от страшных впечатлений Бироновщины.[3] Очевидно, впечатления были столь сильны, что Л. Эйлер подал свое прошение об увольнении со службы, хотя уже

---

[1] „Материалы", IV стр. 612.

[2] Пекарский I, стр. 258; того же автора „Екатерина II и Эйлер" в „Записках АН", VI, стр. 77 „Идти плохо" в смысле „принимать опасный оборот".

[3] Кондорсе пишет: „On sent tout ce que dut éprouver l'âme de M. Euler, lié à ce séjour par une chaîne qu'il ne pouvoit plus rompre: peut-être doit-on à cette circonstance de sa vie, cette opiniâtreté pour le travail dont il prit alors l'habitude, et qui devint son unique ressource dans une Capitale où l'on ne trouvoit plus que des satellites, ou des ennemis du Ministre, les uns occupés de flatter ses soupçons, les autres de s'y dérober: catte impression fut si forte sur M. Euler, qu'il la conservoit encore, lorsqu' en 1741, l'année d'après la chute de Biron, dont la tyrannie fit place à un gouvernement plus modéré et plus humain, il quitta Pétersbourg pour se rendre à Berlin, où le Roi de Prusse l'avoit appelé". „Histoire", стр. 40. Ответ Л. Эйлера королеве известен только в передаче того же Кондорсе. По его словам, Л. Эйлер на ее вопрос отвечал:" Madame, ... parce que je viens d'un pays, où quand on parle on est pendu"... „Histoire" стр. 41.

прошло несколько месяцев, как Бирон утратил свою власть, но подал как-раз в момент, когда в корень заколебалось положение нового фактического правителя России, фельдмаршала Миниха, его, Л. Эйлера, последнего петербургского покровителя.

Как бы то ни было, но Л. Эйлер 16 февраля 1741 г., ссылаясь на состояние здоровья и „многие трудности в домашнем ... состоянии“ просил об увольнении от службы, добавляя: „и как я, в бытность мою здесь, оказанную всякую великую и необычайную милость, доколе жив, с должным благодарением исповедать и повсюду прославлять буду, то обязуюсь еще притом наисильнейше всегда, по крайней возможности, о чести и пользе императорской Академии Наук трудиться и все оное, к чему меня оскудение сил моих до сего времени не допустило, с Божиею помощию, сколько возможно, дополнить“.[1]

Неясно, как шли переговоры Л. Эйлера с канцелярией, но со стороны президента Бреверна его желание уйти из Академии и уехать из России, видимо, встретило определенно отрицательное отношение, преодолеть которое Л. Эйлеру и, кажется, канцелярии, едва ли не стоило большого труда. Наконец, но не ранее второй половины марта, согласие президента было получено. Оставалось получить согласие Кабинета, со стороны которого, видимо, боялись отказа, — по крайней мере, представление, которое пошло об Л. Эйлере в это высшее правительственное место, было составлено с предусмотрительным учетом всех возможных обстоятельств в пользу Л. Эйлера — в частности, содержит его полуобязательство „договором обещанные дела и книги, в немецкой земле по частям сочиняя, со временем сюда присылать“ и намек на возможность „пришедши в лутчее здоровье, из немецкой земли опять в Россию возвратиться“.[2]

Только 20 мая Кабинет удовлетворил тонко составленное представление канцелярии об Л. Эйлере.[3] Но Академия в этот момент была уже и очень долго оставалась без президента: Бреверн еще в апреле был признан государственным преступником и, хотя и прощен, однако уволен из президентов.[4] Положение, сколько можно судить, снова начинало становиться совсем тревожным и для Академии и для академиков ... И тогда, повидимому, торопливо Л. Эйлер „первым уехал в Берлин, Г. Крафт в Тюбинген, и многие, еще оставаясь, готовились к дороге, чтобы уехать из России“, как позже говорил, вспоминая это время, мемуарист-историк Академии ... Поспешность начавшегося разъезда академиков отмечали позже, жалуясь на Шумахера и его порядки, оставшиеся товарищи.[5] Казалось, начиналась неотвратимая гибель Академии...

---

[1] „Материалы“, IV, стр. 572. [2] Ibid., IV, 612, Пекарский, I, стр. 257.

[3] Пекарский, I, стр. 257. [4] Ibid., I, стр. 719—721.

[5] „Abrégé anécdotique“, л. 16 об. В профессорском доношении в Сенат указано, что Л. Эйлер и некоторые другие академики, „не разбирая, чья рука под абшитом подписана, и только желая того, как бы скорее отсюда отъехать, приняли абшиты и за рукою советника

Присматриваясь к тому, как Л. Эйлер уехал за границу, мы видим, что он, в изъятие из установившихся правил, уехал с определенными обязательствами не только научно-организационного, но и научно-исследовательского характера, т. е. и за границею как бы продолжал оставаться членом русской Академии. Еще более интересно то, что он уехал с какими-то не то полуобещаниями вернуться, не то намеками на возвращение. Такое положение было естественно завершить и оформить включением Л. Эйлера в число почетных членов Академии. Сам Л. Эйлер „просил дабы его почетным Академии Наук членом учинить, с определением пенсии по двести рублев в год". Затем письмом из Берлина Л. Эйлер обещал в случае, если ему будет положена пенсия „отправлением его в сочинении и других, касающихся до Академии дел, такие же или еще большие услуги, нежели, как в бытность его в Санктпетербурге было, показывать", добавляя, что „подлинно нарочито много материи имеет для отослания со временем в Академию, как скоро получить подлинную резолюцию от Кабинета о пенсии". Сверх того, он сообщал, что „имеет... способ к продолжению в Санктпетербурге начатой корреспонденции, которая со временем не бесполезна будет..., если только потребные на переписку деньги заплачены будут". Канцелярия, сообщая об этом кабинету, просила „определить" „оному Эйлеру" „за такую его принадлежащую до Академии корреспонденцию... годовую пенсию, против прочих обретающихся академических членов, по двести рублев на год, также и потребные на корреспонденцию деньги ему, Эйлеру, от Академии платить".

Определение канцелярии о назначении Л. Эйлера почетным членом говорит, что он „поданным своим при отъезде во отечество его доношением обязался, а потом уже из Берлина письмами своими обещал в пользу Академии Наук совершенное описание высшей анализии с корабельною наукою, также историю инфониторум сочиня, из Берлина в Академию Наук прислать, а притом через всегдашнюю корреспонденцию и другими математическими пиесами более того служить, нежели как он в действительной Академической службе был".[1]

Л. Эйлер уехал так, что в России, по всей видимости, едва ли не у многих оставил уверенность в желании вернуться обратно, хотя и писал в Пруссию, что „твердо решился жить и умереть под славным правлением" ее короля. И в Берлине он вел себя так, что надежда на его возвращение

Шумахера". Это, по мнению авторов доношения, было их „чести весьма предусудительно"— тем более, что прежде профессора не принимали абшитов даже за подписью президента. „Материалы", VII, стр. 552—553. Так резко изменились обстоятельства, и так сильно действовал страх, вырваться из объятий которого видимо считалось соблазнительным всякою ценою — вплоть до поруки корпоративной профессорской „чести"!

[1] Л. Эйлер как бы подчеркнул свою продолжающуюся связь с Академией, взяв с собой в Берлин пачку книг для Oberhofprediger'a D. Mauclerc'a. „Протоколы", I, стр. 683. „Материалы", IV, стр. 127 и 751. При этом определении было постановлено уплачивать Л. Эйлеру, кроме пенсии, по его счетам суммы за „до наук принадлежащие пересылки". О дипломе на звание поч. чл. — „Материалы", VIII, стр. 488.

в Петербург продержалась четверть века — пока он, действительно, не вернулся в Россию — несмотря на его неоднократные отказы ехать в Петербург и снова стать действительным членом Академии всякий раз, когда его оттуда звали.

III

Пересматривая материалы, относящиеся до берлинского периода деятельности Л. Эйлера в нашей Академии, надо прежде всего отметить его исключительное умение сохранять, а если надо, то и устанавливать добрые отношения со всеми вершителями академических судеб. Ясное дело, что он продолжает прежние добрые отошения с Шумахером, забывая о всех прошлых столкновениях временного характера и этим вызывая отмеченную Пекарским ироническую реплику Д. Бернулли. А позже, когда Нартов, свалив Шумахера, на время становится во главе Академии, Л. Эйлер тотчас спешит просить его о продолжении прежней, „дражайшей дружбы и склонности". Позже он опять продолжает дружественную переписку с Шумахером, выдавая ему головой всех своих прежних товарищей и устанавливая для себя примат его „удовольствия" перед „пользой Академии". В то же время он завязывает прочные отношения с восходящим придворным, административным и академическим светилом гр. Разумовским, братом фактического мужа императрицы Елизаветы. Видимо, тогда же он вступает в дружбу с его бывшим наставником Тепловым. Все это создает Л. Эйлеру блестящее положение в пору своеобразного академического триумвирата: президент Разумовский, советник Шумахер и ассессор Теплов, триумвирата, который фактически был, конечно дуумвиратом двух последних. Когда позже, в 1754 г., Миллер был назначен конференц-секретарем, Л. Эйлер стал искать его дружбы и содействия, хотя прежде поддерживал против него Шумахера. В конце 50-х гг. он обращался за помощью к Ломоносову, с которым давно, несмотря на его нелады с Шумахером и Миллером, установил отличные отношения. Впрочем, под самый конец жизни Ломоносова они оказались под сильным ударом. Неясно, что было настоящей причиной этого; во всяком случае поколебавшееся при Екатерине II положение Ломоносова облегчило для Л. Эйлера столкновение с ним. Повидимому, только смерть Ломоносова устранила ставший неизбежным разрыв. Но он совершенно совпал бы с новыми настроениями вокруг и в Академии первых лет царствования русской немки, императрицы Екатерины II.[1]

Тон его переписки с этими лицами в большинстве случаев просительный, иногда униженный, всегда со стремлением быть приятным,[2]

---

[1] Пекарский, I, страницы о берлинском периоде жизни Л. Эйлера — 258—292 и II, стр. 872—874.

[2] См., напр., у Пекарского выдержки в указанном месте I тома. Поражает своею униженностью тон письма к Теплову от 10 декабря 1748 г. „Материалы", IX, стр. 594—596.

кроме, конечно, случая редкой и непродолжительной размолвки с Шумахером, о которой далее. Что же касается его отношения к Разумовскому, то именно ему Л. Эйлер посвятил свое гениальное творение „Scientia Navalis“.[1] Все это, конечно, в высокой степени упрочивало его положение в Академии...

Относительно деятельности Л. Эйлера по Академии за берлинский период его жизни надо прежде всего заметить, что она была очень разносторонней. Отмечу здесь некоторые ее черты, не останавливаясь на ее пестрых и многочисленных подробностях.[2]

Прежде всего надо отметить, что Л. Эйлер и по отъезде в Берлин продолжал печататься в изданиях Академии Наук. По подсчету Саткевича, за берлинский период своей жизни Л. Эйлер опубликовал в России 109 работ (против 119 в Берлине).[3] Еще любопытнее наблюдение того же автора, что в „Комментариях“ СПб Академии Л. Эйлер опубликовывал работы чисто математического отвлеченного характера и при том на латинском языке, а в Берлине печатал главным образом работы прикладного характера на французском языке.[4]

Но вместе с тем, Л. Эйлер как бы сам присутствовал на заседаниях конференции. Так его „mémoires“ обсуждались в них и только потом печатались в изданиях Академии.[5] Затем Л. Эйлер сообщал конференции по ее запросам о новых изобретениях и открытиях [6] и делал ей известными различные научные новости, выступал арбитром в ученых спорах академиков между собой [7] и, наконец, исполнял разнообразные поручения конференции как и поручения канцелярии. Так, он, продолжая то, что

---

[1] Пекарский, II, стр. 417.

[2] Отсылаю читателя за подробностями к неустарелой книге Пекарского, где см. вышеуказанные страницы, посвященные берлинскому периоду жизни и деятельности в нашей Академии Л. Эйлера. Напомню, что Фусс таким образом формулирует участие Л. Эйлера в работах Академии за его Берлинский период: „M. Euler n'avoit cessé, pendant tout son séjour à Berlin, de rendre des services très-signalés à l'Académie Impériale, soit en lui vouant la plus grande et la plus importante partie de ses travaux littéraires, soit en veillant à ses intérêts économiques, ou en se chargeant de l'instruction de ses Elèves. Il n'a donc point“, прибавляет Фусс, „cessé de lui appartenir à tous les titres; et il faut croire qu'on a pensé de même à la Cour et à l'Armée de Russie, en lui accordant des sauvegardes et en le dédommageant de toutes les pertes qu'il avoit souffertes dans la dernière guerre à sa campagne pendant le séjour des Trouppes Russes à Berlin. Avec cette prédilection marquée pour le pays où il avoit passé les premières années de son adolescence et pour le corps où il avoit vu naître sa célébrité, M. Euler devoit naturellement nourrir le désir d'y retourner“, и рассказывает о мерах, которые к его возвращению в Россию приняла имп. Екатерина II (Catherine la Grande, как он ее называет). Фусс, стр. 46—47. См. также „Протоколы“, II, стр. 586.

[3] Саткевич. „Леонард Эйлер (в двухсотую годовщину дня его рождения)“, в ж. „Русская Старина“, 1907, XII стр. 483.

[4] Саткевич, стр. 467—506.

[5] „Протоколы“, II и III, passim.

[6] См. напр., в статье С. Я. Лурье в настоящем сборнике. В 1750 г. он описал ей солнечное затмение в Берлине.

[7] См. там же, напр., о споре акад. Рихмана и Вейтбрехта.

когда-то уже делал в Петербурге, вел для Академии обширную ученую корреспонденцию, составил темы для первого международного конкурса в 1749 г. и рассматривал предложенные решения.[1] Он же давал отзывы по математическим работам академических студентов. Кроме того, Л. Эйлер руководил занятиями молодых людей, которых Академия отправляла совершенствоваться в своей специальности за границу. Он даже устраивал их на житье у себя.

Так он как бы продолжал в Берлине свою деятельностью в Академическом университете.

Первым приехал к Л. Эйлеру учиться Котельников, которого Л. Эйлер принял очень радушно; затем приехали Румовский и Сафронов. Двум первым Л. Эйлер дал очень лестную характеристику; что же касается последнего, то этот, видимо, очень одаренный человек, был, по его словам „так сильно предан пьянству, что едва может быть от того удержан". В итоге цепи падений, раскаяний, клятв и новых падений он меньше, чем через год, был по просьбе учителя отправлен обратно в Петербург.[2]

Письма Румовского показывают, что обстановка в доме Л. Эйлера для его русских учеников оказалось очень сложной. Правда, жена Л. Эйлера была к ним, по крайней мере к Румовскому, очень внимательна (Румовский в письмах к сыну Эйлера впоследствии называл ее „Votre et ma mère"). С его старшим сыном у них — опять-таки, по крайней мере у Румовского—установились очень хорошие, даже дружественные отношения, и они, можно сказать, вошли в семейный круг Эйлеров, да и сам Л. Эйлер очень добросовестно исполнял свои обязанности ответственного руководителя их занятий, но меж ними и им очень скоро и с большою силой встал финансовый вопрос. Дело в том, что академическая канцелярия определила молодым адъюнктам годовое содержание на время пребывания в Берлине в 360 руб. или, при курсе талера в 70 коп., 468 талеров каждому— сумма при дороговизне берлинской жизни довольно незначительная. Л. Эйлер сам писал Академии, что он за содержание у себя на дому своих учеников не может взять менее 240 руб., т. е. 312 талеров. Из рапорта Котельникова и Румовского Теплову мы узнаем, что другие пансионеры, действительно, платили Л. Эйлеру за свое содержание „всякий свыше трех сот талеров в год", но молодые адъюнкты никак не могли, с чем и Л. Эйлер соглашался, платить ему такую же сумму, потому что они из отпускаемых им средств, по его свидетельству, содержали учителей французского и немецкого языка, должны были подновлять свое платье и белье, платить прачке, парикмахерам и бритовщикам и т. д., причем, как он это сам же отмечал, берлинская жизнь была вообще гораздо дороже петербургской.

---

[1] См. у Пекарского, I, стр. берлинского периода, и Саткевича, стр. 485.

[2] Пекарский, 1 стр. 274—275.

В результате Л. Эйлер, повидимому, стал выражать сильное неудовольствие не только в официальной переписке, где он, напр., просил Академию взять своих адъюнктов от него обратно, потому что они ему убыточны и у него всегда найдутся другие, более выгодные, но и в повседневных, даже учебных, сношениях с ними самими, — так, Котельников и Румовский жаловались канцелярии, что он „во всех своих обхождениях крайнее неудоволствие показывает". Такое настроение Л. Эйлера привело к неизбежному педагогическому эффекту, который несчастные адъюнкты прекрасно сформулировали в полуриторическом восклицании-вопросе: „Теперь, милостивый государь, сами извольте рассудить, сколь наши велики могут быть успехи и сколь нам охотно обучаться, имея учителя, который на нас негодует и будто с принуждения обучает". Канцелярия не нашла возможным увеличить содержания адъюнктов и, в конце концов, в 1756 г. предписала им вернуться, что они и сделали летом того же 1756 г.

Приглядываясь к тому, как произошел разрыв меж Л. Эйлером и канцелярией, нельзя не заметить, что Л. Эйлер предлагал отозвать своих русских учеников еще в декабре 1754 г., а они были отозваны только летом 1756 г., и что самое их отозвание после долгой переписки о размере платежа и до окончания его занятий с ними явилось для него, повидимому, большой неожиданностью. Впечатление, которое поэтому естественно слагается, ведет к тому, что Академия под конец поторопилась как можно скорее вызвать из Берлина своих адъюнктов в виду приближающегося разрыва с Пруссией.

Однако, вопрос на этом не кончился. Л. Эйлер, говоря об убыточности для себя держать русских пансионеров, указывал, что реальный убыток не может быть даже покрыт „подарком, который ожидается в будущем": это, повидимому, собственно и есть плата за труды. Когда русские пансионеры были отозваны, он определил за каждый человекогод 100 талеров — при расчете всего за 7 человек 700 талеров, или 500 руб. Но Академия признала возможным уплатить только 300 руб., чем, впрочем, и он повидимому был в конце-концов доволен.[1]

Точно также Л. Эйлер исполнял поручения Академии по приисканию кандидатов для замещения „профессорских" и других должностей по Академии, а также таких, на которые она сама в установленном порядке рекомендовала кандитатов: напр., должностей ректора и конректора Московского университета[2]. Через него прошло и скандальное назначение преемником Ломоносову (при его жизни) по кафедре химии некоего Х. У. Сальхова, которого через несколько лет Академии пришлось самой

---

[1] Сухомлинов. История Российской Академии, II, стр. 41—45 и 416, III, стр. 12—13 и Пекарский, I, стр. 273—278.

[2] Заслуживает особого внимания его переписка по этой линии его деятельности. О ней см. у Лурье, Пекарского, I, стр. 275, а также в „Материалах", напр., XII, стр. 636 и VIII, стр. 503.

извергнуть из своей среды.[1] В этой работе Л. Эйлера по приисканию и оценке кандидатов необходимо отметить, как чрезвычайно важную черту, энергичное выдвижение им русских кандидатур — черта, которая тускнеет в его высказываниях и действиях позже, когда в начальные годы имп. Екатерины II в Академии наступает период как бы некоторой немецкой „реакции“ против тенденций елизаветинского времени. Уступчивость Эйлера в этом отношении не шла так далеко, чтобы полностью удовлетворить требования глашатая обрусения Академии М. В. Ломоносова, но все же его готовность пойти навстречу желанию правительства была очень значительна, — настолько, что он славил, как способнейшего астронома, Никиту Попова, к которому от его современников до наших дней идет, устойчиво держась во мнении историков и астрономов, определенно отрицательное отношение.[2] Иногда на Л. Эйлера возлагались поручения вернуть в Академию ушедших из нее корифеев: так, в 1747 г. ему много хлопот доставила миссия уговорить к возвращению в Россию, в Петербург, Д. Бернулли, поставившая Л. Эйлера в какое-то двусмысленное положение между Академией, которая хотела заполучить Д. Бернулли, чтобы заместить вакантную со времени отъезда Л. Эйлера кафедру высшей математики, и самим Д. Бернулли, который, из-за Шумахера не хотел ехать в Петербург. Повидимому, Л. Эйлер, переписываясь по этому поводу с Д. Бернулли, пытался выведать его мысли в большей степени, чем тот их сам раскрывал; если это, действительно, было так, можно понять, как создалась та почва, на которой через немного лет два друга, великих математика, охладели друг к другу, — чтобы не сказать: друг с другом поссорились, — на вопросе о премии, где Л. Эйлер был судьею, а Д. Бернулли уверенным в победе, но не увенчанным ею соискателем.[3]

Наряду с этой большою и очень ответственной работой по комплектованию новых кадров академиков, которую Л. Эйлер умел проводить в угодном для правительства духе, он вел не менее значительную объемом и характером работу по защите академии за границею от всяких на нее нападок. Пожалуй, более всего хлопот и неприятностей доставило ему

---

[1] Пекарский, II, стр. 556 и 872 — 874. Эпизод с Сальховым рассмотрен в моей ненапечатанной работе „Преемник Ломоносова. (К биографии акад. Х. У. Сальхова)“.

[2] См. об этом у Лурье. В числе аргументов за русских кандидатов Л. Эйлер особо выдвигает один, очень понятный для русского правительства и для академического начальства, которому, впрочем, действие этого аргумента несомненно ослаблял М. В. Ломоносов: „немцы чрезвычайно требовательны“... Пекарский, I, стр. 275.

[3] Пекарский, I, 116—117 и 262—263. Сравн. отрывок письма Л. Эйлера от 17 июля 1747 г. „Присланнный контракт послал немедленно к господину Бернуллию; но ваше высокоблагородие легко рассудите, что он за 1200 руб. едва ли к нам поедет.

Господин Президент, по милости своей, хотя великую надежду на меня полагает, однако я сумневаюся, откроет ли мне господин Бернуллий свои мысли; чего ради я наперед употребляю всякую предосторожность, чтоб мне не отвечать ежели сия негоциация не по желанию его высокографского сиятельства окончится.“ „Материалы“, VIII, стр. 502.

в этом отношении дело Делиля. У Л. Эйлера с Делялем были к этому времени старые петербургские счеты по Географическому департаменту. В свое время там, в ходе сложных отношений, Делиль, в надзор за которым был введен в департамент Л. Эйлер, сумел ловкими уговорами вывести его из департамента. Позже, когда Делиль уехал в Сибирь, Л. Эйлер вновь вошел в департамент уже его главой и переделал всю работу и замыслы Делиля. Мало того, он, вероятно, тогда же или еще ранее раскрыл канцелярии, как интригою Делиля он недавно вынужден был оставить работу в департаменте. Со времени этих столкновений прошло очень немного времени, когда их судьбы снова скрестились. Дело в том, что Делиль написал Л. Эйлеру письмо, в котором, между прочим, сообщил о своих отношениях с Академией, надеждах вернуться во Францию, наблюдениях новой кометы, а Л. Эйлер, видимо, тотчас же поставил о нем в известность Шумахера.

„Профессор Делиль о явившейся комете учиненные свои обсервации все мне сообщил, которые, хотя и нарочитой исправности быть кажутся, только с аглинскими обсервациями несходны и для того я не знаю, на которые больше положиться. А понеже видно, что господин Делиль никакого уже сообщения с Академиею Наук не имеет, то я все его обсервации при письмах к обретающемуся в Академии профессору Крафту послал. Помянутый профессор Делиль, по отъезде моем из Санкт-Петербурга, первое еще ко мне письмо писал, которое я недавно получил, а во оном своем письме меня уведомляет, коим образом дела его в таком худом состоянии, что он не знает, какой им конец будет; токмо уповает во Францию, как в свое отечество, не в долгом во времени возвратиться“.[1]

Канцелярия, которая как-раз в это время подбирала материал против Делиля для сокрушительного по нему удара, умело использовала сообщения о нем Л. Эйлера. Так, заметно погрешая против истины, канцелярия утверждала, что Делиль сообщил свои „астрономические... обсервации, не объявя Академии Наук... в чужие краи... о чем... проф. Эйлер нарочным своим к советнику Шумахеру письмом... объявляет“. Но из приложенного „экстракта“ явствует только то, что Делиль сообщил свои обсервации одному Эйлеру.

Собщение Л. Эйлера, что Делиль собирается уехать на работу во Францию, также было использовано канцелярией против Делиля.[2]

Через несколько лет положение Делиля несколько улучшилось. Повидимому, Шумахер со скорбию сообщил об этом Л. Эйлеру. Все ответное письмо великого математика выдержано в нарочито приятном для Шумахера тоне и исполнено резких выпадов против Делиля, за научною внешностью которых проглядывает стремление нанести ему удар как человеку. Когда немного более, чем через год после этого Л. Эйлер узнал

---

1 „Материалы“, IV, стр. 315—316.

2 „Материалы“, IV, стр. 314—315; Пекарский, I, стр. 134—135.

об отъезде Делиля из Петербурга и назначении ему пенсии под условием, что „он наблюдать будет ничего против Академии не писать“, Л. Эйлер сам предложил свои услуги к „защищению Академии“ от него, как и от всех других. И он впоследствии, действительно, защищал Академию против Делиля разбором его картографических работ по русской географии, а затем хлопотами по выпуску за границей крайне резкой брюшюры против него Миллера.[1] Впрочем, присущее Л. Эйлеру чувство меры удержало его от признания разумным того чрезвычайного гонения, которое русское правительство и Академия воздвигли на Делиля, к слову сказать, довольно безуспешно. „Я сильно сомневаюсь, чтобы подобные удивительные поступки могли много содействовать к распространению славы Академии Наук“, писал Л. Эйлер Шумахеру по поводу, действительно, скандального поведения Академии и правительства в делах Делиля и Санше, причем вся вина последнего заключалась в подозреваемом исповедании иудейства...[2]

Защищая Академию, так сказать, с оружием в руках, Л. Эйлер принимал и поручения, если можно так выразиться, дипломатического порядка в особо щекотливых делах. Так, напр., по делу с Гмелином президент в 1750 г. постановил „Господина профессора Эйлера просить, чтобы быть посредником в сем деле.“ И Л. Эйлер принял посредничество, хотя оно касалось очень щекотливого вопроса: Гмелин должен был открыть, „кто ему присоветовал то сделать и ведал ли кто его намерении, что он по контракту своему исполнить и назад быть не намерен“. Уступая уговорам Л. Эйлера, Гмелин впоследствии и указал на Миллера, как своего злого советчика („такое преступление и вероломство учинил по советам и научению ... Миллера“).[3]

Разбираясь в этом случае с Гмелином, необходимо иметь в виду, что Л. Эйлер был с ним в очень добрых отношениях и всячески отстаивал его интересы, перед академическим начальством, впрочем кроме одного случая: когда Л. Эйлер узнал, что уволенный Гмелин хочет вновь поступить в Академию, он писал Шумахеру: «Когда господин доктор Гмелин намерен паки определиться, то он, по всему виду, не иное какое намерение в том имеет, как через то, снискать себе милость у его графского сиятельства господина президента, чтоб после, по прошествии некоего времени, взять абшит с удовольствием и получить некоторые пользы, которых ему, при нынешних обстоятельствах, дать нельзя. Сие намерение похвалы достойно, ежели он токмо впредь оставит союз с профессором Миллером и во всем послушен будет академическим учреждениям“. (1747 VII 7).[4] Как известно, Гмелин, заключив договор, поехал за гра-

---

[1] Брошюра Миллера: „Lettre d'un officier de la marine russienne a un seigneur de la cour“, 1753. О выступлениях Л. Эйлера против Делиля см. у Пекарского, I, в биографии Делиля и стр. 407—408.

[2] Пекарский, II, стр. XL.

[3] „Материалы“, X, стр. 336—337 и 582.

[4] Ibid., VIII, стр. 501.

ницу и более в Россию не вернулся, подведя своим поступком врагов Шумахера — Миллера и Ломоносова.[1] Л. Эйлер, очевидно, в своем предсказании ошибся только в подробностях, а не в основном — в желании Гмелина обмануть канцелярию.

Чрезвычайно интересно, что в дальнейшем он всегда — горячий заступник Гмелина, что он даже умел находить несомненно рассчитанные на чувства слушателей трогательные житейские объяснения его образу действий, что он даже решительно противопоставил его Делилю, утверждая: „я поручился бы, что у него никогда не было намерения, как у Делиля, оскорблять Академию“...[2]

Одновременно с этими разнообразными работами Л. Эйлер вел за границею исполнение сложных заданий Академии по приобретению книг, аппаратуры, типографских и др. станов и т. д.[3] Это была очень хлопотливая работа. Ее особая отрасль — добывание для придворных празднеств, которые проектирует и устраивает Академия, проекционного и вообще, „волшебных“ фонарей и фейерверков.[4]

Такова в самых общих очертаниях была деятельность Л. Эйлера в Академии за берлинский период его жизни. Он сам ставил ее очень высоко. Так, в письме к Теплову от 10 декабря 1748 г., он между прочим писал: „Понеже прочие члены по большей части мало или весьма ничего до Академии не присылают, то уповаю, что его сиятельство господин президент на мое прилежание в заплачении годовых пенсий милостиво стотреть изволил“.[5] И академическая канцелярия очень ценила его берлинскую деятельность на пользу Академии.[6] И все же одно время (около года) Л. Эйлер не получал пенсии, упраздненной, как и все прочие, гневавшейся на Академию императрицей, а обычно получал пенсию с очень большим опозданием, как, впрочем, и возмещение всяких своих расходов по Академии.[7] Но при этом следует заметить, что Л. Эйлер никогда не прекращал работы для Академии — даже когда у него совсем была отнята пенсия.[8] И все же Шумахер считал Л. Эйлера определенно корыстолюбивым человеком. Так, 10 июля 1749 г. от писал Теплову об Л. Эйлере, намекая на его швейцарское происхождение: „Прошу вас прислать скорое решение на нынешнее представление, так как г. Эйлеру следует вознаграждение, соответствующее его расположению: point d'argent-point de suisse! А как деньги теперь редки в Академии, то пусть его наградят

[1] Пекарский I, стр. 443.

[2] Ibid., I, стр. 446—447 и 453, в последнем случае — хлопоты о вдове Гмелина. Несколько позже Л. Эйлер хлопотал и за Д. Бернулли.

[3] Напр. „Протоколы“, III, стр. 116. „Материалы“, X, стр. 604 и 678—679; VII, 124—125 и 133—135 и „дела“ Архива АН, в „делах“ есть счет Л. Эйлера от 1752 г., л. 477.

[4] См. у Лурье.

[5] „Материалы“, IX, стр. 595.

[6] Пекарский, I, стр. 259.

[7] Ibid., I, стр. 258—259; Саткевич; стр. 485; „Материалы“, VIII, стр. 124—125.

[8] См. „Протоколы“ за 1743—1744 гг.

книгами".[1] Повидимому, в отношениях на чисто деловой почве обнаружилась какая-то трещина, которую Шумахер и торопится заделать какими-то, вероятно, задержанными, деньгами — точнее книгами вместо них. Через несколько лет, в 1754—1756 гг., трещина оказалась глубже, и Л. Эйлер оказался чрезвычайно раздражен неуступчивостью академической канцелярии в вопросе о содержании адъюнктов и его вознаграждении. Дело дошло до резких реплик Л. Эйлера по адресу канцелярии и Шумахера, жалобы на которого он посылал тому самому Миллеру, которого недавно считал заведомо вредным для Академии человеком. И однако, частичное удовлетворение его притязаний Шумахером быстро восстановило мир и приязнь с ним Л. Эйлера.

Эта черта в характере Л. Эйлера, вероятно, коренится в том же удивительном чувстве меры, о котором шла выше речь и которым он обладал в полном совершенстве. Она и уничтожала для него возможность всякого разрыва с академическим начальством и русским правительством. А это при всех обстоятельствах сохраняло его для них своим. В этом смысле очень показательна энергия, с которой Кондорсе подчеркивает, что русское правительство никогда не считало Л. Эйлера, во время его пребывания в Берлине, иностранцем — „n'avoit jamais traité... comme un étranger".[2] Самым выразительным подтверждением этого отношения к Л. Эйлеру русских официальных инстанций служит его судьба в Семилетнюю войну: офицеры победно вошедших в Берлин русских войск, конечно, исполняя инструкции свыше, отнеслись к нему, как к соотечественнику, а когда оказалось, что действия русских войск под Берлином причинили ему неудобства и убытки, он был тотчас же избавлен от первых и с течением времени вознагражден за вторые.[3]

Мудрено ли, что в России — в Академии и правительстве — рано начали ставить вопрос о возвращении Л. Эйлера назад, в Петербургскую Академию.

Но этот его возврат был почти невозможен, пока жил и был физически силен и властен по службе Шумахер, ибо Л. Эйлер был настолько крупной фигурой, что иметь его под своим началом Шумахеру никак не могло улыбаться.[4] Так было, несмотря на то, что Л. Эйлер всегда во всех столкновениях Шумахера с его, Л. Эйлера, товарищами неизменно становился на его, а не на их сторону (Делиль, Гмелин, Миллер)... Но в 1761 г. Шумахер умер.

И в этом же 1761 г. в России и особенно в Академии в некоторой мере началась немецкая „реакция" на „русское" направление елизаветинского царствования. В Академии новый курс был взят твердо и властно. Казалось, в воздухе завеяло академическим режимом аннинской поры, времени добироновского террора.

---

[1] Пекарский, I стр. 55. [2] „Histoire", стр. 60. [3] Пекарский, I, стр. 278—281.
[4] Ср. соображения Пекарского, I, стр. 262.

К этому же времени чрезвычайно ухудшилось положение Л. Эйлера в Берлине. И для него самого стало соблазнительным вернуться в Россию.

Я говорил, что Л. Эйлер, уехав из России в Пруссию, оставил себе полную возможность вернуться в Петербургскую Академию, более того, дав не то полуобещания, не то намеки вернуться. В бытность в Берлине он два раза получал предложения снова приехать в Петербург и стать действительным членом Академии и оба раза их отклонил, ни разу при том не уничтожив для себя возможности самому поставить вопрос о возвращении. Так последовательно замирало дело в 1746 г. (предложение Разумовского) и в 1750 г. (Елизаветы через Разумовского). Но каждый раз Петербургу оставлялась надежда на возвращение. А во время русской оккупации Берлина Л. Эйлер завел тонкую игру намеков, как бы подталкивая русскую сторону снова звать его в Россию. В замечательном, по своему искусному подходу к предметам обсуждения, письме к Миллеру от 18 октября 1760 г. он между прочим в post-scriptum'е деликатно просил: „Господин поручик Фишер и некоторые другие офицеры говорили мне, что в Петербурге есть слух, что мне будто бы было обещано 3000 рублей ежегодного жалованья, если бы захотел я туда приехать. Вы так же хорошо знаете, как и я, что этого не было на деле и что это может мне повредить, когда обо мне станут думать, что я отклонил такие выгодные условия, поэтому покорнейше прошу Вас положительно опровергнуть такой слух". Тонкий и искушенный интриган, каким был знаменитый историограф и конференц-секретарь Миллер, конечно, хорошо понял прозрачный намек Л. Эйлера в его осторожном дипломатическом письме: Л. Эйлер явным образом ставил вопрос о переезде из побежденного Берлина, где после поражения можно было ждать не только общего ухудшения и вздорожания жизни, но и замирания научной работы, в победоносный Петербург, с его изстари дешевою жизнью и широкими возможностями научно-организационной и научно-исследовательской работы. Но несомненно все поняв, Миллер, повидимому, ничего не ответил Эйлеру на его тонкий намек... Очевидно, цена приезда в тяжелые годы вызванных войной финансовых затруднений показалась дорогой.

Через две недели по заключении мира меж Россией и Пруссией, 18 мая 1762 г. он снова и на этот раз уже с гораздо большей определенностью поставил вопрос о переезде в Россию — в форме плана поездки в Петербург погостить. Повидимому, и на этот раз намеки Л. Эйлера не были подхвачены в Петербурге — да и момент был не подходящим: письмо пришло в Петербург уже совсем незадолго до государственного переворота, возведшего на русский престол имп. Екатерину II.

На следующий год, когда Л. Эйлер счел себя в Берлине под угрозой сильной конкуренции французских математиков, во главе с самим д'Аламбером, он уже прямо поставил Миллеру вопрос о своем переезде в Петербург. Его предложение было тотчас же в принципе принято Академией и императрицей, и дело перешло на обсуждение условий, причем

Л. Эйлеру была предоставлена почти carte blanche. В это самое время французская опасность, которая так тревожила Л. Эйлера, миновала и его положение в Берлине резко изменилось к лучшему, после чего он быстро начал сперва под разными предлогами затягивать свой ответ, а затем, после такой предварительной подготовки, прислал свой решительный отказ, откровенно мотивированный тем, что в Берлинской Академии не произошло тех важных перемен, из-за которых единственно он мог бы променять ее на петербургскую. Но как бы по иронии судьбы, Л. Эйлер через два года был вынужден снова проситься в Петербург.

Дело в том, что Л. Эйлер, при внутренней ревизии хозяйственной части Берлинской Академии, единственный из всех ревизоров-академиков стал на сторону обличаемого в злоупотреблениях казначея Академии. В результате этого у него произошло столкновение и с товарищами по ревизии и с королем. Дело приняло настолько резкие формы, что Л. Эйлер мог считать уже наступившими те важные перемены, о которых, как обязательном условии своего возвращения в Петербург, он писал Миллеру в 1763 г., и опять возбудил вопрос о переезде в Россию. Он сообщил в Петербург условия, на которых соглашался вернуться в Академию: себе те самые 3000 руб. жалованья, на которые он намекал за пять лет перед этим, квартира, свободная от солдатского постоя, и должность вице-президента Академии; для старшего сына — кафедра физики и 1000 руб. жалованья; для второго и третьяго приличные места по артиллерийской и медицинской частям. То, что он хотел получить должность вице-президента, повидимому, показывает, что он переезжал в Петербург с намерением принять активное руководящее участие в реорганизации упавшей за последнюю четверть века Академии. Императрица шла на его участие в этой работе; она даже обещала ему „не предпринимать" „до его приезда" „никаких перемен в Академии на тот конец, чтобы лучше уговориться с ним об улучшениях, о которых" ей, по ее словам, уже были „представлены разные неудовлетворительные предложения"; но решительно отклонила его желание занять должность вице-президента. Можно догадываться, что она не считала его человеком, через которого ей и правительству будет всегда удобно проводить свою политику в Академии. И вместе с тем она не пошла навстречу выраженному им желанию иметь чин: «я дала бы ему, когда он хочет, чин, если бы не опасалась, что этот чин сравняет его со множеством людей, которые не стоят г. Эйлера. По истине, его известность лучше чина для оказания ему должного уважения". Это стремление Л. Эйлера получить чин, как и отказ ему в нем императрицы чрезвычайно знаменательны. Первому, конечно, чин был нужен не только для праздной утехи естественного чувства тщеславия: Л. Эйлер прекрасно знал, что в России для лица, не принадлежащего к высшим слоям крупного землевладельческого дворянства, именно чин обеспечивал известное положение и при дворе и в сложной и крепко налаженной системе бюрократического организма. Отсюда, конечно, и шло его стремление получить чин. И совершенно понятно, что Екатерина, отказавшая Л. Эйлеру в должности вице-президента, не хотела дать и не дала ему и чина: зачем ей, в самом деле, было и в Академии и вне ее упрочивать положение Л. Эйлера, — в частности, создавать ему в Академии влиятельное и по чину положение, когда он уже имел в ней, как старший по службе, официальное звание и права декана, и кроме того, как выдающийся ученый, несомненный моральный приоритет? Наоборот, ей было удобнее держать его при всем его первенстве по службе и научном значении на бюрократической иерархической лестнице ниже такого ученого ничтожества, как Штелин, который по своему чину был первым лицом среди академиков. Но отказывая Л. Эйлеру, Екатерина для вежливости, повидимому, сыграла на том, что не может же она такому научному светилу, как Л. Эйлер, дать чин коллежского советника: ведь, такой чин для него слишком мал... Из сказанного явствует, что имп. Екатерина никоим образом не хотела создавать для Л. Эйлера командного положения в Академии, хотя и не возражала против того, чтобы он занял в Академии влиятельное положение, и надеялась использовать его разнообразный опыт.[1]

Из всего изложения событий, связанных с отъездом Л. Эйлера из Петербурга, с его берлинским периодом службы в Академии, с переговорами об его возвращении в Россию, с его намеками на желание в нее вернуться, явствует, что, действительно, есть какая-то истина в сообщении Фусса о всегдашнем желании Л. Эйлера возвратиться в Петербург. Любопытно, что, сказав об этом, Фусс далее рассказывает, что „покровительство, которое“ новая императрица Екатерина II „оказывала науке и тем, кто ею занимается“, уже „сообщившее новые силы Академии“ на фоне громких событий недавнего „восшествия на престол“ и „блеска“ первых лет „царствования“ Екатерины, быстро „наполнивших мир всеобщим удивлением“, „помогли укрепить Г. Эйлера в решении кончить дни на службе этой несравненной государыни“, которую автор и здесь и далее превозносит с пышною льстивостью. Дальнейший рассказ Фусса, вопреки достаточно известной автору истине, изображает инициативу петербургского двора, счастливо приведшую Л. Эйлера к „исполнению его желаний“.[2]

Л. Эйлер принял отказ предусмотрительной императрицы в чине и должности вице-президента как неизбежное, и, не без труда получив согласие короля Фридриха на отъезд, выехал в Россию 17 июля 1766 г. После четвертьвекового отсутствия он вернулся в Петербург со всею своей семьей, причем его старший сын приехал академиком по кафедре физики.

---

[1] Пекарский, I, стр. 290—291. С изложенным полезно сопоставить свидетельство Кондорсе: „Il est d'usage, en Russie, d'accorder des titres militaires à des hommes très étrangers au service; c'est rendre hommage au préjugé qui faisoit regarder cet état comme la seule profession noble et avouer en même temps qu'on en reconnoît toute la fausseté: quelques Savans ont obtenu jusqu'au grade de Général-Major; M. Euler n'en eut et n'en vouloit avoir aucun: mais quel titre pouvoit honorer le nom d'Euler?“. „Histoire“, стр. 66.

[2] Фусс, стр. 47.

IV

О своем предстоящем переезде в Россию Л. Эйлер сообщил письмами Штелину, как старейшине корпуса русских академиков, и Тауберту, как фактическому главе Академии. Эти письма были доложены конференции 8 мая 1766 г.[1] Впервые на заседании конференции Л. Эйлер присутствовал 4 августа 1766 г. Тогда же впервые участвовал в заседании и его сын. В этом же заседании Штелин доложил сенатский указ о назначении обоих Эйлеров профессорами Академии.[2] Протокольная запись о заседании 4 августа 1766 г. гласит: „Eulerus" — конечно, Леонард, pater — „Conventui largo sermone multa ordine exposuit, quae nuper Sarscoselii Augusta cum illo de restituendis Academiae rebus colloqui dignata fuerat:" такое вступление, казалось, обещало твердое и не только самостоятельное и влиятельное, но даже властное, будущее.

Вместе с тем его академическая жизнь сразу вошла в свою колею, и уже во втором заседании по своем возвращении в Петербург Л. Эйлер представил к напечатанию обширную работу в 2 книгах.[3] Как видно из цитированной записи протокола, еще перед тем он был представлен императрице и, вероятно, тогда же сам изложил ей свои соображения о реформе Академии. Тогда же или вслед за тем он представил ей целостный проект реформы Академии.[4] Остановимся на его рассмотрении.

Для Л. Эйлера „основать Академию Наук" означает „собрать некоторое число знающих людей, способных трудиться над преуспеянием науки" — и в сущности говоря, только это. Но зато люди, из которых создается Академия — академики, должны быть „les grands génies", — никак не иначе, не менее.

Однако, „les grands génies", став академиками, по мысли плана, вовсе не замыкаются в Академии и научной работе, и наоборот они все могут и должны быть использованы по отдельным поручениям или даже на особых должностях вне Академии. Легко догадаться, что поручения и должности, которые могут быть им предоставлены, все только и очень ответственного характера: иначе и не стоит употреблять на них „des génies supérieurs capables de porter les sciences à un plus haut degré de perfection"; к тому же план приводит в пример Эпинуса, который ко времени возвращения Л. Эйлера в Петербург был воспитателем великого князя Павла и исполнял отдельные поручения императрицы большой значительности. По этой своей внеакадемической деятельности академики входят в состав двора, высших ступеней бюрократического аппарата, головки инженерно-технических работников и практиков-хозяйственников, может быть, даже правительства. Это вводит их в другую социальную среду, где действуют порядки иные, чем в их среде, организованной

---

1 „Протоколы", II, стр. 562. 2 Ibid., II, стр. 566. 3 Ibid., II, стр. 567.
4 Пекарский, I, стр. 292—993, и 303—308.

субординации. Отсюда необходимость продуманных мероприятий, обеспечивающих им maximum независимости вне Академии. Вот почему предусмотренное планом „высокое покровительство" императрицы Академии и ее членам сообщает последним некоторые привилегии и „приличные" чины. Таким образом, это как бы особая бюрократически чиновная и социально-политически привилегированная группа. Отмеченный характер группы подчеркивается пожеланием плана, чтобы — „некоторые большие господа (grands seigneurs) согласились возложить на себя звание почетных членов" Академии „и присутствовать на ее заседаниях." Внешне план объясняет это пожелание (или, вернее, приводит к его объяснению) надеждою, что присутствие этих „больших господ" в академических заседаниях „послужит хорошим средством к удержанию в них доброго порядка и предупреждению всякого рода замешательств (confusion) и ссор". Но, конечно, едва ли можно сомневаться в том, что автор плана руководствовался, высказывая эти положения, отнюдь не соображениями благочиния в академических заседаниях. Цель его другая: таким путем возможно прочнее ввести академиков в среду „больших господ", увенчать их чиновность и привилегированность продвижением в эту высокую среду и этим поднять их значение среди тех разнообразных элементов двора, бюрократического аппарата и т. д., около которых и с которыми они ведут свою внеакадемическую работу. Так, академики, „les grands génies", своею работою по особым поручениям и должностям вне Академии поднимаются до „grands seigneurs" двора, знати и правительства, а в ответ им „les grands seigneurs" снисходят до них в самой Академии.[1] Но вместе с ними высоко поднимается и сама Академия — до той, казалось недоступной, среды „больших господ", которые теперь в нее милостиво вступают...

Кто же эти „grands génies"? План определяет их как ученых высшей категории, „capables de porter les sciences à un plus haut degré de perfection", и „les excellents hommes, qui se soient déjà acquis une réputation générale en quelque science que ce soit" и вместе с тем поясняет, что число их, вообще говоря, „всегда очень ограничено". Корпус академиков состоит только из них. Ни один „génie médiocre" никогда не должен в него проникнуть. Особыми постановлениями создаются нарочитые затруднения к проникновению в него этих „génies médiocres": так, в значительной мере именно для этого не устанавливается ни число академиков, ни круг представленных в Академии наук — чтобы ни один „génie médiocre" не имел формального права добиваться принятия в корпус академиков. План поясняет, почему он с такою энергией препятствует проникновению в Академию этих „génies médiocres": он говорит, что оно „неминуемо вызовет упадок всей Академии". Раз так, ясное дело, что надо строить Академию в ее, для Л. Эйлера, самой важной части

[1] Пекарский, I, стр. 303—304, § I, VIII—XI.

именно так, чтобы в нее не сумел проникнуть ни один вредоносный „génie médiocre“.

Определяя, что в корпус академиков входят только „les grands génies,“ план предусматривает, чтобы всякий „grand génie“, какой бы специальности (science) он ни был, мог быть включен в этот корпус. Такому их в него включению должно помочь как-раз то самое, что удерживает „les grands médiocres“ вне корпуса академиков: неустановленность их числа и круга представленных в Академии Наук. Таким образом для всякого настоящего и бесспорного „grand génie“, какой бы он ни был специальности, в Академии найдется „вакантное место академика — в то самое время, как его не окажется ни для одного génie mediocre“, какова бы ни была его специальность.[1]

План понимает „les grands génies“, составивших корпус академиков, как ядро учреждения. Но оно, конечно, не замыкается в них. И основные положения плана и специальный раздел „Sur le rétablissement de l'Académie des Sciences“ предусматривают участие в работах Академии нескольких новых групп. Это, прежде всего, те почетные члены из числа „grands seigneurs“ двора, бюрократии и знати, о которых уже говорилось выше; относительно них план дает понять, что они „избираются“ по признаку, которому нельзя отказать в особенной растяжимости: „вкуса к науке“. Их социально-политическая роль в Академии отчасти обрисована выше; здесь остается сказать, что они, по мысли плана, должны крепко связать Академию с центральными правительственными учреждениями, двором и знатью. В собственно научной работе Академии их роль планом мыслится, конечно, гораздо более скромной, чем в очень сложных и трудных делах и отношениях связи, увязки, согласования и т. д....

Вторая группа — несколькими ступенями ниже первой по своему социально-политическому значению и много выше ее по той собственно научной роли, которая ей усваивается планом: это „associés“ — товарищи, члены-корреспонденты. Основные положения плана говорят, что под этим названием „associés“ можно открыть доступ в Академию „многим другим ученым“. Специальный отдел поясняет, что они „избираются, как из профессоров университета, так и из других ученых, живущих в городе“, т. е. Петербурге. Ни из основных положений, ни из специального раздела не следует, чтобы они обязательно вербовались из числа „grands génies“, наоборот, впечатления, идущие от обеих частей, позволяют полагать, что „associés“ в своей основной массе скорее научные работники средней категории, „les génies médiocres“. Относительно их работы в Академии, основные положения говорят об их участии в „более многочисленных собраниях“ и содействии своими „vues et observations“ общей цели, а специальный раздел ограничивается замечанием, что они могут быть полезны Академии своим знаниями (lumières).

---

[1] Пекарский, стр. 303, § II—IV.

В отличие от этих двух вольных групп, третья группа — служилая, как и сами академики. Это — адъюнкты. Основные положения поясняют, что их имеется „некоторое число“ (неясно, ограниченное или же нет), что они „содержатся именно для того, чтобы заниматься наукою“, что „академики должны давать“ им „очень специальные наставления“, и что, наконец, „со временем“ из их среды могут выйти „собственные подданные для возведения в ранг академиков“. Специальный раздел ограничивается коротким замечанием, что они взяты на службу именно для того, чтобы быть „обученными в Академики“.[1]

Но это еще не все учреждение, ядро которого составляют академики: оно имеет, кроме русской, еще иностранную часть.

Это, прежде всего, иностранные члены. План придает очень большое значение целесообразной организации их института. Так, основные положения, устанавливая „абсолютную необходимость“ „правильной (bonne) корреспонденции с заграничными учеными“, считают „полезным (bon) для этой цели (effet) не только присвоить некоторому числу иностранных ученых, которые являются знаменитыми (célèbres), звание академиков, но даже давать нескольким из них ежегодные пенсии с тем, чтобы они были обязаны вести более регулярную переписку, посылая в Академию свои труды и информируя ее обо всем том, что происходит вне ее в других академиях и в ученой среде.“ Таким образом, основные положения намечают две группы иностранных членов: во-первых, общую, более или менее значительную их массу, связанную с Академией своей ученой корреспонденцией, но не получающую пенсий и, во-вторых, небольшую группу иностранных членов, ведущих более обширную корреспонденцию с академией, посылающих ей свои работы и за то получающих от нее ежегодную пенсию. Специальный раздел говорит только об иностранных членах-пенсионерах, но рассматривает их не со стороны их ученой корреспонденции с Академией вообще, а со стороны присылки ими в Академию своих законченных произведений: такими „пенсионерами“ могут быть только те из иностранных членов, которые дадут Академии „три хороших мемуара“. „Но“, продолжает раздел, „будет очень хорошо, если Академия, кроме них, будет иметь одного или двух корреспондентов, которые будут поддерживать с ней регулярную корреспонденцию, информируя ее обо всем том, что происходит в других Академиях, и вообще обо всем, что касается науки“. Им предлагается пенсия в размере 200 руб. в год. То, что размер пенсии пояснен словом „aussi“, позволяет заключить, что таков же был необозначенный размер пенсии получающим ее иностранным членам, авторам представленных в Академию „хороших мемуаров“. Может показаться, что между рассматриваемыми частями плана существует неувязка, но такое впечатление было бы глубоко ошибочным: специальный раздел

---

[1] Пекарский, I, стр. 304, 306—307, § XI—XII основных положений и II специального раздела.

только подробно развил предположения § XIII основной части, разделив пенсионеров на две группы: авторов (тех, кто по § XIII присылает в Академию свои „productions“) и информаторов.[1]

Присматриваясь к плану, замечаешь как Л. Эйлер строил Академию: он вводит ее головку в аппарат и работу правительства, сближает ее с двором и знатью и тем закрепляет значение Академии, как научно-исследовательского института при правительстве, как органа научной консультации и экспертизы при нем и дворянских верхах. Он втягивает в работу Академии и тем самым в обслуживание правительственных нужд широкие круги проживающих в Петербурге научных работников. Он привлекает к исследовательской работе Академии выдающихся европейских ученых, часть их делает пенсионерами и заботливо, через широкую сеть заграничных членов и особенно через специальных осведомителей, собирает на Западе цветы и плоды научного творчества текущего момента. Судя по намечаемой им в такие осведомители кандидатуре Формея, можно догадаться, что предполагался очень тщательный сбор всяких, вплоть до мелочных и биографических, сведений. Но соображая все это, нельзя не отметить, что Л. Эйлер для русских научных сил органичился одним Петербургом. Очевидно, ни в Москве, ни тем более в провинции он еще совсем не нащупывал тех сил, на которые могла бы опереться Академия, и также еще не видел прочных связей Академии ни с Москвой ни с провинцией.

Так, задумывая реформу Академии и, в частности, внося в ее структуру и жизнь, как одну из гарантий научной высоты ее основного ядра, начало некоторой предумышленной неопределенности ее состава, план в дальнейшем принимает все меры к тому, чтобы в возможно большей степени сократить расходы и увеличить доходы Академии, причем в предположениях первого рода прежде и более всего исходит из указанного характера задуманной реформы Академии.

Так раздел „Différents moyens de diminuer les dépenses de l'Académie“ предусматривает возможность значительного сокращения расходов по Академии: 1) в тех случаях, когда академик имеет совместительство внутри Академии (напр., состоит профессором Академического университета), он получает по основной должности академика; 2) в тех же случаях, если академик имеет совместительство вне Академии, он получает жалованье по внеакадемической должности (emploi); 3) в связи с основанием Академии Художеств Академия может разгрузить себя целиком или в значительной части от такого же „департамента“ в своем составе; 4) вместе с тем Академия может перевести на сдельщину часть таких „artistes“, которые в данный момент могут сами прокормить себя, напр., переплетчиков.[2] И соответственно с основной установкой этого раздела

[1] Пекарский, I, стр. 304—305 и 308 § XIII и конец последнего раздела.

[2] Что касается жалованья академикам, то план очень определенно говорит об его разнообразии — очевидно, в зависимости от научной значимости и, судя по разделу „Des personnes à engager pour l'Académie des Sciences“, конкретных требований академиков

следующий раздел „Differents moyens d'augmenter les revenus de l'Académie", прежде всего постановляет, что „бо́льшая часть книг, которые печатает Академия, должна производиться так, чтобы не только были возмещены расходы на бумагу и плату рабочим, но чтобы в результате получился довольно значительный доход — особенно торговлею ими, которая поручается книжной лавке". В связи с этим план предусматривает составление особой комиссии из сведующих в книжной торговле лиц. Точно также план считает возможным коммерчески поставить издание русской и немецкой газеты, календарей, на право издания которых он полагает необходимым получить для Академии особую монополию, а равным образом — географических карт.[1] В разделе о расходах план указывает на возможность наладить производство и продажу барометров, термометров и зрительных стекол различных родов.[2]

Таким образом сокращение расходов в плане стоит рядом с увеличением доходов. Если расходы Академии сокращаются главным образом за счет оплаты академикам внутриакадемических совместительств, жалованья „aux artistes" и за счет кассы других государственных учреждений — в том числе и Академии Художеств, „bonne harmonie" с которою Академии Наук есть необходимое условие того сурового режима экономии, который план вводит, то доходы увеличиваются путем придания сугубо коммерческого характера издательской деятельности и отчасти мастерским Академии. Все переустройство финансовой части и хозяйства Академии, поскольку оно нашло место в плане, дышит жестким расчетом и отличается смелостью предложения: внедрить в типично бюрократический организм академического управления черты и начала частного хозяйственного предприятия, вплоть до попытки оплачивать часть служащих процентами с дохода, перейти от дорого стоящей системы своих мастерских к заказам на сторону и т. д.

И план ожидает больших поступлений в кассу Академии от тех хозяйственных операций, на которых он хочет основать доходную часть ее бюджета. И вместе с тем он определенно рассчитывает на значительную экономию по его расходной части, несмотря на большое сокращение последней. Дело в том, что он предполагает, во-первых, назначение на содержание академиков некоторой общей суммы, размер которой, впрочем, к сожалению, оставлен им не обозначенным, и, во-вторых, экономию в ее расходовании „за недостатком достойных людей", которые могли бы стать членами Академии. Эта экономия в экстраординарных случаях

и кандидатов в академики. Степень разнообразия в их оплате усматривать трудно: раздел „Des personnes" etc. приводит ставки в 800—12000 р., а основные положения дают возможность намечать колебания гораздо большего размера. Ср. Пекарский, I, стр. 303—304 и 308, § XIII и раздел „Des personnes" etc.

[1] Пекарский, I, стр. 305—306. Раздел богат конкретными указаниями, как следует организовать работу.

[2] Пекарский, I, стр. 305, § V.

может быть использована для привлечения в Академию „quelque génie très excellent“; во всяком случае до своего использования она состоит в кассе Академии. Так как в плане нигде не сказано о получении Академией от правительства каких-либо сумм, кроме назначенных на содержание академиков, хотя и имелось достаточно оснований о них сказать, легко подумать, что план совсем не предполагал строить на них работу Академии, всецело переводя ее на „хозрасчет“ — на доходы книжной лавки и мастерских, — но план нигде не говорит и о таком переводе ни для одного „департамента“ Академии с научным и научно-организационным характером, т. е. из числа тех, на работу которых шли большие средства и которые никак сами не могли ее и себя окупить. Очевидно, и не предполагалось переводить их на „хозрасчет“.[1]

План ничего не говорит об организации управления Академией правах ее президента, канцелярии и т. д. Он только отмечает, что многочисленные академические департаменты представляют собою слишком сложное целое и что их связь „с Академией“ является слишком важной, чтобы один человек мог во всем разобраться, и далее говорит, что „это скорее будет делом“ особой комиссии из старых опытных академиков, которые, „смогут судить“, каким образом каждый департамент может быть приведен в лучшее положение и как Академия может получить больше всего выгоды“. Но в изображение деятельности комиссии план не вносит большой ясности: он говорит, что она должна проверить состояние и, вероятно, работу всех департаментов и, если найдет где недостатки, отыскать самые подходящие способы к их исправлению, однако совсем не поясняет, применяет ли она сама эти способы или передает их на „благовоззрение“ президента и т. д. Только соображая, что в отношении академических расходов план требует приведения их в порядок, можно заключать, что он ждет от комиссии не только выработки проекта реформы департаментов, но и ее осуществления, в том числе и реформы книжной лавки, о которой хотя и сказано особо, но столь же неопределенно, как и о других „департаментах“. Очевидно, автор плана хотел, чтобы управление Академией из так сказать министерского, президентского, стало коллегиальным, но не решился сказать об этом.

При всем том надо иметь в виду, что план нигде не говорит ни слова о президенте Академии, как-будто бы его совсем не существует. Можно догадываться, что план фактически его упраздняет, по крайней мере, власть, если не должность. И все же, продолжая свою политику внедрения Академии в двор, знать и правительство, он, согласно старой академической традиции, поставил во главе своей коллегии un grand seigneur éclairé et revêtu d'une autorité nécessaire. С одной стороны, этот „grand seigneur“ сблизит Академию с правительством и двором, с другой, через него правительство и руководящие социальные слои русского общества смогут

[1] Пекарский, I, стр. 303, § IV и стр. 305—306, раздел о доходах и расходах.

вернее осуществлять в Академии свою властную волю, чем через срастающихся с ними в работе, но им социально и политически еще продолжающих оставаться чужими, академиков...

Соображая немногие указания плана по вопросу об организации управления Академией, с его заботою о наилучшем устроении финансов Академии, о частичном ее переводе на хозрасчет, о накоплении в ее кассе некоторых излишков, дающих Академии возможность более или менее свободно маневрировать в экстраординарных случаях, понимаешь, что план хочет, во-первых, оберечь Академию от всяких неожиданностей, каково бы ни было их происхождение — внутри или внешне политическое, а во-вторых, придать ей перед двором, знатью и правительством, с которыми она так тесно им увязывается, более самостоятельности и авторитета, чтобы она не стояла перед ними в докучной роли вечной просительницы. Таким образом план реформ Академии, предложенный Л. Эйлером, углубляя связь Академии с двором, знатью и правительством и в этом отношении продолжая традицию, прочно укоренившуюся в первый приезд его автора в Россию, в то же время впервые попытался придать ей известную самостоятельность.

Официальное положение Л. Эйлера в Академии Наук определялось прежде всего тем, что он был старейшим человеком в Академии, ее старейшиной или деканом.[1] Как таковой, он, согласно отчасти уставу, отчасти традиции, обладал некоторыми обязанностями и правами: как напр., председательствовал в тех заседаниях конференции, на которых отсутствовал заменявший при нем президента директор Академии; в случаях избрания новых членов, извещал их о том и получал от них для передачи конференции изъявления их признательности.[2]

---

[1] К сожалению, в нашем распоряжении пока еще недостаточно данных, чтобы отчетливо судить о правах и обязанностях декана. Устав 1747 г. прямо о нем вообще не говорит, но, повидимому, к нему относится § 31 регламента: „В определении дела, до наук касающегося, поступать должно по множеству голосов, и всякое определение быть должно в присутствии Президента, а в небытность его должность в ученых делах отправляет старший в собрании член". Немецкий текст прямо говорит: „und dessen Stelle in seiner Abwesenheit bey gelehrten Sachen der Aelteste Academicus [besetzt]". Архив АН., разр. IV. Из сказанного явствует, что декан председательствует во всех заседаниях конференции, в которых отсутствует президент, и следовательно, вообще говоря, находится в курсе всех „до наук касающихся академических дел", а по их неразрывной связи со всеми прочими делами Академии, очевидно, и в их курсе. Однако, мы совсем не знаем, как эта осведомленность декана была организована. В случаях отсутствия и президента и декана, председательствовал на заседаниях конференции старший по возрасту член. В деканство Л. Эйлера, при его болезни и в старости, таким лицом долгие годы был Штелин, который лишь после смерти Л. Эйлера стал снова официальным деканом Академии, каким он был до возвращения в Россию Л. Эйлера.

[2] Насколько это правило было прочным, видно из того, что в связи со своим избранием в „ membres externes" Академии Наук на ее юбилейном заседании 1776 г. прусский король Фридрих прислал на имя Л. Эйлера „réponse", который начинался и заканчивался следующими словами, обращенными непосредственно к великому математику":

Кроме того, при реорганизации управления Академиею Л. Эйлер был включен, вместе с сыном, в состав комиссии, заменившей президентское de jure и канцелярское de facto управление Академией. При этом необходимо иметь в виду, что сама комиссия, возникшая при реорганизации управления Академиею именно в целях ее общего пеоеустроиства, связана с предложением об ее образовании, изложенным в плане реформы Академии, который Л. Эйлер составил тотчас же по своем возвращении в Россию. Можно прямо сказать, что указ об ее учреждении выткан на основе одного из разделов „плана“ Л. Эйлера.[1]

Как член этой комиссии, Л. Эйлер принимал участие, во-первых, во всех текущих делах Академии и, во-вторых, в выработке плана ее всесторонней реорганизации, что собственно и было поставлено основною задачею этого нового академического учреждения. При этом в основу работ комиссии по созданию проекта реформ, повидимому, лег выработанный Л. Эйлером и представленный им императрице план, о котором выше шла речь. По крайней мере, элементы именно этого плана вскрываются в проектах комиссии, хранящихся в Архиве Академии Наук в числе бумаг, связанных с деятельностью представителя Академии в екатерининской комиссии по составлению нового уложения.[2] Однако, выработанный академической

„Je félicite l'Académie Impériale des Sciences de pouvoir se glorifier d'un doyen de vos talents et de votre mérite; et il M'a été infiniment agréable d'apprendre par votre plume les sentiments qu'elle a manifestés à Mon aggregation“, и „Vous me rendrez un service bien agréable de Me servir d'interprète de ces sentiments dans vos assemblées; et sur ce Je prie Dieu qu'il vous ait en sa sainte garde“. „Протоколы“, III, стр. 288—289. Обращение к богу в письмах Фридриха не совсем обычно. Это, несомненно, акт вежливости по отношению к Л. Эйлеру, выступление которого на защиту религии в свое время поссорило с ним вольнодумного короля.

[1] Указ об учреждении комиссии необходимо сопоставить с II и III пунктами раздела „Sur les départements de l'Académie“, составленного Л. Эйлером по приезде в Петербург плана реформы Академии Наук. Вот что говорят эти 2 пункта, II „Ces différents départements sont trop compliqués, et leur liaison avec l'Académie trop importante pour qu'un seul homme en puisse juger. Ce sera plutôt l'affaire d'une commission composée de quelques anciens membres de l'Académie qui par une longue expérience en ayant acquis une parfaite connaissance pour ponvoir juger de quelle manière chaque département puisse être mis sur le meilleur pied, et que l'Académie en retire les plus grands avantages. Il seroit à souhaiter que cette commission eût à la tête un grand seigneur éclairé et revêtu d'une autorité nécessaire“... III „Cette commission examinera tous ces départements, et s'il s'y trouve quelque défaut, elle cherchera les moyens les plus propres pour les mettre sur un meilleur pied; surtout elle en réglera l'état des dépenses, qu'il ne faudra jamais excéder. Or en particulier par rapport à la librairie elle éxaminera très soigneusement les mesures à prendre pour que tous les livres et cartes géographiques puissent être bien débités tant dans que hors de l'empire au plus grand profit de l'Académie“. Кроме того надо принять во внимание, что уже первый пункт того же раздела сказав, что „l'Académie renferme tant d'autres départements“, и перечислив их, замечает: „dont il y a plusieurs qui semblent demander une réforme considérable, pour en tirer une meilleure part“, — мысль, которая почти в тех же выражениях вошла в указ. Пекарский, I, стр. 307. Деятельность комиссии, к сожалению, доселе остается совершенно неизученной.

[2] К сожалению, ни эти бумаги, ни вообще вопрос об академическом представителе в екатерининской комиссии доселе не изучены.

комиссиею целостный проект реформ не был одобрен императрицею,[1] — очевидно, в связи с общею переменою правительственного курса и, в частности, правительственной политики относительно Академии. Впоследствии уже не в комиссии, а по непосредственному распоряжению директора, была сделана попытка частично реформировать некоторые стороны академического быта, со значительным отходом от плана Л. Эйлера. Эта попытка вызвала с его стороны существенные возражения формального и делового порядка. Некоторые из его замечаний второго рода показывают, что он продолжал оставаться на базе своего плана 1766 г. Поэтому исследователь не может не пожалеть, что все замечания Л. Эйлера на проект директора чрезвычайно кратки и не снабжены никакой мотивировкой высказанных им мнений.[2]

Биограф Орлова, его внук, всячески подчеркивает добрые отношения меж ним и Л. Эйлером, причем, конечно, рассматривает их отношения с высоты положения своего деда: „Из числа академиков, живших в столице, — говорит, напр., он, — граф Орлов в особенности приблизил к себе Эйлера. По его письмам, — продолжает биограф, — видно, что он очень беспокоился насчет зрения математика и присылал ему лекарства для лечения глаз. Раз, захотев испытать шуткой зрение профессора, он зашел к нему, притворясь, будто он бедный выходец из Швейцарии, просящий покровительства. Разговор продолжался несколько времени на эту тему, пока граф не расхохотался, а за ним и Эйлер“.[3] Нельзя сказать, чтобы эта „шутка“ была вежливой при разнице лет и общественного положения ее вольного и невольного участников. Как бы то ни было, но с летами, вероятно, по мере роста элементов деспотизма в системе управления Академиею у Орлова,[4] отношения меж ним и Л. Эйлером, которого он фактически ставил, или точнее, хотел поставить в положение послушного проводника своей политики в Академии — а его политика на деле, повидимому, была политикою брата Григория и самой императрицы — осложнялись и портились. К тому же план Л. Эйлера в такой своей существенной части, как перевод на хозрасчет крупной доли академических учреждений и работы, был бит жизнью и решительно не удался: книжная торговля, на которой Л. Эйлер строил свой переход на хозрасчет, удавалась в Петербурге, менее в Москве и, можно сказать, совсем не удавалась в провинции, читательский слой который был тонок, да и тот не дорос ни до какой академической книги, кроме, впрочем, календаря. Крах же этой существеннейшей части эйлерова плана фактически дискредитировал его целиком, дискредитировал и его автора и делал этого автора факти-

---

1 См. Архив АН. ф. 3, оп. I.

2 „Протоколы“, III, стр. 770—771.

3 Орлов-Давыдов, стр. 172.

4 Деспотизм Орлова хорошо освещен в книге K. Stählin'а „Aus den Papieren Jacob von Stählins. Ein biographischer Beitrag zur deutsch-russischen Kultur-Geschichte des 18 Jahrhunderts“, Leipz., 1926.

чески ненужным, в качестве члена комиссии, для директора и правительства.

Одно из столкновений меж Л. Эйлером, с участием его сына и Штелина, и Орловым произошло еще 25 октября 1770 г., когда конференция обсуждала „den neu entworfenen Etat“ Академии, составленный при участии Котельникова и в обход членов Академической комиссии — конференц-секретаря и обоих старших академиков, Л. Эйлера и Штелина. При отборе мнений участников заседания обойденные лица явным образом демонстративно уклонились от сообщения своих взглядов. В связи с этим следует заметить, что протокол заседания составлен таким образом, чтобы обход и уклонение этих лиц возможно сильнее бросились в глаза читателю: не в обычном, повидимому, порядке от младшего к старшему или обратно, а в явно искусственном размещении голосов — таком, что их перечень начинается и завершается демонстрацией против директора обойденных лиц, причем изложение мнений открывается протестом Л. Эйлера и оканчивается таковым же Штелина и Эйлера-сына.[1]

Решающим было столкновение в начале 1774 г.

В протоколе комиссии от 29 января 1774 г. первым пунктом записано определение по повелению президента, состоявшееся в его отсутствии, следующего содержания: „В исполнение полученного его сиятельства действительного камергера и Академии Наук господина директора, графа Владимира Григорьевича Орлова, от 18-го числа сего генваря повеления, 1-е о вычете у г. статского советника Штелина за месяц жалованья, в рассуждении взятых им самовольно из книжной лавки и розданных разных людям десяти экземпляров придворного месяцослова прежде поднесения ее императорскому величеству, в противность наблюдаемого при Академии и ему г. статскому советнику Штелину, яко коммискому члену, известного порядка, дать Комисару Панкратову ордер. 2-е. В рассуждении выданных комисаром Збоpомирским переплетчику Миллеру тридцати экземпяров того же месяцослова представить его сиятельству, как по исследовании дела оказалось, то есть: что оные месяцословы выданы были от Збоpомирского помянутому Миллеру для заготовления только с таким при том наказом, чтобы он отнюд никому не продавал до тех пор, пока о продаже и цене их объявлено будет в ведомостях; о чем он, Миллер, спрашиван будучи в присутствии коммисии, объявил, что оные месяцословы даны были ему от Збоpомирского точно с таким наказом, и при том признался, что он противу того наказа, сам по усильному прошению г. почт-директора фон-Эка, отдал ему два экземпляра того месяцослова

---

[1] Протест последнего несколько смягчен заявлением „über haupt“. См. „Протоколы“, III, стр. 770—771. Следует иметь в виду, что в заседании 25 октября штаты для его участников не явились неожиданностью: до него они были просмотрены всеми его участниками и отсутствовавшим на нем Крафтом. Оба Эйлера, расписываясь в том, что читали штаты (в сущности, смету), обещали представить свои мнения на том самом заседании 25 октября, на котором они и Штелин устроили демонстрацию. См. там же, стр. 776.

для отсылки в дальние города и обещался возвратить оные непременно в Академию. 3-е. А чтобы впредь не происходило таковых неустройств, то есть: чтобы книг, ландкарт, портретов и прочего, что при Академии выходит из печати или сочиняется и следует к поднесению ее императорскому величеству, никто до оного поднесения и прежде, нежели от его сиятельства или именем его от коммисии приказано будет, в публику выпускать и никому выдавать, под каким бы то видом ни было, не отваживался; сообщить единожды навсегда в географический департамент, в типографию, в фигурную палату и в книжную лавку письменные из коммисии повеления".

Это определение директора было опротестовано Штелиным и обоими Эйлерами.[1] Вслед за тем они все трое перестали ходить в комиссию. Штелин мотивировал свое непосещение заседаний болезнью[2] (вероятно, остермановой), а Эйлер от своего и сына имени обратился к директору со следующим письмом:

„Hochgebohrener Graf,

Gnädiger Herr,

Da außer dem Verlust meines Gesichts, nun auch mein Gehör merklich abzunehmen anfängt, so das ich öffters in der Academischen Commission das meiste, was daselbst vorgetragen wird, nur halb und auch wohl gar unrecht verstehe, und allso meine Gegenwart daselbst ganz unnütz ist, und ich diese Zeit zur Ausbreitung der Wissenschafften, weit nützlicher zum Dienst der Academie anwenden könnte, so sehe ich mich genöthiget Ew. Hochgräflichen Excellenz zu ersuchen, mich von dieser Stelle in der Academischen Commission, als wozu ich nicht die geringste Fähigkeit besitze, gänzlich frey zu sprechen.

Und weil allem Anseehen nach mein Sohn, nur mir zur Hülffe in diese Commission gesetzet worden, wozu er auch eben so wenig Fähigkeit als ich besitzet, so unterstehe ich mich Ew. Excellenz auch für die Befreÿung dieses meines Sohns zu bitten; damit derselbe desso mehr Zeit bekommen möge, seinen Pflichten als Academicus und Secretarius bey der Conferenz mit größerem Fleiße ein Gnügen zu leisten. In Er-

---

[1] Протокол от 29 января подписан отсутствовавшим в заседании Орловым и из присутствовавших на нем лиц Котельниковым и Румовским, причем ниже линий подписи младшего члена Румовского сделана, кажется, рукою Эйлера-сына пометка следующего содержания: „Против нум. 54 протестировал (sic!) ст. с. Штелин, проф. Л. Эйлер и проф. А. Эйлер и того ради не подписали. № 54 — первый пункт протокола от 29 янв. по общему годовому счету". Здесь и ниже см. Архив А. Н., ф. 3, оп. 1, № 545.

[2] В последующих заседаниях комиссии 3, 5 и 7 февраля Штелин не присутствовал, с пометкой на протоколах о болезни, причем протоколы от 3 и 5 февраля не имеют его подписи, а протокол от 7 февраля уже имеет таковую. В заседании 8 февраля Штелин уже присутствовал.

wartung einer geneigten Resolution habe ich die Ehre mit der schuldigsten Ehrerbietigkeit lebens lang zu verharren.

St. Petersburg — Ew. Hochgräflichen Excellenz
den 1-ten Februarii — gehorsamster Diener
1774.[1] — L. Euler".

2 февраля Орлов ответил Эйлеру-отцу письмом, известным, к сожалению, лишь по передаче внука и биографа Орлова, который так формулирует его содержание: „Леонарду Эйлеру... изъявляет сожаление о том, что Эйлер, по причине расстроенного здоровья, не может продолжать службы при Коммисии (Академии), также как и сын его, прибавляя, что сам не может уволить Эйлера от должности, а доложит о том императрице. Предлагает до того времени еще окончательно обдумать свое намерение об оставлении службы и ожидает его ответа".[2] В тот же день Л. Эйлер обратился к Орлову с новым письмом:

„Hochgebohrener Graf
Gnädiger Herr,

Ew. Hochgräflichen Excellenz statte für die geneigte Aufnahme meiner Bitte den verbindlichsten Danck ab: und da die Uhrsachen, welche mich und meinen Sohn derzu nöthigen, nur gar zu sehr gegründet sind, so nehme ich die Freÿheit Ew. Excellenz gehorsamst zu bitten, uns die gesuchte Dispensation von allerhöchstem Orte zu verschaffen.

Und da auch bey dem geographischen Departement die fürnehmste Besorgung auf das Gesicht ankommt, ich allso auch dasselbst gantz unnütz bin, so werden Ew. Excellenz Selbst ermessen, das es höchst nöthig ist, meine Stelle in diesem Departement jemanden anders aufzutragen.

Wir hoffen solchen gestalt im Stande zu seyn der gelehrten Welt durch unsern Fleiß und Eyffer für die Wissenschafften weit wichtigere Dienste zu leisten, und auch die Allerhöchste Gnade, deren wir bisshero gewürdiget worden, einiger maassen zu verdienen.

Ich habe die Ehre mit der mir obliegenden Ehererbietigkeit zu verharren.

St. Petersburg — Ew. Hochgräflichen Excellenz
den 2-n Februarii — gehorsamer Diener
1774. — L. Euler".[3]

---

[1] На письме адрес:

A son Excellence
Monsieur le Comte Vladimer
Grégorevitsch Orlov.
Chambellan actuel et Directeur
de l'Académie Impériale des Sciences
de la part
de Monsieur Euler le père.

Письмо и подписи руки Эйлера-сына.

[2] Орлов-Давыдов I, стр. 286.

[3] Письмо и подпись — руки Эйлера-сына.

Полагая вопрос о своей отставке по комиссии фактически решенным, Эйлеры в порядке коллегиальной вежливости обратились к товарищам по ней со следующим письмом, из содержания которого явствует, что они считали их осведомленными о своих переговорах с директором.[1]

„A Messieurs

Messieurs les Membres et Secrétaire de la Commission de l'Académie Impériale des Sciences de St.-Pétersbourg.

Messieurs.

Ayant demandé notre démission comme membres de la commission académique par des raisons que Vous ne devez point ignorer et que notre requête pourroit même aujourd'hui être déjâ communiquée à la commission, nous croyons dès ce jour-ci être dispensé d'assister à Vos délibérations à St.-Pétersbourg ce 3 fevrier 1774.

Leonhard Euler
Jean-Albert Euler".[2]

Но Эйлеры неожиданно ошиблись в своей уверенности, что товарищи, читая их письма, уже будут знать — точнее формально будут осведомлены — об их переговорах с директором. Дело в том, что он сам не присутствовал на ближайшем заседании комиссии, а остальных ее членов — по крайней мере, официально, а об неофициальном мы ничего не знаем, — не поставил в известность о своей переписке с Эйлером и о своем решении исходатайствовать им отставку у императрицы. Этим обстоятельством и объясняется принятое комиссией решение, о котором 3 февраля 1774 г. в протоколе первым пунктом записано: „Сего февраля третьего числа получено в коммисию Академии Наук от членов ее и академиков г. Эйлеров писмо, которым они объявляют, что они, как члены академической коммисии, просили о уволнении их от присутствия в оной, объявляя при том, что причины, для которых они просили сего увольнения, должны быть коммисии известны; но как коммисия оных не знает, то в оной положено: доложить его сиятельству, действительному камергеру и Академии Наук господину директору графу Владимиру Григорьевичу Орлову, не сооблаговолит ли приказать требовать от их, господ Эйлеров, чтоб они сообщили коммисии оные их причины писменно?"

Официальный доклад директору о письме Эйлеров и постановлении комиссии был сделан в ее следующем заседании. В связи с этим в протоколе заседания от 5 февраля также пѐрвым пунктом записано: „Его сиятельство действительный камергер и Академии Наук господин директор

[1] Фактически они, конечно, сами держали товарищей в курсе дела.

[2] Письмо и подписи — руки Эйлера-сына. Дата вписана после подписания.

граф Владимир Григорьевич Орлов в рассуждении полученного сего февраля 3-го числа в Коммисию от членов ее и академиков г. Эйлеров, старшего и младшего, и его сиятельству представленного письма, которым они объявили, что они, как члены Академической коммисии, просили о увольнении их от присутствия в оной, приказал записать в журнале: что они, господа Эйлеры, просили о том его сиятельство писанными к его сиятельству первого и второго числа сего месяца и по повелению его приложенными при сем журнале для хранения двумя писмами, обьявляя в оных понудившие их к тому причины — а именно: что первый из их, то есть г. Эйлер старший, сверх потеряния своего зрения, начинает уже много теперь лишаться также и слуха, так что часто предлагаемых в коммисии дел едва половину, да и ту не совсем настояще, разумеет, и потому присутствие свое там признает бесполезным; а другой, то есть г. Эйлер младший, определен будучи в оную коммисию по всему виду только на помощь отцу своему, столь же мало к тому, как и он, г. Эйлер старший, способности в себе признает; и потому настоят они оба, господа Эйлеры, чтоб их совсем свободить от оного присутствия в коммисии. Его сиятельство не могши их, господ Эйлеров, сам собою от того совсем уволить, поелику они определены в оную коммисию по высочайшему ее императорского величества именному указу, согласился по прошению их, г. Эйлеров, доложить о том при первом удобном случае ее императорскому величеству, а между тем, пока воспоследует высочайшее ее императорского величества на то соизволение, как они, г. Эйлеры, ни охоты, ни способности к вышепомянутому присутствию в коммисии не признают в себе и сильно настоят, чтоб от оной их уволить, его сиятельство заблагорассудил, в рассуждении сей их просьбы, не принуждать их к оному присутствию и, как причины, понудившие их к такому прошению, в рассуждении которых, поелику коммисия оных не знала, в журнале 3 числа сего месяца положено было требовать от их, г. Эйлеров, писменного обьяснения, теперь стали быть коммисии известны, оного от их, г. Эйлеров, больше не требовать".[1]

---

[1] На приложенных к протоколу письмах Эйлеров регистрационная помета о получении от 4 февраля. „Выписи из коммиской резолюции" были посланы по назначению в Географический департамент и т. д. 5 февраля 1774 г. Архив А. Н. ф. 3, оп. I, № 617. „Копия с резолюции в рассуждении присланных в коммисию и поданных его сиятельству графу Владимиру Григорьевичу Орлову от г. Эйлеров писем" зарегистрирована к отправке по назначению 14 февраля 1774 г. Архив АН., ф. 3, оп. I, № 617. В книгу исходящих запись сделана в изъятие из правил рукой секретаря комиссии ак А. Протасова. Копия этого определения была зарегистрирована к отправке Эйлерам 24 марта. Арх. АН. ф. 3, оп. I, № 617. Вычет Штелину все же был произведен. См. ордер Панкратову, там же при протоколе от 14 марта, с пометою против фамилии Штелина: „За вычетом за один месяц в силу его сиятельства действительного камергера и Академии Наук г. директора графа Владимира Григорьевича Орлова от 18 числа генваря сего 1774 года ордера". В означенном ордере оба Эйлера названы как и Штелин, Котельников и Румовский „г. коммиские присутствующие".

Окончательная развязка наступила только в марте по получении в Академии высочайшего указа „Нашему камер-геру графу Владимиру Орлову“ следующего содержания: „Снисходя на прошение профессоров Леонгарда и Альбрехта Эйлеров, членов учрежденной при Академии Наук комиссии, высочайше увольняем их от присутствия в оной“. Соответственно с этим указом в протоколе заседания от 21 марта первым пунктом записано: „В силу полученного его сиятельством действительным камергером и Академии Наук господином директором графом Владимиром Григорьевичем Орловым и от его сиятельства сообщенного в Комиссию высочайшего ее императорского величества именного за собственноручным ее величества подписанием от 20 сего месяца марта указа, в котором написано, что ее императорское величество, снисходя на прошение профессоров Леонгарда и Альбрехта Эйлеров, членов учрежденной при Академии Наук коммисии, высочайше увольняет их от присутствия в оной, сообщает им, господам Эйлерам, для ведения о том с сего журнала копию“.[1]

Так Л. Эйлер оставил комиссию и участие в управлении общеакадемическими делами, которым отдал столько энергии и внимания. Он ушел из нее побежденным и даже не смог или не захотел сохранить в ней и у кормила управления Академией своего сына. Степень силы его краха ясна из унижения, которое ему пришлось испытать, чтобы как-нибудь выйти из создавшихся трудностей; он не только был вынужден отказаться от принципиальной постановки основного и общего вопроса о деспотизме режима, который установил директор, и частного — о неправильных действиях директора в деле Штелина, но даже выдать себе и сыну обидное „testimonium paupertatis“. В связи с этим чрезвычайно показательно, что он, видимо, не сделал никакой попытки искать себе опору при дворе и у самой императрицы. Невольно возникает вопрос, не вышло ли и здесь у Л. Эйлера каких-нибудь осложнений? Может быть, они и вызванная ими немилость и позволила Орлову проявить жесткость в отношении к Эйлеру, унизить его, победить?... При этом необходимо иметь в виду старое свидетельство А. Ф. Бюшинга: в ответ на протесты Л. Эйлера Орлов сказал ему, что академики посажены в Комиссию собственно лишь для исполнения его приказаний.[2] Конечно, Орлов мог сказать это, только опираясь на мнение правительства и настроение императрицы. Но раз так, значит положение Л. Эйлера там было чем-то поколеблено.

В связи с этим следует отметить еще одну частность: конфликт произошел 29 января в утренние часы, а с письмом об отставке Эйлер и его сын обратились к директору только 1 февраля. Можно догадываться,

---

[1] Копия указа императрицы приложена при протоколе. Арх. АН. ф. 3, оп. I, л. 617.

[2] „Wöchentliche Nachrichten“, 1775, V, стр. 39—40. Благодаря Бюшингу (а может быть, и независимо от него!) происшествие с Эйлерами и Штелином получило известность на Западе.

что Л. Эйлер пытался найти какой-то другой выход из положения, может быть, через другого сына, придворного медика, и не нашел его. Оставалась, может быть даже была подсказана свыше, покорная сдача на милость торжествующего победителя. И в переговоры о ней Эйлеры вступили письмом от 1 февраля. О глубине поражения и невозможности выйти из создавшегося положения свидетельствует и просьба Л. Эйлера освободить его и от работы по Географическому департаменту. Очевидно, — администрировать ему более было нельзя... Вероятно, сказывался крах идей хозрасчета.

Впрочем, и Орлов недолго торжествовал свою победу. Падение брата перед новым фаворитом императрицы, человеком более крупным и талантливым — Потемкиным, впоследствии „великолепным князем Тавриды", вызвало и его падение. 5 декабря 1774 г. он был уволен в отставку от всех должностей и получил приказание ехать в деревню. Расставаясь с Академией, он дал обед ее членам. Сын Л. Эйлера И. А. Эйлер по поводу „необыкновенной" приветливости Орлова на этом прощальном обеде писал в Москву Миллеру: „Отчего начальник наш не всегда вел себя таким образом и почему в то время, когда он еще имел власть над нами, приходилось нам выносить на себе только всю тяжесть его железного скипетра?"[1]

Кроме составления планов академической реформы, комиссия занималась текущими делами управления Академией. Ее первой заботой было общее упорядочение академических дел.[2] Основною работою, согласно плану Л. Эйлера, было вызвать иностранных ученых высокой квалификации.

Раздел плана „Des personnes à engager pour l'Académie des Sciences" устанавливает необходимость привлечения „quelque habiles personnes" по следующим специальностям: механике, анатомии, ботанике, естественной истории и астрономии, причем Л. Эйлер назвал и кандидатов по всем этим кафедрам.[3] Повидимому, они и были все вскоре же замещены — частью его кандидатами.

---

[1] Орлов-Давыдов, I, стр. 318.

[2] „Abregé" etc. в таких вопросах говорит об этом: „Les premiers soins de la Commission sont actuellement d'abolir les désordres dans les Départements, d'en couper ce qui n'appartient à l'état d'une Académie des Sciences et de rétablir son ancien lustre. Sur tout elle porte ses soins de procurer à l'Academie les personnes indispensablement nécessaires à son état complet". „Abr.", л. 37.

[3] Но в разделе „Sur le rétablissement de l'Académie des Sciences" план не называет астрономии в числе подлежащих заполнению кафедр. По всем названным кафедрам предложены конкретные кандидатуры: по механике — М. Ламбер из Берлина, по анатомии — Вольф из Берлина или Реснингер из Базеля, по ботанике — Адамсон из Парижа или Гмелин из Тюбингена, по астрономии — Реккард из Кенигсберга; что касается естественной истории, то о кандидате о ней замечено: „Pour l'histoire naturelle, il y a apparence qu'il se trouve déjà ici un homme très habile pour occuper cette place"; кто это лицо, неясно. Пекарский, I, стр. 306—308.

Из названных Л. Эйлером лиц в 1767 г. вошли в состав Академии Вольф и Гмелин; по кафедре астрономии был в 1768 г. приглашен Ловиц, по кафедре естественной истории — Паллас; кафедры механики не было создано, но в том же 1768 г. был привлечен профессором экспериментальной физики Крафт.[1]

Характерно, что в изменение своих высказываний при имп. Елисавете Л. Эйлер теперь не назвал ни одного русского кандидата ни на одну вдовствующую или недостаточно представленную академическую кафедру.

Не ограничиваясь вызовом новых членов, комиссия восстановила связи с почетными членами,[2] в чем она также следовала плану Л. Эйлера, заботилась, по его же предположениям, о лучшей организации иностранной корреспонденции и привлекла к ней Формея, кандидатуру которого опять-таки назвал Л. Эйлер. Вместе с тем она провела попытку перестроить на хозрасчет хотя бы часть академической работы и в этих целях пыталась широко развить в Петербурге, Москве и провинции продажу своих изданий, причем делала попытки создать свою книготорговую сеть. С этими действиями комиссии необходимо сопоставить замечание в плане Л. Эйлера о том, что администратор, который встанет во главе календарного дела, в Академии должен „создать своих коммиссионеров в провинциях и главных городах, чтобы продавать там альманахи (календари), которые он заблаговременно прикажет напечатать“.[3] И тогда же комиссия приступила к развертыванию подготовительных работ по организации замечательных академических экспедиций 1768 и последующих годов — дело, которым она шла навстречу живым потребностям не только правительства и знати, о которых думал Л. Эйлер, но и купечества, о котором он, вообще говоря, обращенный своим вниманием в социальный верх, повидимому, думал мало. Из этих примеров видно, как претворялся в жизнь план Л. Эйлера и как, вместе с тем, жизнь быстро шла за его пределы.

Но Л. Эйлер и позже оставался сторонником выраженных им в своем плане проектов академической реформы. В частности, повидимому, именно он провел, при праздновании академического юбилея в 1775—1776 гг., правда, в несколько ином виде, чем она выражена в плане 1766 г., систему членов, не входящих в основной рабочий состав Академии...[4] Продолжал оставаться он и противником того бюрократического режима в Академии, который возродил в ней Орлов и упрочили его преемники. Все это лишало Л. Эйлера возможности принимать участие в организационно-административной работе по Академии. Но это же мешало ему и надлежащим образом исправлять обязанности декана. Поэтому (а не только в связи с его почти полной слепотой и начинающейся глухотой) мы все реже встречаем его в заседаниях и, наконец, совсем перестаем встречать.

---

[1] Пекарский, I, 307—308, Модзалевский, 24—26. [2] „Abrégé“, л. 38

[3] Пекарский I, стр. 306. [4] „Протоколы“ III, стр. 272—281.

Роль декана заметно делится меж ним и Штелиным: первый дает общее направление и частные советы за кулисами конференции, второй ведет ее текущую работу в заседаниях.[1] С 1769 г., т. е. еще задолго до конфликта 1774 г., у него появилась и все время сохранялась другая возможность влиять на ход академических дел, в частности на заседаниях конференции, через сына конференц-секретаря.[2]

Первые же годы второго приезда он считается и, действительно, выступает основным академическим работником и в конференции и в комиссии.[3]

В заседаниях конференции[4] он первое время, если не мешала болезнь, был очень активен, — как в дни молодости,[5] и едва ли не так же, как тогда, часто выступал с докладами; но и позже он постоянно представлял конференции свои mémoires, причем даже в конце своих дней имел про запас и всякий случай готовые доклады и дома, и в распоряжении конференции.[6] Также много и часто он и печатался в изданиях Академии и

---

1 „Протоколы“ III, passim. Своей роли декана Л. Эйлер не оставлял никогда до конца. Так 23 января 1783, г. по возбужденному адъюнктами Георги и Фуссом вопросу о назначении их академиками, было сообщено, что „Monsieur Euler le père, comme le doyen des Académiciens ayant non seulement approuvé, mais même conseillé leur demande“. „Протоколы“ III, стр. 644.

2 И. А. Эйлер был определен конференц-секретарем по распоряжению директора, прочитанному в заседании конференции 22 февраля 1769 г. „Протоколы“ II, стр. 669. К сожалению, до сих пор осталось неизученным, насколько И. А. Эйлер был проводником политики своего отца.

3 Ничем другим нельзя объяснить, в частности, следующего факта: 19 февраля состоялись выборы депутата от Академии в Комиссию по составлению нового уложения. Баллотировке подвергались президент и все действительные и проживавшие в Росии почетные члены, б. советник Тауберт и б. конференц-секретарь Миллер, причем избранным оказался Миллер, а Л. Эйлер получил всего 2 голоса. Следует заметить, что Миллер жил в Москве, где должна была собраться Комиссия, а Л. Эйлера конференция могла и не желать отпустить на сторону в Москву и к другой работе. — „Протоколы“ II, стр. 593. Любопытно отметить, что победивший Л. Эйлера Миллер получил 7 голосов и что меньше Л. Эйлера получили только двое — Фишер и Попов.

4 К сожалению, в записях их протоколов мы далеко не всегда можем установить, где идет речь об Л. Эйлере и где об его сыне, так как инициалы или другие признаки в них не всегда проставлены. См., напр., в протоколе от 12 мая 1744 г. „Sur l'assertion de Mr. Euler, que sa Majesté l'Impératrice a reçu depuis quelque tems une lunette achromatique très excellente, que le Professeur Stegmann, célèbre et très-habile méchanicien à Cassel lui avoit fait présenter; la Conférence prit la résolution de prier Son Excellence Monsieur le Comte Vladimer Orlov, qu'il engage Sa Majesté de lui céder cette lunette pour quelques jours et de permettre que les Académiciens la comparent avec celles qui sont à l'Observatoire.“ „Протоколы“, III, стр. 128. См. запись от 20 июня 1774 г. там же, стр. 136—197. По содержанию, речь идет скорее об Л. Эйлере, чем об его сыне.

5 Ibid., II и III, passim.

6 Ibid., II и III, passim. Примером последнего может быть следующий запротоколированный случай. 11 октября 1781 г. по плану должен был читать в конференции Иноходцев, „mais comme la Conférence n'a pas encore reçu de cet Académicien voyageur quelque mémoire ou observation, la Conférence pria Mr. l'Adjoint Fuss de lire un mémoire de Mr. Euler le père“, каковой и был Фуссом прочтен. „Протоколы“ III, стр. 555.

отдельными книгами; но случаюсь, что он, имея готовый материал для печатания, уступал другим свое место.[1] Предание, в лице Фусса, говорит, что „он обещал Орлову после своей смерти оставить своих работ на целых 20 лет для печатания в „Комментариях“.

Передавая об этом обещании Л. Эйлера, Фусс отметил, что Л. Эйлер сдержал свое слово.[2] При этом следует иметь в виду, что Л. Эйлер работал и представлял свои работы даже во время болезни.[3] Кажется, новый струей в тематике эйлеровых работ была в эти годы демографня — при этом с очень практическим уклоном[4] и с темами весьма интересными для современной ему русской действительности.

Пожалуй, следует отметить и попытки Л. Эйлера внести новый для себя прием публичного выступления: не с речью или докладом, а с демонстрацией опытов; в 1778 г. он хотел провести публичные опыты по „магнетизму“.[5]

Если и в свой первый приезд в Россию Л. Эйлер не замыкался в индивидуальной исследовательской работе,[6] то во второй приезд он постоянно выступает перед исследователем участником коллективных работ. Два обстоятельства привели его к этому. Во-первых, одно время относительная, потом фактически полная, утрата зрения. Зрение Л. Эйлера резко ухудшилось вскоре по приезде, еще в 1766 г. Позже он сделал попытку спасти его операцией; она была удачна, но, начав работать после нее ранее, чем было можно, он потерял зрение совсем или почти

---

[1] „Протоколы“ II и III, passim. и списки работ Л. Эйлера; в 1773 г. Л. Эйлер уступил часть своего места Д. Бернулли. „Протоколы“, III, стр. 107.

[2] Фусс рассказывает, что „M. Euler s'étoit engagé plus d'une fois envers le Comte Orlof, de fournir à l'Académie assez de mémoires, pour remplir les Actes jusqu'à vingt ans après sa mort: il étoit homme à tenir parole.“ Фусс, стр. 62. Ср. рассказ Бернулли у Пекарского, стр. 295.

[3] В заседании 20 октября 1768 г. было доложено письмо Л. Эйлера с сообщением о написанных им со времени утраты зрения двух новых сочинениях, которые протокольная запись определяет как „wichtigen“. Это его „Диоптрика“ и как выражается запись „Seiner Entdeckung einer neuen Methode, die Bewegng des Monds genauer zu berechnen, als mit allen bishero bekannten Methoden geschehen.“ Последнему своему труду Л. Эйлер придавал такое значение, что считал необходимым немедленно же сообщить его особыми письмами в Академии Берлина, Парижа и Лондона. „Протоколы“ II, стр. 655.

[4] См. „Протоколы“, III, стр. 225 и 238. Также ст. В. В. Паевского в настоящем сборнике.

[5] В заседании 18 июня 1778 г. „Monsieur Euler le père fit proposer à la Conférance, si un récit détaillé des expériences nouvellement faites sur le magnétisme des barres et autres pieces d'acier, qui ont été transportées et déposées chez lui, ne seroit pas propre d'entretenir d'une manière agrèable l'Assemblée publique que l'Académie se propose de donner cette année? Que tout cet appareil pourroit même être exposé ce jour à la Salle d'Assemblée, et qu'on pourroit en présence de tout les assistans répéter quelques expériences des plus essentielles.“ „La Conférence — прибавляет протокол — approuva cette idée de Mr. Euler et résolût de la faire proposer à Monsieur le Directeur, en la soumettant à sa décision.“ „Протоколы“, III, стр. 363.

[6] См., напр., об его картографических работах.

совсем; позже оно частично, но в очень слабой степени, было каким-то путем восстановлено.[1] Почти полная утрата зрения не помешала Л. Эйлеру „вычислять“, но, видимо, представляла много неудобств при составлении mémoires на основе уже сделанных вычислений. К работе над ними он привлекает сыновей, физика и артиллериста, Лекселя, Крафта, Фусса и Головина,[2] но главным образом двух последних. Эти лица, повидимому, иногда писали работы Л. Эйлера, придерживаясь схемы его вычислений, иногда же, может быть, только редактировали сделанные под его диктовку записи.[3]

Но вместе с тем, Л. Эйлер приступил к обширным совместным научно-исследовательским работам, участники которых на ряду с ним и под его руководством проделывали большую самостоятельную работу. Таковы были работы по диоптрике в 1769—1771 г. с Крафтом и по астрономии около 1771 г. с сыном, Крафтом и Лекселем[4] и др.

---

[1] Пекарский I, стр. 293—295. Подпись протоколов оказывалась после того для Л. Эйлера трудным делом. Поэтому она начинает редко встречаться под ними, хотя бы он и присутствовал на заседаниях, к которым они относятся. Часто она оказывается сделанной неправильно. Так в протоколах комиссии за 1766 г., на л. 305 об., его подпись не на месте: сползла на подпись Румовского. Довольно часто вместо него его именем протоколы скрепляет его сын. Протоколы комиссии, passim. Но еще чаще он совсем их не подписывал. Так 7 сентября 1769 г. И. Л. Эйлер подписал за отца Л. Эйлера особый протокол по расчетам с академическим „книгопродавцем“ Вейтбрантом, объясняющий допущенную в протоколе от 7 октября 1765 г. ошибку и приложенный к нему. Это обстоятельство указывает на его присутствие в заседании 7 окт. 1768 г., хотя под протоколом этого заседания нет его подписи ни его ни его сына рукою. См. в архиве А. Н. Ф. 3, оп. I, № 539 (лл. ненумерованы).

[2] Фусс отмечает, что, окрепнув, Л. Эйлер пользовался помощью 2 сыновей, академика и офицера, Крафта и Лекселля.

[3] Пекарский, I, стр. 295—296. Об отношении Л. Эйлера к своим помощникам см. две записи протоколов конференции: В заседании 17 октября 1774 г. Л. Эйлер представил два „mémoires“, „écrits par Mr. Fuess, qui en a fait tous les calculs avec une grande assiduité, et à la capacité duquel Monsieur Euler donna à cette occasion de grands éloges, ajoutant qu'il a fait des progrès très rapides dans les mathématiques et que déjà depuis longtems il a écrit tous les mémoires que lui, Mr. Euler, a présenté à l'Académie“. „Протоколы“, III, стр. 153. 31 октября 1774 г. Л. Эйлер представил Конференции два своих „mémoires“, о первом из которых в протоколе написано: „Le premier a été écrit par l'étudiant Golovin, et Mr. Euler le père fit dire à l'éloge de ce jeune homme‘ qu'il a très bien compris et saisi cette partie de mathématique qui n'en est pas une de moins difficiles, d'où la Conférence peut juger que les progrès de l'étudiant Golovin sont très considérables pour le peu de tems qu'il a fréquenté les leçons de Mr. Euler“. „Протоколы“, III, стр. 156. Любопытно, что Фусс ставил себе в особую заслугу работу над трудам Л. Эйлера. В этом смысле очень важно, что, доказывая специальным представлением конференции свое право на должность академика, он, между прочим, особо подчеркивает что „depuis près de dix années que j'ai èté chargé de leur rédaction“. „Протоколы“ III, стр. 640. Быть может, заслуживал бы особого рассмотрения вопрос о роли Фусса и других помощников Л. Эйлера в составлении его „mémoires“.

[4] Об них нам главным образом рассказывает Фусс. О совместной работе с Крафтом по оптике Фусс говорит: „L'arrivée de M. Krafft le mit en état d'exécuter un projet qu'il avoit roulé long-tems dans la tête: celui de réunir, en un seul corps d'ouvrage, tout ce qu'il

В некоторой мере таким же участием в коллективной работе Академии, но по линии не только научно-исследовательской работы, но отчасти и научно-организационной, было выполнение Л. Эйлером ученой экспертизы по работам других членов Конференции.[1]

Весьма часто Л. Эйлер давал отзывы и на работы, приходившие в Академию со стороны.[2] Приходилось ему участвовать и в обсуждении и испытании разнообразных проектов, приходивших в Академию из других учреждений или непосредственно в нее подававшиеся.[3]

Так, в 1776 г. он участвовал в испытании составленного знаменитыми Кулибиным проекта одноарочного моста через Неву. Биограф последнего замечает, что Л. Эйлер был единственным академиком, который помог Кулибину в вычислениях и затем с самого начала и до конца испытания оставался благожелательным к автору проекта.[3]

---

avoit fait, dans l'espace de trente années, pour le perfectionnement des instrumens d'Optique et de leur Théorie. Il mit la main à l'exécutlon de ce travail avec la vivacité ordinaire et fit publier en 1769, 1770 et 1771 trois gros volumes sur la Dioptrique". Фусс, стр. 51. О работе Л. Эйлера по вопросу в движении луны Фусс замечает: „Il eut le courage de refondre toute la Théorie avec M. M. J. A. Euler, Krafft et de poursuivre ses recherches jusqu'à la construction de nouvelles Tables, qui ont paru conjointement avec le grand ouvrage publié en 1772". Фусс, стр. 57. В 1768—1769 гг. Л. Эйлер принял участие в работах русских астрономов по наблюдению за прохождением Венеры мимо Солнца. Фусс говорит о них так: „M. Euler médita une nouvelle méthode de tirer parti de leurs observations pour déterminer la vératable Parallaxe du Soleil, et par conséquent les distances de toutes les Planètes. Il en trouva une très élégante pour calculer non seulement les observations du passage, mais encore celles de l'eclipse du Soleil qui suivit de près le premier phénomène et dont heureusement on pouvoit se servir pour déterminer la position géographique des lieux des observations." Фусс же отмечает, что „вычисление всех этих наблюдений" принял на себя Лексель. Фусс, стр. 54. Некоторые сведения есть в „Протоколах", II и III.

[1] Так, в заседании 2 июня 1769 г. было признано целесообразным сообщить отсутствовавшему по нездоровью Л. Эйлеру результаты наблюдений, связанных с прохождением Венеры мимо Солнца, и только после его отзыва поставить к рассмотрению на ближайшее заседание. Отзыв был дан Л. Эйлером к заседанию 4 июля. „Протоколы", II, стр. 687—689. На заключение Л. Эйлера направляется инструкция, которую должен выработать Румовский для географических наблюдений адъюнкта Крафта „nach der Moldau". „Протоколы", II, стр. 731.

[2] См., напр., „Протоколы", III, стр. 140, 159, 181, 516—517, 526, 616, 678.

[3] П. Свиньин в статье „Жизнь механика Кулибина и его изобретения" („Отечественные записки Павла Свиньина", ч. II. СПб., 1819, стр. 225—316) рассказал об отношении Л. Эйлера к замечательному изобретателю своего времени И. П. Кулибину и его интереснейшему проекту одноарочного моста через Неву. Когда при содействии кн. Г. А. Потемкина последовало „высочайшее приказание гг. профессорам и академикам освидетельствовать... изобретение" Кулибина и „гг. ученые со всею строгостью готовились рассматривать и судить" его „модель..., славный математик Эйлер поверил представленное Кулибиным трудное исчисление и, найдя его совершенно правильным, с примечаниями чрезвычайно лестными для неученого математика, напечатал оное в Комментариях Академии Наук". Несмотря на казалось бы достаточно авторитетное мнение Л. Эйлера, другие ученые „забавлялись" „на счет" Кулибина, как до освидетельствования модели, так и во время его. Лишь полный успех испытания „превратил в пасмурные" „веселые лица насмешников" и заставил „всех единогласно поздравить Кулибина с благополучным успехом". Тогда Л. Эй-

В 1769 г. принимал участие в рассмотрении проекта о лучшем устройстве школьной части в империи и представил, вместе с академиком-сыном, письменное мнение о нем.[1] Иногда ему, как и другим академикам, давались поручения непосредственно от императрицы.[2]

лер, связывая во-едино вынужденные поздравления с недавними насмешками „подойдя к Кулибину с особенным уважением сказал: «От всего сердца поздравляю вас, г. Кулибин, с желаемым успехом, коего, признаюсь, несмотря на правильность исчислений ваших, я не надеялся видеть на практике; теперь остается Вам оправдать пророчество г. N, и сделать нам лестницу на небо!» — одна из шуток, которыми члены академической комиссии забрасывали Кулибина во время освидетельствования моста. Статья называет в составе комиссии академиков: обоих Эйлеров, Котельникова, Румовского, Крафта, Лекселя и адьюнктов: Иноходцева, Фусса, Головина (см. стр. 247—252). Напоминанием об отношении Л. Эйлера к Кулибину обязан М. И. Радовскому. В „Протоколах" лишь одно незначительное указание (III, стр. 237): „Monsieur l'Adjoint Golovin remit une traduction allemande qu'il a faite du mémoire du Mécanicien Coulibin, concernant le pont de bois à une arche, qu'il a projetté pour être construit à travers la Néva et dont le modèle sera achevé au premier jour". Срвн. там же стр. 229. Других записей в протоколах о кулибинском проекте и его испытании нет.

Участвовал он и в испытании проекта Рибаса в 1776 г. „Протоколы" содержат некоторый материал по вопросу об испытании проекта Рибаса; так, в заседании 22 февраля 1776 г. „Monsieur le Directeur déclara que Sa Majesté notre très gracieuse Souveraine lui a ordonné de faire examiner par l'Académie des Sciences le modèle d'un pont à construire sur la Grande Néva, que Mr. de Ribas, capitaine au Corps impérial des Cadets de terre, a inventé et qu'il a eu l'honneur de faire voir à l'Impératrice. Conformément à ces ordres, Monsieur de Domaschnev nomma les Académiciens Euler le père, Kotelnikov, Euler fils et Roumovsky pour se rendre au Corps de Cadets et y examiner ledit modèle pour en faire leur rapport à la Conférence Académique. Il leur joignit encore les deux Adjoints Fuss et Golovin et chargea ce même comité d'examiner ensuite aussi le dessin, la description et le calcul d'un autre pont qui a été projeté par le mécanicien-artiste de l'Académie Koulibin, et dont le modèle doit être achevé en peu de tems. Monsieur l'Adjoint Golovin traduira en latin la description sousmentionnée de cet autre pont et la remettra entre les mains des Commissaires." „Протоколы" III, стр. 229. Rapport комиссии там же, стр. 230—232 (в заседании 4 марта 1776 г.) В заседании 18 апреля 1776 при освидетельствовании комиссией модель была признана неудовлетворительной, и Рибас обещал представить к испытанию новую. В заседании 11 ноября конференция „nomma pour cet examen Messieurs Euler le père, Kotelnikov, Roumovsky, Krafft, Lexell, Fuss, Golovin et Secrétaire". „Протоколы", III, стр. 265—266. Комиссия 15 ноября освидетельствовала новую модель Рибаса, причем столкнулась у него с такой „manière d'expérimenter", которая ей, повидимому, показалась „insuffisante et même douteuse". В результате конференция поручила комиссии произвести переосвидетельствование модели „d'une manière différente de la sienne". Рибас, видимо, согласился на переосвидетельствование модели, но, судя по отсутствию в протоколах конференции новых сведений об ее испытании, в дальнейшем, может быть, сумел, затягивая дело, уклониться от такового — хотя это и мало вероятно, так как в „examen" его модели был заинтересован фельдмаршал кн. Голицын. „Протоколы", III, стр. 267—268.

[1] „Протоколы" II, стр. 662.

[2] Так, в заседании 26 апреля 1773 г. секретарь сообщил, что заместитель директора Академии Ржевский передал ему приказание императрицы Академии и, в частности, Л. Эйлеру: „de lui faire savoir par écrit son sentiment sur... la collection" предложенных к покупке „manuscripts" Кейлера, и конференция поручила Л. Эйлеру представить свое заключение к ближайшему заседанию. 29 апреля в первое заседание после бывшего 26 числа, Л. Эйлер представил таковое. „Протоколы", III, стр. 90—91.

В последние годы товарищи, видимо, затруднялись обременять его прямыми поручениями, и он как бы присоединялся к особой комиссии по исполнению поручений в качестве консультанта для советов.[1]

Из других работ Л. Эйлера по конференции надо отметить его участие в выработке тем для объявленных Академиею премий.[2] В 1782 г. он принял выдающееся участие в принципиальной постановке общего вопроса о премиях.[3]

Вместе с тем надо отметить его общую активность по обсуждению вставших перед конференцией важнейших вопросов научного характера.[4]

Через него вступали в сношения по вопросам научного характера с Академией как учреждения (напр. Московский университет), так и отдельные лица.[5]

---

[1] В протоколе от 21 августа значится, что „Son Exellence Monsieur le Directeur nomma un Comité pour déterminer la pente et la vitesse du courant de la Néva et il subordonna ce Comité composé de Messieurs Krafft, Fuss, Golovin et le Secrétaire à la direction et aux conseils de Mr. Euler le père". „Протоколы", III, стр. 484. Рапорт был представлен в заседании 28 августа; там же стр. 485—487.

[2] См. напр., „Протоколы", III, стр. 186, 190, 191, 421, 472.

[3] Ibid., III, стр. 622—623.

[4] Так случилось 27 октября 1766 г., когда он едва оправился от своей болезни, в конференции обсуждался вопрос о высоте Ладожского озера. Протокол заседания сообщает, что:

„Der Herr Professor Euler der ältere übernahm die Arbeit, in einem shriftlichen Aufsatze die Meinung der Academiae über diese Materia zu entwerfen nnd der Academie einzuliefern" 30 окт. 1766 г. „Der Herr Professor Euler übergab der Versammlung den letzthin versprochenen Aufsatz seiner Gedanken über die letzterwähnte Abhandlung des Herrn Feldmarschalls Grafen von Münnich von Ursachen des steigenden und fallenden Wassers im Ladoga Sae". „Протокол", II, № 579. Сравн. стр. 581 (заседавие 6 ноября 1766 г.). В 1767 г. Л. Эйлер участвовал в обсуждении вопроса об астрономических наблюдениях в 1769 г., между прочим, в заседании 25 июня 1767 г. „Herr Professor Euler der ältere, der nach seiner fort 4-monatlichen Krankheit heute zur ersten Mal wieder in der Academie erschienen, stellte der Versammlung vor, dass nun die Zubereitungen zur astronomischen Observation 1769 um so eifriger begunt und fortgesetzt werden müssen, je angelegener sie Ihrs Kaiserl. Majestaet der Academie aufgetragen". „Протоколы" II, стр. 595—596 и 607. Позже он обсуждает те же вопросы дома. Так, когда 16 апреля 1781 г. директор Домашнев поставил перед конференцией вопрос об организации „avant l'anneé" 1783 г. астрономических экспедиций, „Messieurs les Académiciens Astronomes doutèrent, que cela fût possible; cependant ils convinrent d'y réfléchir encore, de demander surtout l'avis de Monsieur Euler le père et de rapporter leur dévision finale à la séance prochaine". Эйлер в следующее же заседание дал через Румовского ответ, что он „est pareillement de l'avis que ce seroit perdre le temps et dépenser inutilement de l'argent que de faire partir les trois expéditions astronomiques avant l'année 1783 suivant le plan qui leur a été tracé dans leurs instructions и предложил „d'envoyer une expédition au sud et de remettre celles du nord à une année plus favorable". „Протоколы", III, стр. 523—524.

[5] См. „Протоколы", напр., II, стр. 587, 588, 606 и III, 19, 156, 207, 354—356, 391, 118, 121. Некий Giannini через него направил в Академию два экземпляра своих" Opuscula mathematica", прося передать их императрице и наследнику. См. заседание конференции от 13 окт. 1774 г. „Протоколы", III, стр. 152.

Он принимал большое участие в научно-организационной работе конференции, особенно в пополнении ею своего состава, чему он вообще придавал огромное значение. Так, например, кроме названных выше лиц, он принимал участие в привлечении в состав конференции Гольдштедта, Лекселя, Иноходцева, Крафта, Фусса, Головина, Платцмана, и др.[1] При этом он, несмотря на свою недавнюю ориентацию в сторону русских кандидатур, гораздо реже предлагал выбирать русских, чем иностранцев, и выступал против русских товарищей, когда те, пользуясь § 13 устава, который впрочем не запрещал выбирать адъюнктами иностранцев, пытались не пропускать их в адъюнкты.[2]

В сентябре 1774 г. Л. Эйлер обратился к „Directeur général“ Академии, гр. В. Г. Орлову, с письмом, в котором „cet Académicien, après avoir donné de justes éloges à l'assiduité de ses deux élèves Fuss & Golovin et rendû compte des rapides progrès qu'ils ont fait dans les mathématiques, il prie Son Excellence d'engager le premier au service de l'Académie, et d'encourager l'autre qui y est déjà, mais qui Jusqu'à présent ne jouît que d'une modique pension.“ Направляя это письмо в конференцию, директор „souhaite que la Conférence lui donne son sentiment sur ce sujet“; вместе с тем он писал „qu'elle délibère ensuite aussi sur quel pied l'Académie pourroit engager l'Apoticaire Georgi, qui jusqu'ici a été employé auprès des expéditions d'histoire naturelle“... 1 декабря 1774 г. были доложены конференции пожелания директора и письмо Л. Эйлера, и „le secrétaire... cueillit ensuite les voix des Msrs. les Académiciens, en commençant,“ по обычаю, «par le dernier et en montant ainsi suivant l'ordre de leur ancienneté.» Оказалось, что «tous furent du sentiment que sur la recommandation de Mr. Euler, il falloit encourager Mr. Golovin et engager à l'Académie Mr. Fuss“. Но по вопросу о том,как надлежит это сделать, мнения и голоса разделились: трое, Лексель, Крафт, и Эйлер-сын „opinèrent, que l'Académie pouvoit accorder à l'un et à l'autre le titre d'Adjoint“, и против них трое же, Лаксманн, Паллас и Вольф, „furent d'avis d'engager Mr. Fuss seul comme Adjoint et de donner à l'étudiant Golovin quelqu'autre encouragement“.

Русская группа, мнения которой были наиболее выразительно формулированы Румовским, „qui ensuite envoya son sentiment par écrit“, в сущности присоединилась к первому мнению немецкой молодежи: „crût que l'un et l'autre élève méritent d'être nommés Adjoints de l'Académie, mais“ она „y opposa des difficultés suivantes: 1) Mr. Golovin est encore compris dans la capitation, et ne sauroit par conséquent être admis à quelque charge que ce soit, avant qu'il ne soit déchargé de cette obligation. 2) Mr. Fuss est un étranger, et il est dit dans un article du Règlement de l'Académie,

---

[1] „Протоколы“, II, 609—610, 633, 654, 661 и III, 695—696.

[2] § 13 устава 1747 г. предписывал только „стараться, чтобы адъюнкты были все из русских“. Интереснейшее столкновение Л. Эйлера с русскою группою произошло в декабре 1774 г. „Протоколы“, III, стр. 162—163.

que les Adjoints doivent être de la nation russe". Отсюда группа делала вывод в отношении Фусса: „Ce sera donc a Son Excellence Monsieur le Directeur-Général de décider si le cas présent est de nature qu'on puisse s'écarter en faveur de Mr. Fuss des lois de l'Académie, comme on l'a fait autrefois à l'égard de Messieurs Krafft, Lexell et Güldenstaedt". К их мнению присоединился и Штелин, который, „opposa, que comme les deux élèves ont la capacité requise pour être fait Adjoints de l'Académie, il sera aisé à Son Excell. Mr. le Directeur de lever tout de suite les difficultés que le Prof. Roumovsky vient de rapporter". „Enfin", заключал, в качестве старейшего, обмен мнений, Л. Эйлер „fût d'avis que quoique Mr. Golovin ne soit pas encore aussi avancé dans les mathématiques que l'est Mr. Fuss, il seroit pourtant à conseiller de les traiter l'un et l'autre sur le même pied, en les déclarant tous deux Adjoints de l'Académie: et en cas que cet avancement paroîsse être trop subit, le Chef n'auroit qu'à leur accorder pour le commencement une pension plus petite que n'est celle dont jouïssent ordinairement les Adjoints ou bien créer en leur faveur une charge moyenne entre étudiant et Adjoint".

Если в вопросе о возведении Фусса в должность адъюнкта Академии русская группа заняла примирительную позицию, то в следующем пункте она определенно выступила против нового кандидата — иностранца Георги, вопрос о котором, повидимому, был предварительно очень хорошо подготовлен в группе ак. Палласа и в настоящий момент поставлен на обсуждение — несомненно по ее инспирации — волею самого директора. Обсуждение началось с чтения „les bons et même excellens témoignages que le Chevalier de Linné et le célèbre Wallerius ont donné à Mr. Georgi". Затем глава экспедиции, в которой участвовал Георги, Паллас, пояснил, почему считает возможным „sans balancer lui acorder le titre d'Adjoint en Chymie".

Видимо, опасаясь возражений, так как Георги не имел работ по химии, Лексель, Крафт и Вольф предложили „de le nommer Adjoint... sans déterminer exactement la science, de laquelle il doit faire profession". А Штелин нашел рядом с этим осторожливым выходом, другой — грубоватый: „fût du sentiment qu'on lui donne le tître d'Adjoint en histoire naturelle et en chymie". Но оба Эйлера присоединились к показавшемуся многим неосторожным предложению Палласа. Зато русская группа, к которой на этот раз присоединился и Лаксман, очень решительно выступила против кандидатуры Георги как по формальным соображениям, так и по существу всей академической политики, как они себе ее представляли, или, по крайней мере, хотели внушить другим. „Quoiqu'ils, — говорили они, — „ne nièrent pas que l'Apoticaire Georgi soit capable de faire honneur au tître d'Adjoint... 1) Mr. Georgi étant étranger, il est par le règlement de l'Académie exclû du nombre des Adjoints, à moins que Son Excell. Mr. le Directeur-Général ne juge pas à propos de faire en sa a veur une exception à la règle; 2) L'Académie, ayant envoyé dans les païs étrangers plusieurs élèves pour y étudier l'histoire naturelle et la chymie, il faut conserver jusqu'à leur retour les places d'adjoints pour pouvoir les en décorer; 3) L'Apoticaire Georgi devroit, quant même il seroit de la nation, donner des preuves de sa capacité et présenter pour cet effet à la Conférence un mémoire latin sur un sujet qui se rapporte à la science dont il voudra faire profession". Выход из создавшегося столкновения нашел Л. Эйлер, который с большою решительностью устранил из поля обсуждения те пути, на которые стала русская группа: „Mr. Euler le père repartit qu'il ne s'agissoit pas ici d'examiner si Mr. Georgi a un droit d'aspirer au tître d' Adjoint, ou si l'Académie est en droit de le lui accorder, mais qu'il faut simplement répondre à la question faite par Son Excellence Monsieur le Directeur-Général qui se réduit à ces deux demandes: Mons. Georgi est il capable d'occuper une place à l'Académie et quel emploi lui peut-on conférer? à quoi Mr. Euler et plusieurs des autres Académiciens ont déjà répondû que l'Apoticaire Georgi a toute la capacité requise pour être reçu Adjoint de l'Académie".

По записи протокола чувствуется, что русская группа не решилась выступить против отвода Л. Эйлером ее возражений.[1] В происходивших внутри конференции столкновениях Л. Эйлер, как это отчасти видно и из описанного происшествия, стремился найти компромиссное решение.[2]

Иным было отношение Л. Эйлера к директору и его бюрократическому режиму. Неудача с его постановкою академической реформы и его крах в 1774 г. сделали его положение очень трудным. Может быть, в известной мере сознанием тяжести его положения и было продиктовано выступление Л. Эйлера по вопросу о праздновании академического юбилея, в котором он тесно связал воедино Академию с императрицею и самым институтом монархии в России.[3] Как бы то ни было, но это выступление

---

[1] „Протоколы", III, стр. 162—163.

[2] Такова же была его постановка вопроса в деле Шлецера, письменное мнение по которому им было представлено 20 марта 1769 г. „Протоколы", II, стр. 674 и 676.

[3] 8 июня 1775 г. Л. Эйлер при обсуждении вопроса о времени празднования пятидесятилетнего юбилея Академии предложил днем торжеств 1 августа 1766 „& appuia son sentiment par les raisons suivantes: Comme il est vraisemblable que la Cour sera vers ce tems retournée en cette ville, l'Assemblée Solemnelle que l'Académie tiendra aura plus de lustre. En second lieu cette fête pourra alors être célébrée dans la Sale de la Bibliothèque, qui déjà est toute adaptée à une telle célébration, et qui est plus spatieuse que ne l'est celle des Conférences. Enfin ce dernier jonr de 1-er Aout n'est pas moins mémorable que celui de la dédicace de l'Académie; parceque ce fût en ce jour que l'Impératrice Catharine I de glorieuse mémoire honora l'Académie de Sa présence, et qui alors fût, pour ainsi dire, consacrée pour la seconde fois, comme on le peut voire par les fabêtes de l'Académie. Ensuite Mr. Euler le père fit aussi remarquer que l'Académie ne sauroit chômer la fête de son jubilé sans la permission de Sa Majesté l'Impératrice, & sans en avoir soumis le plan à Sa haute approbation; & que ce sera alors à elle de fixer le jour de cette fête." „Toute la Conférence — добавляет Протокол — applaudit à ces raisons et il fût décidé, que le jubilé ne sera célébré qu'au retour de la Cour à St.-Pétersbourg et que l'Académie fera vers ce tems présenter à Sa Majesté l'Impératrice un plan pour cette célébration". „Протокол", III, стр. 186.

Л. Эйлера не изменило его положения в Академии. В период управления Академиею Домашневым он все время оставался в тени и глухой оппозиции, которая только очень редко прерывалась каким-нибудь его бурным прямым выступлением против директора — очень редко в значительной мере потому, что он почти никогда не мог вполне рассчитывать на помощь товарищей.[1]

Отношения конференции и Л. Эйлера с Домашневым[2] в 1782 г. достигли чрезвычайной остроты. К этому году и относятся два резких выступления против него со стороны Л. Эйлера. 8 апреля 1782 г. в заседании конференции был доложен приказ директора Домашнева об устранении Котельникова от заведывания Кунсткамерой, с передачею такового Палласу. Этот приказ вызвал прения, во время которых академик Крафт выступил с сильною речью против директора и, между прочим, „proposa ... à Messrs. les Académiciens de s'adresser en corps à Monsieur Euler le père, comme au plus ancien de leurs confrères, pour lui demander conseil sur les mesures à prendre, afin de détourner pour l'avenir ces sortes de procédures, qui en ôtant aux Académiciens toute envie d'étudier, tendent à une entière décadence de tout le corps". По словам протокола „la Conférence agréa unanimement la proposition faite par Monsieur le Professeur Krafft... et chargea le Secrétaire de demander à son père le jour et l'heure où il voùdra bien recevoir chez lui Messieurs les Académiciens et Adjoints".

В этом же заседании по заявлению акад. Румовского об удерживании директором у себя подаренной Академии шведским королем коллекции „il fut conclû par la pluralité que la Conférence la soumettra à la décision de Monsieur Euler le père".

---

[1] Вероятно, главным образом к этому времени относятся слова Кондорсе:

„Il alloit encore quelquefois à l'Académie, principalement dans les circonstances difficiles, où il croyoit que sa présence pouvoit être utile pour y maintenir la liberté: on sent combien un Président perpétuel, nommé par la Cour, peut troubler le repos d'une Académie, et tout ce qu'elle en doit craindre, lorsque n'étant pas choisi dans la classe de Savans, il ne se sent pas même arrêté par le besoin qu'a sa réputation du suffrage de ses Confrères; comment des hommes, uniquement occupés de leurs paisibles travaux, et ne sachant parler que le langage des Sciences, pourroient-ils alors se défendre, sur-tout si étrangers, isolés, éloignés de leur patrie, ils tiennent tout du gouvernement auquel ils ont à demander justice contre le Chef que ce Couvernement même leur a donné? Mais — продолжает Кондорсе — il est un degré de gloire où l'on se trouve au-dessus de la crainte; c'est lorsque l'Europe entière s'élèveroit contre une injure personnelle faite à un Grand homme, qu'il peut sans risque déployer contre l'injustice l'autorité de sa renommée, et élever en faveur des Sciences, une voix qu'on ne peut empêcher de se faire entendre; M. Euler tout simple, tout modeste qu'il étoit, sentoit ses forces, et les a plus d'une fois heureusement employées." „Histoire", стр. 62. Вероятно, к этому его выступлению относится красивое припоминание Фусса: „Ennemi juré de toute injustice, s'il en voyoit commettre quelque-part, il avoit la franchise de la censurer et le courage de l'attaquer ouvertement sans avoir égard à la personne. Des exemples récens de ce que je viens d'avancer, sont encore dans la mémoire de tout le monde" Фусс, стр.69.

[2] Положение Домашнева в это время было хуже, чем Орлова, потому что он не имел послушных, как тот, сторонников в комиссии (см. ее „Протоколы").

На другой день состоялось заседание Конференции у Л. Эйлера[1] в составе следующих лиц: ак. Эйлеры, Румовский, Вольер, Протасов, Лепехин, Краффт, Лексель и адюнкты Фусс, Озерецовский (в числе отсутствующих был и Паллас). В начале заседания „Monsieur Euler le père, prévenu et informé des dernières procédures de Son Excellence Monsieur de Domasohneff envers l'Académie et ses membres, communiqua et fit lire uu écrit qu'il avoit préparé pour cette Assemblée et qui contenoit les conseils et observations".

Следующее экстраординарное заседание конференции, 12 апреля, состоялось уже не у Эйлера и без его участия.[2]

Через несколько месяцев в заседании 10 октября 1782 г. возникли оживленные прения в связи с вопросом, который поставил еще 29 сентября конференции директор Домашнев — наметить вопросы по разным наукам, из которых он сам выберет 4 темы для премий. Так как академики откладывали ответ на его распоряжение, он в заседании 10 октября поставил следующий вопрос:

„Si en vertu de l'institution du 29 septembre Messieurs les Académiciens ont proposé selon leurs parties réspectives des questions pour les quatre prix dont il est fait mention dans la dite institution?"

На такой запрос директора „le Secrétaire répondit que la Conférence avoit pris tout de suite en délibération la proposition qu'il a plû à Son Excellence de nommer une institution: vu qu'en vertu du 31 article du Règlement Académique, toute chose qui regarde le progrès des sciences, doit être décidée par la pluralité des voix: que comme ce même article ordonne encore aux Académiciens de consulter sur de telles matières le sentiment de leur doyen, il avoit été arrêté de demander préalablement le sentiment de Monsieur Euler le père et que celui-ci l'avoit aussi donné pour être lu à la Conférence". Домашнев пытался спасти положение решительным протестом против чтения „le sentiment" Л. Эйлера: „Monsieur le Directeur répondit qu'il n'étoit pas nécessaire d'en faire la lecture parce que Son Excellence ne demandoit que des questions et que Monsr. Euler n'en donnoit point" и все же «il fut donc jugé à propos d'en faire d'abord mention ici et d'insérer au présent protocolle le sentiment de Mr. Euler, comme suit:

„Monsieur Euler le père soutient que la nouvelle institution de Son Excellence Monsieur le Directeur n'est point conforme à l'article 65 du Règlement et qu'elle ne sauroit par conséquent être reconnue comme telle par la Conférence, à moins que Monsieur le Directeur ne puisse produire quelque ordre supérieur. D'abord la multiplication des prix ne contribuera en rien à un plus grand progrès des sciences; d'autant plus que le choix des ques-

---

[1] В протоколе от 9 апр. 1782 г. оно озаглавлено: „Assemblée extraordinaire tenue chez Monsieur Euler le père en vertu d'une résolution unanime prise en pleine Conférence le vendredi 8 avril 1782 (voyez le protocolle du 8 avrile article 8)". „Протоколы", III, стр. 589

[2] „Протоколы", III, стр. 582.

tions devient de plus en plus difficile et que les Académies malgré tous leurs soins se voyent pour la plupart dans la nécessité ou de couronner des écrits très médiocres, ou de remettre la distribution des prix d'une année à l'autre et de les abandonner à la fin tout à fait. En second lieu il n'y a aucune raison qui puisse déterminer l'Académie à croire cette multiplication des prix propre pour mettre dans un plus grand jour la gracieuse protection de notre Auguste Souveraine envers les sciences, de laquelle Sa Majesté donne à tout le monde des preuves incomparablement plus éclatantes que ne l'est celle projettée par Monsieur de Domaschneff. Enfin le grand article, c'est que cette augmentation est contre l'état de l'Académie et qu'elle surpasse ses fonds, qui déjà par plusieurs procédés irréguliers viennent d'être diminués sensiblement et qu'il est à présumer qu'ils le seront encore d'avantage. Mais suppose que Son Excellence trouve moyen de remplir non seulement ces lacunes dans les revenus de l'Académie, qu'elle parvienne encore d'augmenter ceux-ci au delà de ce qu'ils ont été, l'Académie a encore tant d'autres besoins interieurs, qu'il ne conviendroit pas de sacrifier à la mince gloire de briller dans le public par une distribution multipliée de prix, tandis que les susdits besoins subsistent et s'accroissent de jour en jour".

Messieurs les Académiciens instruits de cette opinion de leur doyen et ayant déjà fait auparavant eux-mêmes de pareilles réflexions, protestèrent généralement, et à l'exception d'un ou de deux unanimement, contre la publication de nouveaux prix...»[1]

В результате полного разрыва с конференцией и комиссией Домашнев был, в конце концов, устранен с поста директора Академии. Его место заняла просвещенная меценатка кн. Дашкова, сумевшая более мягкими способами добиться многого из того, чего не могли достичь ни гордый Орлов, ни грубый Домашнев. Ее отношение к Эйлеру было совсем другим, чем у них. Она демонстративно подчеркнула свое уважение к нему и любезно просила у него советов по управлению Академией.[2]

Но это были уже последние месяцы жизни Л. Эйлера.

V

7 сентября 1783 г., т. е. всего через несколько дней после того, как академики Крафft, Лексель, Фусс, пользуясь заявлением одного из последних учеников Л. Эйлера — Платцмана, произнесли похвальные речи

---

[1] „Протоколы", III, стр. 622—623.

[2] Рассказ Дашковой об этом общеизвестен. См. „Современник" 1845 г. XXXV, стр. 20—22, а также в отдельно изданных записках Дашковой. Заседание от 30 января 1783 г, о котором рассказывает Дашкова, изложено в „Протоколах", III, 648—649. Л. Эйлер значится присутствующим на нем (стр. 648.). Через несколько дней, 10 февраля 1783 г., „конференция, распределяя медали „sur l'inauguration de la statue équestre de Pierre le Grand", единственную большую медаль присудила Л. Эйлеру. „Протоколы", III, стр. 652.

в его честь, Эйлера не стало, а 11 сентября состоялось первое заседание конференции, связанное с его кончиною.[1] Протокол рассказывает, что „Messieurs les Académiciens et Adjoints, avertis de cette perte irréparable que l'Académie vient de faire par la mort de son illustre doyen et assemblés pour cette raison en deuil, entendirent la lecture d'un discours allemand, analogue à ce triste événement, dans lequel Monsieur le Conseiller d'Etat actuel de Stehlin, en qualité du plus ancien Académicien, tâcha d'exprimer combien l'Académie doit regretter la mort de ce grand homme, qui depuis plus de 56 ans a été sa gloire et son plus bel ornement".

Заслушав речь Штелина, конференция постановила воздвигнуть за счет академиков памятник Л. Эйлеру.[2]

В заседании 13 октября 1783 г. Фусс доложил, что окончил „l'Éloge de feu Mr. Euler", и просил „определить" заседание, в котором он прочел бы свою речь. Конференция постановила устроить торжественное заседание, „при согласии на это кн. Дашковой". В заседании 16 октября было доложено, что Дашкова назначила торжественное заседание на 23 октября, когда оно в действительности и состоялось. После краткого вступительного слова Дашковой Фусс прочитал свои „l'Éloge". В заседании 15 марта 1784 г. Дашкова представила конференции мраморную колонну для бюста Л. Эйлера, который академики решили поставить. 14 января 1785 г. бюст и колонна были поставлены в зале заседаний напротив кресла президента.[3]

В жизни и работе Л. Эйлера русская Академия Наук сыграла, повидимому, огромную роль. Он так сам формулировал ее Шумахеру в виде своего ответа прусскому королю: он считал самым важным для молодого ученого, чтобы его специальность „была у него главным предметом, и он не... отрывался от нее никакими другими занятиями". И замечал по этому поводу: „Такому вожделенному случаю не только доктор Гмелин обязан всем, что сделало известным его имя, но и я, и все

---

[1] Протокольная запись говорит, что Л. Эйлер умер „après avoir fourni une carrière longue et brillante et fait rétentir l'Europe entière de son nom immortel." В конце записи Л. Эйлер назван: „également digne d'admiration par son génie et par ses vertus". Говоря о смерти Л. Эйлера, Фусс, между прочим, замечает, что „il a eu la consolation de voir, avant sa mort, l'Aurore des beaux jours que la direction sage et éclairée de Son Excellence Madame la Princesse de Dachkow fait renaître parmi nous, et sa satisfaction en a été proportionnée à l'attachament qu'il a toujours conservé pour cette Académie." Фусс, стр. 66.

[2] „Протоколы", III, стр. 707—708.

[3] „Протоколы", III, стр. 728—729, 792. К протоколу заседания от 6 октября 1783 г. присоединено секретарем конференции, по приказанию Дашковой следующее заявление с указанием, что она приказала присоединить его еще к протоколу от 2 октября „Madame la Princesse déclara que des 1200 rbls. de pension dont jouissoit feu M. Euler, il en revenoit mille pour sa veuve, par un contrat qui avoit été passé lors du retour de M. Euler en Russie; que maintenant elle a obtenu de Sa Majesté Impériale que les deux cent roubles restans soient continués à son fils ainé, le Secrétaire de la Conférence Académique." „Протоколы", III, стр. 704. Сравн. там же, стр. 791.

прочие, имевшие счастие состоять некоторое время при Русской Императорской Академии. Мы, должен сознаться, сколько обязаны благоприятным обстоятельством, в которых только что находились. Что собственно до меня касается, то в случае неимения такого превосходного случая, я бы вынужден был главнейше прилежать к другим наукам, от которых, по всем признакам, я бы отупел только. Его королевское величество недавно меня спрашивал, где я изучал то, что знаю? Я согласно истине ответил, что всем обязан моему пребыванию в Петербургской Академии Наук".

Так много обязанный Академии, он отплатил ей воистину сторицею. Прежде всего именно он в большей, чем кто-либо другой, степени ввел ее и ее работу в международную „res publica litterarum" XVIII в. Несомненно, что в значительной мере благодаря именно его знаменитым „mémoires", ее „Комментарии" рано приобрели и до сих пор сохранили[1] мировую славу.[2] Затем его личная корреспонденция с учеными Запада и организованная при его участии общеакадемическая корреспонденция с ними прочнейшим образом связала Академию с западным миром науки.[3] К тому же вели и личные отношения Л. Эйлера с учеными Запада и его научными организациями.[4]

В России он имел мало научных связей вне Академии, а в самой Академии он, как из рассказанного выше явствует, в свой второй приезд, повидимому, часто играл роль посредника и примирителя среди товарищей и ответственного руководителя оппозиции перед начальством. В связи с этим следует заметить, что он в общем очень благожелательно относился к вовлечению русских в научную работу, хотя, впрочем, степень его активности в этом деле определялась общими политическими настроениями.[5] Это касалось и таких самородков-изобретателей, как Кулибин.

---

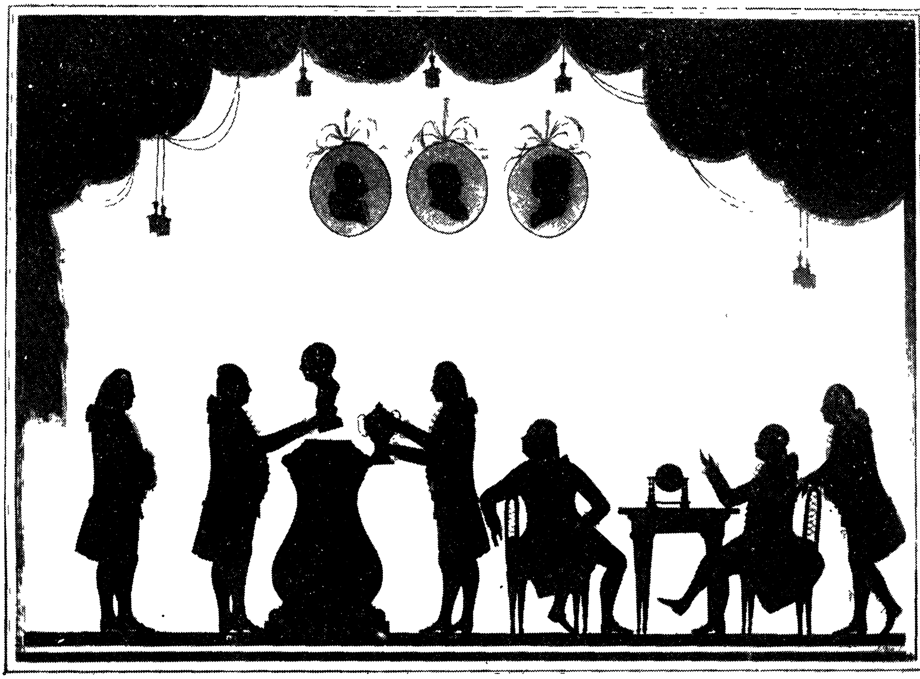
[1] Пекарский, I, стр. 265.

[2] Пример того, как на Западе ценили его работы и из-за них издания Академии. В заседании 28 апреля 1774 г. было прочитано письмо некоего Мурра из Нюрнберга, в котором тот, между прочим, „communique un catalogue de plusieurs ouvrages de mathématiques rares, qu'il offre à l'Académie en échange contre quelques ouvrages de Mr. Euler le père." „Протоколы", III, стр. 126. См. также запись о заседании 13 июня того же года, там же, стр. 135.

[3] Фусс говорит о корреспонденции Л. Эйлера: „Il y a des Savans qui doivent leur réputation à leur correspondance; il y en a d'autres qui doivent l'avantage d'une grande correspondance, si c'en est un, à leur réputation: celle de M. Euler ne manqua pas de lui attirer des lettres de toutes-parts. Tout ce qu'il y avoit de plus illustre parmi les Géomètres des nations les plus éclairées, s'empressa d'entrer en correspondance avec lui." Фусс, стр. 20.

[4] В этой связи стоит упомянуть, что в конференции 28 февраля 1782 г. доложено было письмо Л. Эйлеру из Бостона от недавно учрежденной в этом городе Академии Наук и Искусств, датированное 1 июня 1781 г., с извещением об его включении в число своих членов. „Протоколы", III, стр. 577.

[5] Даже, повидимому, на его отношениях с Ломоносовым сказался общий перелом в постановке русского вопроса в Академии Наук: в 60 гг. они резко изменяются к худшему. Но надо иметь в виду, что в трудные годы борьбы с Шумахером Ломоносов в лице



Силуэты академиков (середина 80-х гг. XVIII в.) работы Ф. Антинга.

Пользуясь большим влиянием в научных делах Академии, Л. Эйлер энергично способствовал ее всестороннему научному росту.[1]

Особенной высоты, благодаря Л. Эйлеру, достигла русская математика, которой он подарил 8 своих учеников, в том числе несколько русских по происхождению.

Именно он является основателем и основоположником как русской научной математической школы, так и русской педагогической литературы по математике. Огромное значение имели не только для развития науки, но и для удовлетворения практических потребностей России его работы по астрономии, корабельному делу, картографии и, вероятно, отчасти музыке. Современная ему практическая жизнь быстро всасывала в себя все то, что он давал ее потребностям и предъявляла ему новые запросы, к удовлетворению которых он тотчас же охотно шел.

Эйлер имел огромное значение для развития русского просвещения как своей преподавательской деятельностью, так главным образом своими замечательными „письмами к одной германской принцессе“, которые долго были любимым чтением русских, стремившихся к знанию юношей и девушек.[2]

Все это сделало Л. Эйлера дорогим Академии и немногочисленным в XVIII в. кругам русского образованного общества. Все это и сейчас заставляет вспоминать с глубоким уважением и большой благодарностью его великое имя.

Вот почему, вероятно, и сейчас про наше чествование его памяти можно сказать завершающими словами Кондорсе про печальные празднества 1783—1784 гг.: „И так народ, который мы в начале этого века принимали за варваров, в настоящем случае подает пример цивилизо-

---

Л. Эйлера имел активно содействующий тыл. В 1748 г. Л. Эйлеру, видимо, даже удалось смягчить отношения между Ломоносовым и Шумахером. Пекарский, II, стр. 362, 378—380; там же стр. 872—874.

[1] Фусс писал об Л. Эйлере в Академии: „Il a vu cette Académie naître et croître, il l'a vue dépérir et reprendre ses forces alternativement. Et telle a été l'influence de ce membre illustre sur les travaux académiques, que malgré ce qu'il a fait pour elle, pendant son séjour à Berlin, les Commentaires marquent très-visiblemept l'époque de son départ et celle de son retour, comme si sa présence seule eût été suffisante pour ranimer tout“. Фусс, стр. 66.

[2] Несомненно некоторые его точки зрения оказали воздействие на сложение типа русской образованности конца XVIII в. и первых десятилетий XIX в. Так в „Письмах к германской принцессе“ Л. Эйлер весьма остроумно высмеял „односторонних химиков, анатомов, физиков, которые все ушли в свои опыты. Все то, — говорит он, — чего они не могут разложить в ретортах или разрезать ножем, не производит на их ум никакого впечатления. Сколько бы им не говорили о свойствах и существе души, они соглашаются только с тем, что поражает их внешние чувства и т. д.“ Сухомлинов, II, стр. 124. Это мнение Л. Эйлера совпало со взглядами русских образованных людей и придало им известную уверенность.

В числе тем, которых Л. Эйлер коснулся в своих замечательных „Письмах одной германской принцессе“, была тема о языке и мышлении Страницы о языке как орудии мышления и его обусловленных этим качеством свойствах и сейчас заинтересовывают читателя. Сухомлинов, II, стр. 124.

ванной Европе — как чествовать великих людей при жизни и уважать их память по смерти; и другим нациям приходится в данном случае краснеть, что они не только в этом отношении не могли предупредить Россию, но даже не в силах ей подражать".[1]

---

[1] „Histoire", в конце статьи Кондорсе. Не могу не пожалеть, что своевременно не имел возможности ознакомиться с книгою W. Stieda „Iohann Albrecht Euler in seiner Briefen 1766—1790," Lpz., 1932. Работам W. Stieda, относящимся к истории Академии, намереваюсь посвятить критический этюд. Следует заметить, что дети и внуки Л. Эйлера, в значительной мере, остались в России и приняли активное участие в русской жизни. Любопытнейший опыт изучения рода Л. Эйлера в России, к сожалению, не оконченный, произвел Л. Б. Модзалевский: это прекрасный очерк социальной истории рода.

СОДЕРЖАНИЕ

SOMMAIRE

Сдано в набор 3 марта 1935 г.
Подписано к печати 4 августа 1935 г.
Формат бум. 72 × 110 см. — 15¼ печ. л.
(140 стр. + I — IV). 1½ печатных листа вкл.
иллюстраций. — 48285 тип. зн. в печ. л. —
Тираж 1665. Ленгорлит № 21756. — АНИ
№ 556. Заказ № 1405

Типография Академии Наук СССР.
Ленинград, В. О., 9 линия, 12